УДК 639.2/3.

С.А. Кукушкин

Определение эмпирического коэффициента корреляции между случайными величинами "хищник-хищник" и "хищник-жертва"

В настоящей работе, используя имеющиеся расчеты среднего ежегодного прироста Δ M ихтиомассы рыб озера Тиосто на основе данных архивов промысловой статистики, мы попытались вычислить эмпирический коэффициент корреляции (r), который бы показал, как численность одного вида («хищник») может влиять на численность другого вида («хищник» или «жертва»). В данном случае, как количество щук X_i может влиять на количество судака Y_i, так как данные виды являются конкурентами за «жертву». И также проследить (найти коэффициент корреляции) влияние количества щук X_i на численность леща Z_i и количества судака Y_i на численность леща Z_i, как видов в трофической цепи «хищник-жертва».

Получили в результате расчетов: $\Delta M = N\langle \Delta m \rangle$, где $\langle \Delta m \rangle$ – средний ежегодный прирост, приходящийся на среднюю массу одной особи популяции, N – численность всей популяции [1]. Используем сводную таблицу 1 монографии [2]. Значение эмпирического коэффициента корреляции вычисляли согласно уравнения:

$$r = \sum (X_i - X)(Y_i - Y) \Big/ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - Y\right)^2}\ . \qquad [3]$$

Вначале вычислили средние значения X и Y:

$$X = 230{,}6174;\ Y = 882{,}05445. \qquad [4]$$

Далее рассчитали разность между средним значением и общей численностью вида, полученной в результате расчетов за ряд лет $(X_i - X)$;$(Y_i - Y)$ и $(X_i - X)\times(Y_i - Y)$. Таким образом, получили в результате расчетов

$$\sum_{i=1}^{20}\left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right) = 724028{,}25$$

Возвели полученную разность в квадрат: $(X_i - X)^2$ и $(Y_i - Y)^2$. Отсюда, имеем:

$$\sum_{i=1}^{20}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = 861420{,}34;$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(X_i - \overline{X}\right)^2} = 928{,}12732;$$

$$r = 0{,}587334.$$

$$\sum_{i=1}^{20}\left(Y_i - \overline{Y}\right) = 17641{,}089;$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(Y_i - Y\right)^2} = 132{,}81975.$$

Строим эмпирические прямые регрессии, исходя из формул :

$$Y = \bar{Y} + r\left(\sqrt{\sum_{1 \le i \le n}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2}\right) / \left(\sqrt{\sum_{1 \le i \le n}^{20} (X_i - \bar{X})^2}\right)(X - \bar{X});$$

$$X = \bar{X} + r\left(\sqrt{\sum_{1 \le i \le n}^{20} (X_i - \bar{X})^2}\right) / \left(\sqrt{\sum_{1 \le i \le n}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2}\right)(Y - \bar{Y}). \quad [3]$$

При приблизительно линейно скоррелированных X и Y при помощи данных прямых регрессии, можно сделать наилучшее предсказание для Y при данном значении X или наилучшее предсказание для X при заданном значении Y.

Таким образом:

Y = 882,05445 - 0,08405052 (X - 230,6174);

X = 230,6174 + 4,1042216 (Y - 882,05445).

Например:

X_8 (363,449) = 230,6174 + 4,104216 (363,449 - 882,05445) = -21054,1;

Y_8 (457,378) = 882,05445 - 0,08405052 (457,378 - 230,6174) = 691,46.

Значение Y, соответствующее значению X = 363,449, равно 691,46.

Приведем аналогичные вычисления для пары: случайная величина количества щук – X и случайная величина количества леща – Z.

Имеем в результате расчетов (X, Z), сводная таблица 1. Находим средние значения X = 230,6174 и Z = 8012,563. Определяем разность (X_i - X);(Z_i - Z) и (X_i - X) × (Z_i - Z).

Таблица 1

Расчет ежегодного прироста ихтиомассы (Δ М) основных промысловых видов рыб озера Тиосто. 1970-1989 гг. [2] .

ГОД	ВИД					
	лещ	окунь	плотва	судак	синец	щука
1970	8452.23	4439.93	95082.45	1189.18	9869.13	1002.08
1971	7230.22	3130.72	32560.79	1070.27	31390.47	195.57
1972	3855.15	7599.11	27856.19	754.68	6468.84	155.76
1973	17020.83	8908.32	14237.61	2103.94	11748.96	380.76
1974	9310.54	2846.11	106472.50	1664.56	59850.61	173.07
1975	21937.96	2618.42	120586.30	1088.56	8459.26	328.84
1976	15275.11	4838.38	170852.30	1372.14	26953.51	311.53
1977	9746.97	7969.10	253800.80	457.38	9334.01	363.45
1978	7564.81	3445.33	162184.90	411.64	9039.79	224.99
1979	3393.29	4838.38	112662.80	365.90	829.34	121.15
1980	2269.44	426.920	6066.46	274.43	–	51.92
1981	8612.25	2077.66	136433.40	256.13	1105.79	114.23
1982	4451.60	1252.29	45684.15	311.02	–	53.65
1983	5178.99	1650.74	120338.70	274.43	290.27	57.12
1984	2662.23	2276.89	130863.20	260.71	–	164.42
1985	6633.76	2533.04	20427.87	777.54	–	287.29
1986	9936.09	284.61	96568.12	411.64	–	64.04
1987	6255.52	2760.73	55093.35	1221.20	1935.12	354.79
1988	5586.32	4041.47	34541.67	3261.11	3566.16	64.04
1989	10678.03	626.14	320903.30	132.64	34638.71	143.65

Таким образом, имеем в результате расчетов:

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z}) = -7753054{,}5.$$

Возводим полученную разность в квадрат, получаем:

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 861420{,}34;$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(X_i-\overline{X}\right)^2} = 928{,}12732;$$

$$r = -0{,}3782983.$$

$$\sum_{i=1}^{20}\left(Z_i-\overline{Z}\right)^2 = 4{,}8759803 \times 10^8;$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(Z_i-\overline{Z}\right)^2} = 2{,}2081621 \times 10^4.$$

Строим эмпирические прямые регрессии. Получаем;

$Z = 8012{,}563 - 9{,}000317\ (X - 230{,}6174)$;

$X = 230{,}6174 - 159{,}00503\ (Z - 8012{,}563)$.

Таким образом, к примеру, значение Z_{10}, соответствующее значению

$X_{10}(121{,}149)$ равно 22252,527.

Аналогичным образом проводим расчеты для пары: случайная величина количества судака – Y и случайная величина количества леща – Z. Имеем (Y,Z), получаем $((Y_i - Y),(Z_i - Z),(Y_i - Y) \times (Z_i - Z))$.

$$Y = 882{,}05445;\ Z = 8012{,}563.$$

Таким образом,

$$\sum_{i=1}^{20}\left(Y_i-\overline{Y}\right)\left(Z_i-\overline{Z}\right) = -2575838{,}6.$$

Далее рассчитываем $(\overline{Y}_i - Y)$, $(\overline{Z}_i - Z)$. Отсюда следует:

$$\sum_{i=1}^{20}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2 = 17641{,}089;$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2} = 132{,}81975;$$

$$r = -0{,}87826393.$$

$$\sum_{i=1}^{20}\left(Z_i-\overline{Z}\right)^2 = 4{,}87598 \times 10^8;$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\left(Z_i-\overline{Z}\right)^2} = 2{,}2081621 \times 10^4.$$

Строим эмпирические прямые регрессии, получаем:

$Y = 882{,}05445 - 0{,}0052827\ (Z - 8012{,}563)$;

$Z = 8012{,}563 - 146{,}0136\ (Y - 882{,}05445)$.

И, к примеру, значение Z_{15}, соответствующее значению Y_{15} (260,706), равно 98737,887.

Следует заметить, что наличие корреляционной связи не предполагает обязательной причинно-следственной зависимости одного признака от другого. Может оказаться, что оба признака зависят от каких-либо других факторов. В нашей работе случайная величина одного или другого вида является следствием условий обитания, интенсивности рыболовства и других сложных биологических процессов, протекающих в популяциях данного водоема.

Также следует подчеркнуть, что в случае малых выборок эмпирический коэффициент корреляции может значительно отличаться от генерального, и поэтому к суждениям о степени связи при малых n нужно относиться очень осторожно и обязательно оценивать точность проводимых экспериментов.

Из всего вышесказанного можно сделать следующие выводы:

– Между случайной величиной щук (X) и случайной величиной судаков (Y) на озере Тиосто существует прямая корреляционная зависимость (r + 0,587). А между случайной величиной щук (X) и случайной величиной лещей (Z) и случайной величиной судаков (Y) и случайной величиной лещей (Z) существует обратная корреляционная зависимость (r – 0,378 и r – 0,878).

– Относительно высокий эмпирический коэффициент корреляции (r + 0,587) свидетельствует об относительно высокой линейной скоррелированности между случайной величиной щук (X) и случайной величиной судаков (Y). И, наоборот, небольшой эмпирический коэффициент корреляции (r - 0,378) свидетельствует о малой корреляционной зависимости между случайной величиной щук (X) и случайной величиной лещей (Z).

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Приц А.К.*** Принцип стационарных состояний открытых систем и динамика популяции. Калининград,1974. – 123 с.
2. ***Кукушкин С.А., Радкевич Д.В.*** Расчет среднего ежегодного прироста ихтиомассы рыб озера Тиосто на основе данных промысловой статистики // Веснік ВДУ, 2000, № 3(17). С. 87-92.
3. ***Аксютина З.М.*** Элементы математической оценки результатов наблюдений в биологических и рыбохозяйственных исследованиях. М., 1968. – 289 с.
4. ***Лакин Г.Ф.*** Биометрия. М., 1980. – 292 с.
5. ***Рокицкий П.Ф.*** Биологическая статистика. Мн., 1967. – 328 с.

SUMMARY

The empirical cofficient of correlation idicates on the degree of depedence of the number of fish species under investigation. The empirical direct regressions allow to find out the best prediction.

Поступила в редакцию 1.11.2000

УДК 595.762.12 (476.5)

Г.Г. Сушко

Особенности популяционной структуры жужелицы *Agonum ericeti* (Panzer, 1809) (Coleoptera, Carabidae) в условиях Белорусского Поозерья

Жужелица *Agonum ericeti*, стенобионтный обитатель верховых болот, распространена в Северной и Центральной Европе, доходит до Западной Сибири. В Беларуси наибольшее число находок приходится на Поозерье, встречается также на западе Минской области [1]. На юге республики данный вид указан для верхового болота в Национальном парке «Припятский» [2], однако не отмечен в сосняках сфагновых в Брестской области [3, 4].

Исследованиями биологии жужелицы *Agonum ericeti*, которые проводились в Нидерландах, Дании и Германии установлено, что она является свето- и теплолюбивым видом, предпочитает местообитания с pH 3,6-4,6. Максимум активности наблюдается в мае-июне [5, 6, 7]. В Беларуси, до настоящего времени, подобных исследований не проводилось, хотя уточнение некоторых