Матэматыка

УДК 512.542

О произведении $\mathfrak{X}$-классов Фишера

Н.Т. Воробьев, А.Л. Атрашкевич
Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Классом Фишера называют класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ конечных групп G, удовлетворяющих условию: если $G \in \mathfrak{F}$ и H – подгруппа группы G, содержащая нормальную подгруппу N группы G такую, что H/N является p-группой (p – некоторое простое число), то $H \in \mathfrak{F}$.

Цель работы – обобщение понятия класса Фишера и изучение свойств произведений обобщенных классов Фишера. Пусть $\mathfrak{X}$ – нильпотентная формация Фиттинга.

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется $\mathfrak{X}$-классом Фишера, если из условия $G \in \mathfrak{F}$, $K \trianglelefteq G$, $K \leq H \leq G$ и $H/K \in \mathfrak{X}$, всегда следует, что $H \in \mathfrak{F}$. При этом формация Фиттинга $\mathfrak{X}$ нильпотентна, если $\mathfrak{X}$ состоит из нильпотентных групп. В случае, если $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп, то $\mathfrak{X}$-класс Фишера является классом Фишера. В работе изучены свойства характеристики класса Фишера и произведений $\mathfrak{X}$-классов Фишера. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – классы Фиттинга, то их произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H} = (G: G/G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H})$. Доказано, что если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ являются $\mathfrak{X}$-классами Фишера, то их произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ – $\mathfrak{X}$-класс Фишера.

Ключевые слова: *класс Фиттинга, класс Фишера, $\mathfrak{X}$-класс Фишера, характеристика класса групп, произведение классов Фиттинга.*

About Multiplication $\mathfrak{X}$-Fisher Classes

N.T. Vorobyev, A.L. Atrashkevich
Educational Establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

A Fischer classiscalled Fitting class if $G \in \mathfrak{F}$ of finite groups G, satisfying the condition: if $G \in \mathfrak{F}$ and H is a subgroup of G, containing a normal subgroup N of G such that H/N is a p-group (p is a some prime number), then $H \in \mathfrak{F}$. The paper defined the generalized Fischer's class.

A Fitting $H/N \in \mathfrak{X}$ class is called a Fischer $\mathfrak{X}$-class if $G \in \mathfrak{F}$ and $H/N \in \mathfrak{X}$, then $H \in \mathfrak{F}$. If $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}$, where $\mathfrak{N}$ is a class of all nilpotent groups, then Fischer $\mathfrak{X}$-class is a Fischer class. We studied the properties of characteristic of Fischer class and products of Fischer $\mathfrak{X}$-class. If the $\mathfrak{F}$ and $\mathfrak{H}$ Fitting classes, then their product $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ = (G: G / $G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H}$). It is proved that if $\mathfrak{H}$ and $\mathfrak{F}$ are the Fischer $\mathfrak{X}$-classes, thenproduct $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ is a Fischer $\mathfrak{X}$-class.

Key words: *Fitting class, Fischer class, Fischer $\mathfrak{X}$-class, product of a Fitting classes.*

Важное место в реализации задач исследования канонических подгрупп и характеризации классов конечных групп занимают классы Фишера. Классом Фишера [1] (см. также [2]) называют класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ конечных групп G, удовлетворяющих условию: если $G \in \mathfrak{F}$ и H – подгруппа группы G, содержащая нормальную подгруппу N группы G такую, что H/N является p-группой (p – некоторое простое число), то $H \in \mathfrak{F}$.

В работе рассматриваются только конечные группы.

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел и $\pi \subseteq \mathbb{P}$. Через $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{N}_\pi$ и $\mathfrak{E}_\pi$ мы будем обозначать классы всех нильпотентных групп, класс всех нильпотентных π-групп и класс всех π-групп соответственно. При этом подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-подгруппой G, если $H \in \mathfrak{F}$.

Напомним, что классом Фиттинга [3] называется класс групп $\mathfrak{F}$, который замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведения нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ являются классами Фиттинга, то их произведение – класс Фиттинга.

Цель работы – обобщение понятия класса Фишера и изучение свойств произведений обобщенных классов Фишера. Мы определяем понятие $\mathfrak{X}$-класса Фишера, где $\mathfrak{X}$ – нильпотентная формация Фиттинга, т.е. формация, состоящая из нильпотентных групп. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется $\mathfrak{X}$-*классом Фишера*, если из условия $G \in \mathfrak{F}$, $K \trianglelefteq G$, $K \leq H \leq G$ и $H/K \in \mathfrak{X}$ всегда следует, что $H \in \mathfrak{F}$.

Напомним, что формацией [4] называется класс групп $\mathfrak{F}$, если выполняются следующие условия:

1) если $G \in \mathfrak{F}$ и $N \trianglelefteq G$, то $G / N \in \mathfrak{F}$;
2) если $N_1, N_2 \trianglelefteq G$, причем $N_1 \cap N_2 = 1$ и $G / N_i \in \mathfrak{F}$, $i = 1, 2$, то $G \in \mathfrak{F}$.

Основной результат работы – следующая

Теорема. *Пусть $\mathfrak{X}$ – нильпотентная формация Фиттинга.*

Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ являются $\mathfrak{X}$-классами Фишера, то их произведение – $\mathfrak{X}$-класс Фишера.

В случае, когда $\mathfrak{X}=\mathfrak{N}$, следствием теоремы является известный результат Локетта о том, что произведение двух разрешимых классов Фишера – класс Фишера.

1. **Предварительные сведения.** Непустой класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга,* если выполняются следующие условия:

1) если $G \in \mathfrak{F}$ и $N \trianglelefteq G$, то $N \in \mathfrak{F}$;
2) если $M, N \trianglelefteq G = MN$, причем $M, N \in \mathfrak{F}$, то $G \in \mathfrak{F}$.

Если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то наибольшую нормальную $\mathfrak{F}$-подгруппу группы G называют $\mathfrak{F}$-*радикалом* G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Приведем в качестве лемм известные утверждения, которые мы будем использовать для доказательства основного результата.

Лемма 1.1 (теорема XI.1.12 (a) [5]). *Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – разрешимые классы Фиттинга, то их произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ является классом Фиттинга.*

Лемма 1.2 (теорема A.2.1, (b), (c), [5]). *Справедливы следующие утверждения:*

1) *если U и N подгруппы группы G и V нормализуют N, то имеет место изоморфизм: $VN/N \cong V/V \cap N$;*
2) *если M и N нормальные подгруппы группы G и $N \leq M$, справедлив изоморфизм $(G/N)/(M/N) \cong G/M$.*

Лемма 1.3 (тождество Дедекинда, A.1.3 [5]). *Пусть U, V, W – подгруппы группы G, причем* $V \leq U$. *Тогда справедливо равенство*

$U \cap VW = V(U \cap W)$.

Лемма 1.4 (лемма IX.1.1 (a) [5]). *Пусть $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга и N – нормальная подгруппа группы G. Тогда* $N_{\mathfrak{F}} = N \cap G_{\mathfrak{F}}$.

Лемма 1.5 (квази-R_0-лемма, IX.1.13 [5]). *Пусть N_1, N_2 – нормальные подгруппы группы G такие, что $N_1 \cap N_2=1$ и факторгруппа G/N_1N_2 – нильпотентная группа. Если $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга и* $G/N \in \mathfrak{F}$, *то* $G \in \mathfrak{F}$ *тогда и только тогда, когда $G/N_2 \in \mathfrak{F}$.*

2. **О характеристике классов Фишера.** Расширим понятие класса Фишера следующим образом.

Определение 2.1. Пусть $\mathfrak{X}$ – нильпотентная формация Фиттинга.

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется $\mathfrak{X}$-*классом Фишера,* если из условия $G \in \mathfrak{F}$, $K \trianglelefteq G$, $K \leq H \leq G$ и $H/K \in \mathfrak{X}$ всегда следует, что $H \in \mathfrak{F}$.

Легко видеть, что примером $\mathfrak{X}$-класса Фишера является любой наследственный класс Фиттинга.

Заметим, если $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп, то мы из указанного определения получаем в точности определение класса Фишера [1]. Таким образом, класс Фишера является специальным случаем $\mathfrak{X}$-класса Фишера.

Изучим свойства характеристики $\mathfrak{X}$-класса Фишера, которые мы будем использовать для доказательства основного результата.

Напомним, что если $\mathfrak{F}$ – класс групп, то $Char(\mathfrak{F}) = \{p \in P : Z_p \in \mathfrak{F}\}$ – его характеристика, где Z_p – циклическая группа порядка p. Через $\pi(\mathfrak{F})$ будем обозначать множество всех простых делителей всех групп из $\mathfrak{F}$.

Следующая лемма описывает свойства характеристики класса Фишера.

Лемма 2.2. *Пусть $\mathfrak{F}$ является $\mathfrak{X}$-классом Фишера. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $Char(\mathfrak{F}) = \pi(\mathfrak{F})$;
2) $\mathfrak{N}_{\pi(\mathfrak{F})} \subseteq \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. 1) Докажем, что $Char(\mathfrak{F}) = \pi(\mathfrak{F})$. Пусть $p \in Char(\mathfrak{F})$.

Тогда циклическая группа порядка p является $\mathfrak{F}$-подгруппой, т.е. $Z_p \in \mathfrak{F}$.

Следовательно, $p \in \pi(\mathfrak{F})$ и поэтому $Char(\mathfrak{F}) = \pi(\mathfrak{F})$.

Докажем обратное включение. Пусть $q \in \pi(\mathfrak{F})$. Тогда существует группа $G \in \mathfrak{F}$ такая, что q является простым делителем порядка этой группы. В этом случае существует элемент $q \in G$ порядка q. Но тогда по определению класса Фишера циклическая группа $Z_p \in \mathfrak{F}$. Это означает, что $q \in Char(\mathfrak{F})$ и, следовательно, $\pi(\mathfrak{F}) \subseteq Char(\mathfrak{F})$. Таким образом, $\pi(\mathfrak{F}) = Char(\mathfrak{F})$ и утверждение (1) доказано.

Справедливость утверждения (2) следует непосредственно из (1) и теоремы IX.1.9 [2].

3. **Доказательство теоремы.** Докажем основной результат работы о свойстве произведений $\mathfrak{X}$-классов Фишера, который представляем теоремой, сформулированной в начале работы.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – классы Фиттинга. Тогда по лемме 1.1 их произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ является классом Фиттинга. Поэтому для доказательства теоремы достаточно выяснить, что если G – группа из $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ и K – ее нормальная подгруппа, содержащаяся в подгруппе H группы G такая, что $H/K \in \mathfrak{X}$, то $H \in \mathfrak{F}\mathfrak{H}$. Доказательство теоремы разобьем на несколько этапов.

(1) *Докажем, что из предположения* $\mathfrak{X}$ *следует, что факторгруппы* $HG_{\mathfrak{F}}/KG_{\mathfrak{F}}$ *и* $H\cap G_{\mathfrak{F}}/K\cap G_{\mathfrak{F}}$ *являются группами из класса* $\mathfrak{X}$.

Так как $K \trianglelefteq G$ и $K \leq HG_{\mathfrak{F}} \leq G$, то $K \trianglelefteq HG_{\mathfrak{F}}$.

Кроме того, $G_{\mathfrak{F}} \trianglelefteq G$ и $G_{\mathfrak{F}} \leq HG_{\mathfrak{F}} \leq G$, тогда $G_{\mathfrak{F}} \leq HG_{\mathfrak{F}}$. Таким образом, $KG_{\mathfrak{F}} \trianglelefteq HG_{\mathfrak{F}}$.

Следовательно, факторгруппа $HG_{\mathfrak{F}}/KG_{\mathfrak{F}} = HKG_{\mathfrak{F}}/KG_{\mathfrak{F}} \cong H/H\cap K$ по утверждению 1 леммы 1.2. Но тогда, применяя утверждение 2 леммы 1.2, имеем изоморфизм $(H/K)/((H\cap KG_{\mathfrak{F}})/K) \cong H/H\cap KG_{\mathfrak{F}}$.

Так как по условию $H/K \in \mathfrak{X}$ и класс групп $\mathfrak{X}$ является формацией, то группа $(H/K)/(H\cap KG_{\mathfrak{F}}/K) \in \mathfrak{X}$. Но тогда ей изоморфна группа $H/H\cap KG_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$. Кроме того, $H/H \cap KG_{\mathfrak{F}} \cong HG_{\mathfrak{F}}/KG_{\mathfrak{F}}$.

Следовательно, $HG_{\mathfrak{F}}/KG_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$. Покажем, что $H\cap G_{\mathfrak{F}}/K\cap G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$. Так как $K \trianglelefteq H$, то $H\cap G_{\mathfrak{F}}/K\cap G_{\mathfrak{F}} = (H\cap G_{\mathfrak{F}})/(H\cap G_{\mathfrak{F}})\cap K$.

Применяя теперь утверждение 1 леммы 1.2, имеем изоморфизм $H \cap G_{\mathfrak{F}}/K\cap G_{\mathfrak{F}} \cong (H\cap G_{\mathfrak{F}})K/K$. Но $(H\cap G_{\mathfrak{F}})K/K$ – нормальная подгруппа группы $H/K \in \mathfrak{X}$. Так как $\mathfrak{X}$ – класс Фиттинга, то группа $(H\cap G_{\mathfrak{F}})K/K \in \mathfrak{X}$ и поэтому ей изоморфна группа $H \cap G_{\mathfrak{F}}/K\cap G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$.

(2) *Используя* (1), *докажем, что* $H/H\cap G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H}$.

Пусть $\overline{G} = G/G_{\mathfrak{F}}$, $\overline{K} = KG_{\mathfrak{F}}/G_{\mathfrak{F}}$ и $\overline{H} = HG_{\mathfrak{F}}/G_{\mathfrak{F}}$. Тогда из того, что $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ следует, что $\bar{G} \in \mathfrak{H}$. Кроме того, $\overline{K} \trianglelefteq \overline{G}$ и по лемме 1.2 $\overline{H}/\overline{K} \cong HG_{\mathfrak{F}}/KG_{\mathfrak{F}}$. Таким образом, ввиду (1) $\bar{G} \in \mathfrak{H}$, $\overline{K}\trianglelefteq\bar{G}$, $\overline{K}\leq\overline{H}\leq\bar{G}$ и $\overline{H}/\overline{K} \in \mathfrak{X}$. Но $\mathfrak{H}$ является $\mathfrak{X}$-классом Фишера. Следовательно, $\overline{H} = HG_{\mathfrak{F}}/G_{\mathfrak{F}}\mathfrak{H}$ и поэтому по утверждению 1 леммы 1.2 $HG_{\mathfrak{F}}/G_{\mathfrak{F}} \cong H/H\cap G_{\mathfrak{F}}\mathfrak{H}$.

(3) *Докажем равенство*

$$H_{\mathfrak{F}}\cap\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K = H\cap G_{\mathfrak{F}}.$$

Вначале заметим, что $G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{F}$, $K\cap G_{\mathfrak{F}}\trianglelefteq G_{\mathfrak{F}}$, $K\cap G_{\mathfrak{F}} \leq H\cap G_{\mathfrak{F}} \leq G_{\mathfrak{F}}$ и ввиду (1) $H\cap G_{\mathfrak{F}}/K\cap G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$. Следовательно, из того, что $\mathfrak{F}$ – $\mathfrak{X}$-класс Фишера, вытекает $H\cap G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{F}$. Но $H\cap G_{\mathfrak{F}}\trianglelefteq H$ и поэтому по определению $\mathfrak{F}$-радикала группы H заключаем, что $H\cap G_{\mathfrak{F}}\leq H_{\mathfrak{F}}$. Теперь, используя лемму 1.3 (тождество Дедекинда), получаем равенство

$$H_{\mathfrak{F}}\cap\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K = \big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)\big(H_{\mathfrak{F}}\cap K\big).$$

Так как К ⊴ Н, то по лемме 1.4

$$H_{\mathfrak{F}}\cap K = K_{\mathfrak{F}}.$$

Следовательно,

$$H_{\mathfrak{F}}\cap\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K = \big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K_{\mathfrak{F}}.$$

Очевидно, $K_{\mathfrak{F}} \subseteq H\cap G_{\mathfrak{F}}$.

Значит, $H_{\mathfrak{F}}\cap\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K = H\cap G_{\mathfrak{F}}$.

(4) *Докажем, что* $H/\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K \in \mathfrak{H}$.

Ввиду (2) $H/H\cap G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H}$. Кроме того, $H\cap G_{\mathfrak{F}} \trianglelefteq \big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K$. Заметим, что из $H/K \in \mathfrak{X}$ следует $H/\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K \in \mathfrak{X}$. Следовательно, так как $\mathfrak{X}$ – формация, то по утверждению 2 леммы 1.2

$$H/\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K \cong H/(H\cap G_{\mathfrak{F}})/(H\cap G_{\mathfrak{F}})K/(H\cap G_{\mathfrak{F}}).$$

Значит,

$$H/\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K = (\mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})}\cap\mathfrak{N})\cap\mathfrak{X} = \mathfrak{N}_{\pi(\mathfrak{H})}\cap\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{H} \in$$
$$\in \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{H})}\cap\mathfrak{N}_{\pi(\mathfrak{X})} = \mathfrak{N}_{\pi(\mathfrak{H})}.$$

По лемме 2.2 $H/\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K \in \mathfrak{N}_{\pi(\mathfrak{H})} \subseteq \mathfrak{H}$.

З а к л ю ч и т е л ь н ы й ш а г.

Применяя (1)–(4), покажем, что $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$.

Для этого используем лемму 5 (квази-R_0-лемму) для групп:

$$\bar{G} = H/H\cap G_{\mathfrak{F}},\ \overline{K_1} = \big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K/H\cap G_{\mathfrak{F}},$$
$$\overline{K_2} = H_{\mathfrak{F}}/H\cap G_{\mathfrak{F}}.$$

Вначале проверим выполнимость всех условий квази-R_0-леммы для групп $\bar{G}, \bar{K}_1, \bar{K}_2$.

Очевидно, что $\overline{K}_1\trianglelefteq\bar{G}$ и $\overline{K}_2\trianglelefteq\bar{G}$. Рассмотрим пересечение

$$\overline{K}_1 \cap \overline{K}_2=(\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K/H\cap G_{\mathfrak{F}})\cap(H_{\mathfrak{F}}/H\cap G_{\mathfrak{F}}).$$

Ввиду (3) получаем

$$\overline{K_1} \cap \overline{K}_2 = (H_{\mathfrak{F}}\cap\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K)/(H\cap G_{\mathfrak{F}}) =$$
$$= (H\cap G_{\mathfrak{F}})/(H\cap G_{\mathfrak{F}}) = 1.$$

Составим факторгруппу $\bar{G}/\overline{K}_1\overline{K}_2$ и покажем ее нильпотентность.

Действительно,

$$\bar{G}/\overline{K}_1\overline{K}_2 =$$
$$= (H/H\cap G_{\mathfrak{F}})/((\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K/(H\cap G_{\mathfrak{F}})(H_{\mathfrak{F}}/H\cap G_{\mathfrak{F}})) =$$
$$= (H_{\mathfrak{F}}/H\cap G_{\mathfrak{F}})/((\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)KH_{\mathfrak{F}})/(H\cap G_{\mathfrak{F}}).$$

Так как по условию $H/K \in \mathfrak{F}$ и $\mathfrak{X}$ – формация, то ввиду изоморфизма $H/K/H_{\mathfrak{F}}K/K \cong H/H_{\mathfrak{F}}K$ следует $H/H_{\mathfrak{F}}K \in \mathfrak{X}$. Учитывая, что в (3) установлено, что $H \cap G_{\mathfrak{F}} \subseteq H_{\mathfrak{F}}$, по утверждению 2 леммы 1.2 мы получаем

$$\bar{G}/\overline{K}_1\overline{K}_2=$$
$$= (H/H\cap G_{\mathfrak{F}})/(H_{\mathfrak{F}}K/H\cap G_{\mathfrak{F}}) \cong H/H_{\mathfrak{F}}K \in \mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{N}.$$

Остается проверить $\bar{G}/\overline{K}_1 \in \mathfrak{H}$. Применяя утверждение 2 леммы 1.3, имеем

$$\bar{G}/\overline{K}_1=(H/H\cap G_{\mathfrak{F}})/(\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K/(H\cap G_{\mathfrak{F}}) \cong$$
$$\cong H/(H \cap G_{\mathfrak{F}})K.$$

Но ввиду (4) $H/\big(H\cap G_{\mathfrak{F}}\big)K \in \mathfrak{H}$ и поэтому $\bar{G}/\overline{K}_1 \in \mathfrak{H}$. Таким образом, все условия квази-R_0-леммы выполняются. Теперь ввиду (2) $\bar{G} \in \mathfrak{H}$ и по заключению квази-R_0-леммы это равносильно тому, что $\bar{G}/\bar{K}_2 \in \mathfrak{H}$. Последнее означает по утверждению 2 леммы 1.2, что $(H/H \cap G_{\mathfrak{F}})/(H_{\mathfrak{F}}/H \cap G_{\mathfrak{F}}) \cong H/H_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H}$.

Следовательно, $H \in \mathfrak{F}\mathfrak{H}$ и произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ является $\mathfrak{X}$-классом Фишера.

Теорема доказана.

В случае, если $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп, из теоремы вытекает известный результат Локетта, который приведем как

Следствие 3.2 (Локетт [5], теорема IX.3.8. [5]). *Произведение двух любых разрешимых классов Фишера является классом Фишера.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Fischer, B. Klassen konjugierter Untergruppen inendlichenauflosbaren Gruppen / B. Fischer. – Habilitationschrift. Universitat Frankfurt (M), 1966.
2. Hartley, B. On Fischer's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol. 3, № 2. – P. 193–207.
3. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
4. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
5. Lockett, F.P. On the theory of Fitting classes of finite solvable groups: Ph. D. thesis. University of Warwick / F.P. Lockett. – Warwick, 1971.

REFERENCES

1. Fischer, B. Klassen konjugierter Untergruppen inendlichenauflosbaren Gruppen / B. Fischer. – Habilitationschrift. Universitat Frankfurt (M), 1966.
2. Hartley, B. On Fischer's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol. 3, № 2. – P. 193–207.
3. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
4. Shemetkov L.A. *Formatsii konechnikh grupp* [Finite Group Formations], M., Nauka, 1978, 272 p.
5. Lockett, F.P. On the theory of Fitting classes of finite solvable groups: Ph. D. thesis. University of Warwick / F.P. Lockett. – Warwick, 1971.

Поступила в редакцию 12.07.2016
Адрес для корреспонденции: e-mail: alesy.2016@gmail.com – Атрашкевич А.Л.