

УСЛОВИЯ ОТСУТСТВИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ЦЕЛЫХ РЕШЕНИЙ ПОЛУЛИНЕЙНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ГРАДИЕНТНЫМ ЧЛЕНОМ

С.В. Сергеенко
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Рассматривается вопрос отсутствия положительных целых радиально симметричных решений эллиптического полулинейного уравнения с градиентным членом

$$\Delta u - g(|x|)|\nabla u|^\alpha = f(|x|)u^\beta, \quad (1)$$

где $x \in R^N$ ($N \geq 3$) – независимая переменная, $\alpha, \beta > 1$ – некоторые постоянные величины, f, g – непрерывные функции, определённые на полуинтервале $[0, \infty)$ и принимающие положительные значения, ∇u – градиент функции u , Δ – оператор Лапласа.

Определение 1. Целым решением уравнения (1) называется такая функция $u \in C^2(R^N)$, которая удовлетворяет уравнению в точке R^N .

Вопросам существования целых решений нелинейных эллиптических уравнений и систем в последние годы был посвящён ряд публикаций (см., например [1–5] и библиографию в них), в частности в работах [4–5] изучались вопросы существования или отсутствия целых решений полулинейных уравнений с градиентным членом.

В данной работе исследуется вопрос отсутствия целых решений уравнений вида (1).

Теорема 1. Пусть функция g такова, что расходится несобственный интеграл

$$\int_1^\infty t^{(1-\alpha)(N-1)} g(t) dt = \infty.$$

Тогда уравнение (1) не имеет целых радиально симметричных решений

Список литературы

1. Chen, C. Nonexistence of positive entire solutions for a class of λ -Laplacian elliptic systems / C. Chen, L. Shi, S. Zhu // Applied Mathematics Letters. – 2011. – Vol. 24, No. 6. – 831–837.
2. Bae, S. Positive entire stable solutions of inhomogeneous semilinear elliptic equations / S. Bae, K. Lee // Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. – 2011. – Vol. 74, No. 18. – P. 7012–7024.
3. Li, H. A remark on the existence of entire positive solutions for a class of semilinear elliptic systems / H. Li, P. Zhang, Z. Zhang // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2010. – Vol. 365, No. 1. – P. 338–341.
4. Zhang, X. The existence and nonexistence of entire positive solutions of semilinear elliptic systems with gradient term / X. Zhang, L. Liu // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2010. – Vol. 371, No. 1. – P. 300–308.
5. Filippucci, R. Nonexistence of nonnegative solutions of elliptic systems of divergence type / R. Filippucci // Journal of Differential Equations. – 2011. – Vol. 250, No. 1. – P. 572–595.