НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ОСЦИЛЛЯТОРОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С БОЗОННЫМИ ПОЛЯМИ

Н.С. Буйнов
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Возможность возникновения неустойчивости в системах частиц, имеющих спектр осцилляторного типа, представляет особый интерес при исследовании элементарных возбуждений в твердых телах. Большинство таких возбуждений (экситоны, поляритоны, магноны, уровни Ландау в полупроводниках и т.д.) могут быть описаны в модели взаимодействующих через бозонное поле квантовых осцилляторов. Учет нелинейности взаимодействия такой системы с полем [1] важен, так как может привести к нарушению термодинамической устойчивости. При этом существенно изменяются спектральные характеристики [2] такой системы. При рассмотрении теории ферримагнитного циклотронного эха было показано, что только учет нелинейностей, либо во взаимодействии поля с осцилляторами, либо в самой системе осцилляторов делает возможным его существования. Целью данной работы является исследование возможности появления неустойчивости в различных моделях взаимодействия осцилляторных систем с бозонным полем.

Материал и методы. Система N частиц со спектром осцилляторного типа описывается гамильтонианом

$$H_0 = \sum_{j=1}^{N} \hbar\omega_0 b_j^+ b_j \,. \quad (1)$$

Операторы вторичного квантования b_j^+, b_j – бозе-операторы системы, $\hbar\omega_0$ – энергия возбуждения отдельной квантовой частицы. Выбрана одна мода бозонного поля, сильно взаимодействующая с рассматриваемой системой

$$H_1 = \hbar\omega_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} \,, \quad (2)$$

где $a_{\vec{k}}^+, a_{\vec{k}}$ – бозе-операторы рождения и уничтожения бозона с волновым вектором $\vec{k}$; $\omega_{\vec{k}}$ - частота бозона. Гамильтониан взаимодействия частиц с полем H_2 запишем для двух случаев взаимодействия: a) линейного, b) нелинейного.

a) Линейное взаимодействие может быть записано в виде

$$H_2 = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\lambda_k}{\sqrt{N}} b_j^+ a_{\vec{k}} + \frac{\lambda_k^*}{\sqrt{N}} b_j a_{\vec{k}}^+ \right), \quad (3)$$

λ_k - константа взаимодействия частиц с выделенной бозонной модой поля.

b) Нелинейное взаимодействие задано с помощью гамильтониана

$$H_2 = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\lambda_k}{\sqrt{N}} b_j^+ \left(a_{\vec{k}}\right)^n + \frac{\lambda_k^*}{\sqrt{N}} b_j \left(a_{\vec{k}}^+\right)^n \right). \quad (4)$$

Здесь $n \geq 2$ определяет характер нелинейного взаимодействия.

Исследование проводились методом функций Грина, с помощью которого можно получить спектр элементарных возбуждений системы и сделать вывод о термодинамической устойчивости системы.

Результаты и их обсуждение. Результаты исследования показали, что в случае a) линейного взаимодействия не происходит потери термодинамической устойчивости системы. Действительно, используя преобразования Боголюбова, можно привести гамильтониан системы $H = H_0 + H_1 + H_2$ к диагональному виду. В такой системе потеря устойчивости невозможна. В случае нелинейного взаимодействия b) гамильтониан системы с помощью преобразования Боголюбова нельзя привести к диагональному виду. Анализ спектра элементарных возбуждений системы показывает, что в системе появляется неустойчивое колебание (мягкая мода). Система с понижением температуры может перейти в состояние с более низкой симметрией.

Заключение. В системах частиц со спектром осцилляторного типа, взаимодействие которых с бозонным полем нелинейно, при понижении температуры происходит потеря термодинамической устойчивости и переход системы в низкосимметричное состояние.

Список литературы

1. Буйнов, Н.С. Роль нелинейности в сверизлучательном фазовом переходе системы квантовых осцилляторов / Н.С. Буйнов, Нагибаров В.Р. Соловаров Н.К. // VIII Всесоюзная конференция по когерентной и нелинейной оптике: тезисы докладов, Тбилиси, 25-28 мая 1976 г. в 2 т. / Мецниереба – Тбилиси, 1976. – Т. 2. – С.129.
2. Буйнов, Н.С. Спектр элементарных возбуждений в системе осцилляторного типа. / Н.С. Буйнов, В.С. Иванов В.С. // Веснік ВДУ. – 2004. – №2 (32). – С. 128–130.

ПОСТРОЕНИЕ АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ПРЯМОЙ С НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫМ КРИТЕРИЕМ АППРОКСИМАЦИИ

В.В. Силивончик
Витебск, ВГТУ

Задача может рассматриваться как частный случай задачи минимизации выпуклого функционала на конечном множестве, содержащем большое число точек. В работе указывается метод последовательного улучшения оптимизируемых параметров. Пусть на плоскости дана последовательность точек $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$, причём $x_i \neq x_j$ при $i \neq j$. Требуется найти прямую, определяемую уравнением $y = ax + b$, для которой функция $\Phi(a,b) = \sum_1^n | ax_i + b - y_i |$ принимает минимальное значение.

Материал и методы. Для минимизации выпуклого функционала используется понятие субградиента и субдифференциала. Ищутся значения параметров, при которых субдифференциал содержит нулевой субградиент. При отсутствии нулевого субградиента методами дифференциального исчисления обосновывается переход, уменьшающий значение функционала. В качестве оптимизируемого