

4. *Forster P.* Projektive Klassen endlicher Gruppen I. Schunk- und Gaschutzklassen // *Math. Z.* – 1984. – Vol. 186. – P. 249–278.
5. *Шеметков Л.А.* Ступенчатые формации групп // *Матем. сб.* – 1974. – Т. 94, N 4. – С. 628–648.
6. *Шеметков Л.А., Скиба А.Н.* Формации алгебраических систем. – М.: Наука, 1989. – 256 с.

#### S U M M A R Y

*At the present paper with the help of Schunk-Forster classes are investigated a normal structure of not simple finite groups.*

УДК 519.86.

**В.В. Шарапков, В.А. Скворцов**

## **О математическом обеспечении метода имитационного моделирования производственных систем**

На кратко-, средне- и долгосрочных интервалах времени фирме в области управления производством приходится решать различные по содержанию и масштабам задачи. Соответствующим образом формируются планы производства продукции и развития предприятия, конкретизируются функции и механизмы управления.

В этих условиях управляемость производственной системы обусловлена гармоничным сочетанием текущей производственной программы с планами среднесрочного развития предприятия на основе долгосрочной стратегии фирмы.

Разграничение условий функционирования хозяйственного субъекта на различных временных интервалах предопределяет экономико-математический аппарат логического представления предприятия в модели.

Создаваемая модель должна позволять оперативно управлять планом производства с учетом стратегии развития фирмы и тенденций изменения внешней рыночной среды, выступать инструментом тактического и стратегического управления. Исследования показывают, что в качестве такого инструмента целесообразно использовать имитационную модель.

В настоящей работе использованы два вида имитационных моделей, объединенных по целевым ориентирам с учетом концепции представления предприятия в виде сложной системы.

Управленческая имитационная модель предназначена для совершенствования текущего и оперативно-календарного планирования на предприятии по критериям оптимизации производственной программы, оптимальности схемы организации производства и структуры управления им при фиксированных параметрах внешней рыночной среды.

Вторая, более общая имитационная модель является по своей сути исследовательской, охватывает средне- и долгосрочный горизонты прогнозирования. Модели такого типа предназначены для проведения эксперимента с экономическими системами с целью проверки и отбора предложенных экономических концепций по стратегическому развитию фирмы.

В контексте данной работы эта модель представляет собой отражение важнейших с нашей точки зрения внутренних взаимосвязей предприятия как сложной самоорганизующейся системы с возможностью предсказания ее поведения в меняющихся внешних условиях. При этом внутренние параметры системы будут определяться управленческой имитационной моделью по критериям эффективности ее функционирования.

Одной из основных задач построения имитационных моделей является задача формализации основных зависимостей объекта согласно целям исследования. Формализация основана на математическом методе, результатом применения которого является построение математической модели, наиболее адекватным образом описывающей изучаемую производственную систему.

На краткосрочном этапе своего функционирования предприятие определяет оптимальный план выпуска продукции, предназначенной конкретным потребителям.

Производство новых товаров, а также товаров, не обеспеченных прямым спросом, сопряжено с риском понести дополнительные, не связанные с процессом производства и реализации продукции издержки. Недопроизводство продукции обуславливает неявные потери, связанные с недополучением части возможной прибыли. Перепроизводство вызывает дополнительные затраты на хранение продукции; задержка сроков реализации обесценивает товары ввиду инфляционных процессов; нарушаются воспроизводственные процессы.

Предположим, что удельные затраты на производство продукции составляют  $k$  денежных единиц. Удельные издержки, связанные с перепроизводством продукции, -  $h$  денежных единиц, а потери за единицу недопроизводства (неудовлетворенного спроса) -  $n$  денежных единиц. Тогда затраты, связанные с производством или перепроизводством  $x$  единиц продукции при условии, что спрос равен  $w$ , выражаются стоимостной функцией, задаваемой следующим образом:

$$f(x, w) = kx + \max\{h(x - w), n(w - x)\}. \quad (2.1)$$

Здесь  $(x - w)$  и  $(w - x)$  определяют величину перепроизводства и недопроизводства продукта, а  $h$  и  $n$  неотрицательны.

Поскольку спрос  $w$  является случайной величиной, то функция  $f(x, w)$  при каждом  $x$  также случайная величина. Для минимизации функции  $f(x, w)$  рассматривают одну из ее числовых характеристик. То есть минимизируют не функцию  $f(x, w)$ , а ее математическое ожидание  $Mf(x, w)$ , которое в данном случае будет являться целевой функцией  $F(x)$  решения стохастической задачи, заданной условием (2.1).

Таким образом, можно записать:

$$\begin{aligned} F(x) &= Mf(x, w) = kx + M \max\{n(x - w); n(w - x)\} = \\ &= kx + h \int_0^x (x - w)v(w)dw + n \int_x^\infty (w - x)v(w)dw \rightarrow \min \end{aligned} \quad (2.2)$$

при условии

$$x \in X = \{x : 0 \leq x \leq x^* \leq x^{\prime\prime}\}, \quad (2.3)$$

где  $v(w)$  - функция распределения случайной величины  $w$ ;  $x^*$  - вектор гарантированных потребностей в конечной продукции системы (заказ);  $x^{\prime\prime}$  - оценка возможностей развития мощностей системы на рассматриваемый период. Решение задачи (2.2), (2.3) базируется на имеющейся информации о функции  $v(w)$ .

Если последняя задана в явном виде, то есть представлена аналитически, и при этом дифференцируема, то применяют не прямые классические методы решения стохастических задач: приближенное интегрирование методом Монте-Карло, замена закона распределения случайного параметра детерминированным аналогом [4].

Прямые методы (стохастических квазиградиентов с проектированием, стохастической линейаризации) используют любую доступную информацию о наблюдениях реализации  $f(x,w)$  в некоторых фиксированных точках. Их преимущество заключается в том, что не требуется знание законов распределения случайной величины в явном виде. Они оперируют только значениями  $f(x,w)$ , когда случайность задается имитационной моделью. Численные методы решения стохастической задачи (2.2), (2.3) данным способом рассмотрены в работе Ф.Мирзоахмедова [3].

Интегрирующей при разработке производственной программы является задача оптимизации ассортимента изделий на предприятии, позволяющая получить наибольшую прибыль (маржинальный доход) при минимуме себестоимости (переменных затрат). В настоящем исследовании в качестве базовой принята линейная математическая модель, разработанная Ю.И.Поздняковым и С.И.Овчинниковым и усовершенствованная в направлении отражения особенностей организации швейного производства [2].

Рассмотрим постановку задачи, когда предприятию известен перечень моделей швейных изделий, которые оно должно выпускать с учетом заказов торгующих организаций (решение данного вопроса предусмотрено первым этапом алгоритма производственного планирования).

В экономико-математическую модель включены следующие показатели:  $s$  – индекс сорто-размера изделия ( $s=1,2,\dots,f$ );  $j$  – индекс модели ( $j=1,2,\dots,m$ );  $i$  – индекс артикула ткани ( $i=1,2,\dots,n$ );  $T$  – располагаемый фонд рабочего времени;  $t_{sj}$  – трудоемкость изготовления изделия  $j$ -й модели  $s$ -го сорто-размера;  $\alpha_{sji}$  – норма расхода ткани  $i$ -го артикула на единицу  $j$ -й модели  $s$ -го сорто-размера;  $M_i$  – количество ткани  $i$ -го артикула, которым располагает предприятие (может быть получено по договору о поставках);  $P_{sji}$  – минимальное количество изделий  $j$ -й модели из ткани  $i$ -го артикула и  $s$ -го сорто-размера, которое должно быть изготовлено (заказ торгующих организаций);  $A_{sj}$  – оптимальное количество изделий  $j$ -й модели  $s$ -го сорто-размера, которое должно быть изготовлено сверх пакета заказов в пределах производственной мощности предприятия по плану маркетингового развития;  $X_{sji}$  – количество изделий  $j$ -й модели  $s$ -го сорто-размера, которое в соответствии с оптимальным планом следует изготавливать из ткани  $i$ -го артикула;  $\Pi_{sji}$  – прибыль (маржинальный доход) от реализации  $j$ -й модели  $s$ -го сорто-размера, изготовленной из ткани  $i$ -го артикула.

Критерий оптимальности будет выражаться следующей целевой функцией:

$$\max \Pi = \sum_s^f \sum_j^m \sum_i^n \Pi_{sji} X_{sji} \rightarrow \max$$

Для построения второй части математической модели необходимо разработать систему ограничений. Учитывая комплексный характер модели, система ограничений должна иметь многофакторный характер. Приведем ее математический вид.

Объем производства изделий должен обеспечить выполнение плана-заказа и не превышать производственные мощности предприятия:

$$P_j \leq X_j \leq P_j + A_j.$$

Выпуск продукции в определенном ассортименте возможен при наличии соответствующих материальных ресурсов:

$$\sum_i \alpha_{sji} X_{sji} \leq M_i.$$

Суммарные затраты времени на изготовление изделий всех разновидностей не могут превышать располагаемого фонда рабочего времени:

$$\sum_j t_{sj} X_{ji} \leq T.$$

Условие неотрицательности всех переменных системы:  $\geq 0$ .

Сформулированная задача может быть решена на ЭВМ по стандартной программе, реализующей алгоритм симплексного метода для решения общей задачи линейного программирования, и введена в имитационную модель отдельным блоком.

Данные производственной программы предприятия используются на этапах среднесрочного планирования и долгосрочного прогнозирования.

На среднесрочном временном интервале модель описывается системой функциональных уравнений, отображающих использование основных элементов производства. В зависимости от степени детализации экономических процессов и требуемой точности расчетов таких уравнений может быть до 30. Каждое из них имеет рекурсию во времени и служит базой для воспроизведения основных зависимостей производственно-хозяйственной и коммерческой деятельности на предприятии на новом шаге имитации. Используемая производственная функция имеет вид нелинейного аналога функции Стоуна [1]:

$$П(t) = \min\{A(t)/k_1(t); L(t)/k_2(t); F(t)/k_3(t)\},$$

где  $П(t)$  - товарная продукция предприятия в год  $t$ ;  $A(t)$ ,  $L(t)$ ,  $F(t)$  - соответственно средние за год  $t$  основные производственные фонды, оборотные средства и фонд заработной платы;  $k_1(t)$ ,  $k_2(t)$ ,  $k_3(t)$  - соответствующие фондоемкости.

Обратная модельная связь реализуется при экстенсивном и интенсивном развитии предприятия как за счет финансовых результатов деятельности хозяйствующего субъекта, так и за счет средств коммерческих кредитов. При решении этого вопроса используется гипотеза о том, что фонд потребления с учетом стимулирующей части фонда заработной платы воздействует на производственный процесс по двум основным направлениям: рост производительности труда и экономия материалов (в т.ч. топлива, энергии). Например, для производительности труда можно записать:

$$k_1(t) = k_1(t-1)/I_w(t),$$

когда

$$I_w(t) = 1 + s[1 - \exp(-(d\Phi\Pi * \Phi\Pi(t) + dF * F(t))/F(t))],$$

где  $I_w(t)$  - индекс производительности труда;  $\Phi\Pi(t)$ ,  $d\Phi\Pi(t)$  - соответственно фонд потребления и его доля, направленная на стимулирование производительности труда;  $dF$  - доля фонда заработной платы стимулирующего характера;  $s$  - максимальный прирост индекса производительности труда.

Для целей стратегического развития фирмы и построения финансовых прогнозов имитационная модель предприятия предусматривает либо возможность изменения параметров процесса, структурных констант и нормативной информации с учетом динамики явлений, либо вариантность развития. При этом количество функциональных уравнений сокращается до необходимого минимума. То есть если на среднесрочном интервале времени внешняя среда учитывается как стационарная, то на долгосрочном предполагаются различ-

ного рода случайные изменения, вызванные микро- и макроэкономическими причинами (инфляция, государственное регулирование, влияние иностранного капитала, моральный и физический износ оборудования и т.д.).

Реализованная на ЭВМ по предложенной методике имитационная модель предприятия позволяет менеджеру соединить тактику и стратегию управления фирмой, предвидеть открывающиеся возможности, а также внутрифирменные и внешние кризисы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Багриновский К.А., Егорова Н.Е.** Имитационные системы в планировании экономических объектов. М., 1980. - 136 с.
2. **Маркин Ю.П.** Имитационное моделирование и управленческие игры в текстильной и легкой промышленности. М., 1982. - 142 с.
3. **Мирзоахмедов Ф.** Математические модели и методы управления производством с учетом случайных факторов. Киев, 1991. - 261 с.
4. **Таха Х.** Введение в исследование операций. М., 1985. - 349 с.

#### S U M M A R Y

*The building methods of industrial plant imitation model as a social-economic system is suggested in the given article. The complex of economic-mathematical models forming the main system's intercommunications during short-, middle and long-term time intervals is in the basis of this article.*