УДК 539.2

Н.А. Клиндухов, Н.С. Буйнов

Исследование сегнетоэлектрических материалов вблизи критических точек при модуляции температуры

Сегнетоэлектрические материалы находят широкое применение в качестве мишеней пировидиконов. Интерес вызывает изучение влияния модулированной температуры на сегнетоэлектрические характеристики таких материалов. Нами рассмотрены температурные зависимости поляризации и пирокоэффициента в рамках феноменологической теории Ландау-Гинзбурга-Девоншира для фазовых переходов 1-го и 2-го рода.

Вначале рассмотрим сегнетоэлектрик с фазовым переходом 2-го рода. Поляризация $\vec{P}$ направлена вдоль сегнетоэлектрической оси z. Тогда для P имеем следующее выражение [1]:

$$P=\sqrt{\frac{\alpha(\theta-T)}{2\beta}}\Theta(\theta-T), \qquad (1)$$

где $\Theta(\theta\text{-}T)$ – ступенчатая функция, θ – температура Кюри, α, β – коэффициенты феноменологической теории.

Пусть температура образца меняется по закону

$$T(t)=T_0+T_1\cos\omega t\ ,T_1<T_0<\theta. \qquad (2)$$

Частоту модуляции ω будем считать малой по сравнению со всеми характерными частотами и обратными временами релаксации сегнетоэлектрика, так что спонтанная поляризация следует за изменением температуры, и её временное поведение описывается формулой:

$$P=\sqrt{\frac{\alpha(\theta-T_0-T_1\cos\omega t)}{2\beta}}\Theta(\theta-T_0-T_1\cos\omega t). \qquad (3)$$

Будем считать $\omega\tau >> 1$, где τ – характерное время измерения. Следовательно, измеряются величины, усреднённые по периоду модуляции. Нас будет интересовать средняя поляризация $\langle P\rangle$:

$$\langle P\rangle=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\sqrt{\frac{\alpha(\theta-T_0-T_1\cos\omega t)}{2\beta}}\Theta(\theta-T_0-T_1\cos\omega t)dt=$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha(\theta-T_0-T_1\cos x)}{2\beta}}\Theta(\theta-T_0-T_1\cos x)dx. \qquad (4)$$

Проведём расчёты средних значений поляризации и пирокоэффициента для различных областей изменения T_0.

В области $T_0<\theta-T_1$ имеем:

$$\langle P\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sqrt{\frac{\alpha(\theta-T_0+T_1\cos x)}{2\beta}}dx=\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha(\theta-T_0+T_1)}{2\beta}}E\left(\sqrt{\frac{2T_1}{\theta-T_0+T_1}}\right), \qquad (5)$$

где $E\left(\sqrt{\frac{2T_1}{\theta - T_0 + T_1}}\right)$ - полный эллиптический интеграл 2-го рода.

Пироэлектрический коэффициент:

$$\langle \gamma \rangle = -\frac{d\langle P \rangle}{dT_0} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{2\beta(\theta - T_0 + T_1)}}K\left(\sqrt{\frac{2T_1}{\theta - T_0 + T_1}}\right), \qquad (6)$$

где K-полный эллиптический интеграл 1-го рода.

В области $T_0 > \theta + T_1$:

$$\langle P \rangle = 0, \langle \gamma \rangle = 0.$$

Рассмотрим поведение спонтанной поляризации и пироэлектрического коэффициента при следующих значениях T_0:

1)$T_0 = \theta + T_1$.

Поляризация и пирокоэффициент в этой точке стремятся к нулю.

2)$T_0 = \theta - T_1$.

Поляризация в этой точке стремится к нулю, а значение пирокоэффициента – к бесконечности.

Для примера рассмотрим триглицинсульфат (ТГС), входящий в класс сегнетоэлектриков, для которых реализуются довольно редкие сегнетоэлектрические переходы 2-го рода, далёкие от критической точки Кюри. Температура Кюри составляет 49°С, значение α/β равно 0,4 [2]. Построим графики зависимостей спонтанной поляризации P и пирокоэффициента γ от температуры T_0 в отсутствие модуляции ($T_1=0$), а также средних поляризации <P> и пирокоэффициента $\langle\gamma\rangle$ от T_0 модулированной температуры с амплитудой T_1, равной 1°С, в области $0 < T_0 < \theta - T_1$ (рис. 1 и рис. 2):

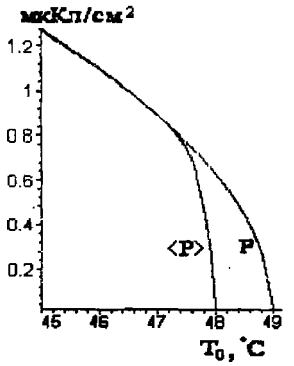

рис.1

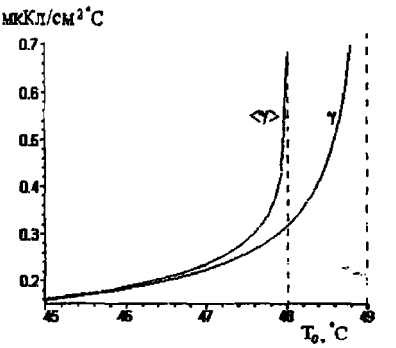

рис.2

Таким образом, при модуляции температуры критическая точка, т.е. точка, в которой спонтанная поляризация стремится к нулю, а пирокоэффициент – к бесконечности «смещается» влево на значение, равное амплитуде модулированной температуры. Рассматривать область $\theta - T_1 < T_0 < \theta + T_1$ не имеет смысла, т.к. в ней протекают сложные переходные процессы, и какие-либо экспериментальные измерения либо весьма затруднительны, либо невозможны.

Рассмотрим теперь сегнетоэлектрик с фазовым переходом 1-го рода. Для поляризации P в этом случае имеем следующее выражение [3]:

$$P^2 = -\frac{\beta}{2\gamma}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4\alpha(T - \theta)}{\beta^2}}\right), \qquad (7)$$

где зависимости коэффициентов β и γ от температуры не учитываются, что довольно часто оправдывается на практике.

$$P^2 = -\frac{\beta}{2\gamma}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\alpha\gamma(\theta - T_0 - T_1\cos\varpi t)}{\beta^2}}\right). \qquad (8)$$

Среднее за период значение квадрата спонтанной поляризации:

$$\left\langle p^2\right\rangle = \frac{\varpi}{2\pi}\int_0^{\infty} -\frac{\beta}{2\gamma}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\alpha\gamma(\theta - T_0 - T_1\cos\varpi t)}{\beta^2}}\right)dt =$$

$$= -\frac{\beta}{2\gamma}\sqrt{1+\frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}(\theta - T_0 - T_1)}E\left(\sqrt{\frac{8\alpha\gamma T_1}{\beta^2+4\alpha\gamma(\theta - T_0 + T)}}\right) - \frac{\beta}{1\gamma} \qquad (9)$$

при

$$T_0 < \frac{3\beta^2}{16\alpha\gamma} + \theta - T_1.$$

Выражение для пирокоэффициента <γ>:

$$\langle\gamma\rangle = \frac{\alpha K\left(\sqrt{\frac{8\alpha\gamma T_1}{\beta^2+4\alpha\gamma(\theta - T_0 + T)}}\right)}{\pi\sqrt{4\alpha\gamma(\theta - T_0 + T_1)}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\pi\gamma}\sqrt{1+\frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}(\theta - T_0 + T_1)}E\left(\sqrt{\frac{8\alpha\gamma T_1}{\beta^2+4\alpha\gamma(\theta - T_0 + T)}}\right) - \frac{\beta}{2\gamma}}} \qquad (10)$$

В области $T_0 > T_C + T_1$, т.е. в области, задаваемой неравенством $T_0 > 3\beta^2/\alpha\gamma + \theta + T_1$ поляризация и пирокоэффициент, а, следовательно, и средние значения этих величин равны нулю. А вот в области $T_C - T_1 < T_0 < T_C + T_1$ среднюю поляризацию и пирокоэффициент мы рассматривать не будем всё по тем же причинам, что и ранее.

Рассмотрим теперь титанат свинца ($PbTiO_3$). Фазовый переход относится к переходам 1-го рода. В [3] приведены значения коэффициентов в разложении термодинамического потенциала и температуры Кюри: $\alpha = 3.85\cdot10^{-5}$ °C^{-1}, $\beta = -0.2135\cdot10^{-5}$ Дж$^{-1}$·см^3, $\gamma = 0.1005\cdot10^{-8}$ Дж$^{-2}$·см^6, θ=468°C. Вычисление значения Tc даёт значение 490°C, что хорошо согласуется с экспериментальными данными [2]

Используя вышеприведённые данные, построим графики зависимостей спонтанной поляризации P (рис. 3) и пирокоэффициента γ (рис. 4) от температуры T_0 в отсутствие модуляции (T_1=0), а также средних поляризации <P> (рис. 3) и пирокоэффициента <γ> (рис. 4) от T_0 модулированной температуры с амплитудой T_1, равной 1°C, в области $0 < T_0 < T_C - T_1$:

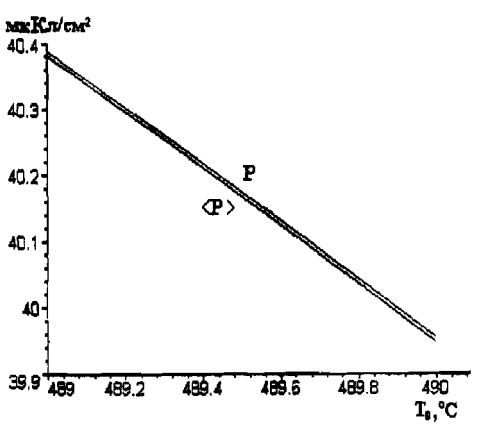

рис. 3

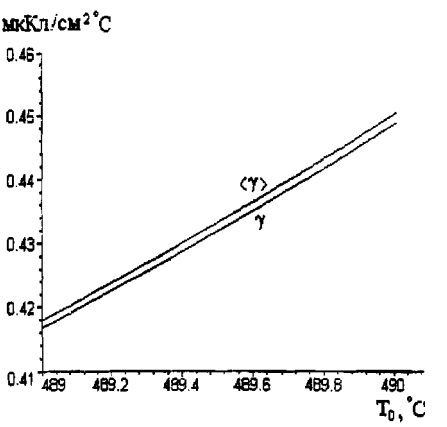

рис. 4

Итак мы видим, что даже при T_1, равном 1°С, зависимости спонтанной поляризации и пирокоэффициента от температуры при модуляции и без практически идентичны и в отличии от рассмотренной выше ситуации с сегнетоэлектриком 2-го рода, здесь никакого «смещения» критической точки не наблюдается.

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Эпштейн Э.М.*** Влияние модуляции температуры на спонтанную поляризацию сегнетоэлектрика // ФТТ, Т. 28, 1986, В. 4, С.1268-1270.
2. ***Лайнс М., Гласс А.*** Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. М., 1981. – 736 с.
3. ***Смоленский Г.А., Крайник Н.Н.*** Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. М., 1968. – 184 с.

SUMMARY

Calculations of polarization and pyrocoefficient of ferroelectric materials are spent at modulation of temperature.

Поступила в редакцию 19.10.2001

УДК 539.3: 534.1

Г. И. Михасев, О. М. Згирская

Локальная потеря устойчивости тонкой слоистой цилиндрической оболочки при неоднородном осевом сжатии

В данной работе с использованием асимптотического комплексного ВКБ-метода исследуется локальная бифуркация безмоментного напряженного состояния тонкой слоистой цилиндрической оболочки под действием неоднородного осевого сжатия.

Рассмотрим тонкую круговую цилиндрическую оболочку, состоящую из N изотропных слоев, характеризующихся толщиной h_k, модулем Юнга E_k и коэффициентом Пуассона ν_k, k = 1, 2, ..., N. В качестве исходной поверхности примем срединную поверхность какого-либо k-го слоя, которую отнесем к криволинейным ортогональным координатам $\alpha_1 = Rs$, $\alpha_2 = R\varphi$. Здесь R – радиус цилиндра исходной поверхности, φ и s – окружная и продольная координаты соответственно. Оболочка занимает область $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2$, $0 \le s \le l$, где $\varphi_1 \ge 0$, $\varphi_2 \le 2\pi$, т.е. в общем случае оболочка может быть незамкнутой в окружном направлении (случай цилиндрической панели).

Пусть оболочка подвержена действию неравномерно распределенной по контуру осевой сжимающей силы $N^0(\varphi)$. Под действием этой силы в оболочке в докритическом безмоментном состоянии возникают мембранные осевые усилия

$$T_1^0 = -\frac{N^0(\varphi)}{2\pi R} \qquad (1)$$

В дальнейшем будем считать, что выполняются гипотезы теории слоистых оболочек, сформулированные Григолюком и Куликовым [1]. В частности закон распределения тангенциальных перемещений по толщине пакета слоев считается нелинейным (обобщенная кинематическая гипотеза Тимошенко). В