УДК 512.542

Н.Т.Воробьев, Го Вэньбинь, Е.Н. Залесская

О контрпримере к гипотезе Локетта

В теории классов Фиттинга одной из наиболее важных задач является исследование общей структуры классов Фиттинга. Напомним, что классом Фиттинга называется класс групп $\mathbf{F}$, удовлетворяющий следующим условиям:

1) каждая нормальная подгруппа любой группы из $\mathbf{F}$ также принадлежит $\mathbf{F}$;

2) из того, что нормальные подгруппы A и B группы G принадлежат $\mathbf{F}$, всегда следует, что их произведение AB принадлежит $\mathbf{F}$.

В настоящее время одной из основополагающих конструкций в исследовании структуры классов Фиттинга являются операторы Локетта «*» и «$_*$», которые были определены [1]. А именно, для любого класса Фиттинга $\mathbf{F}$ Локетт определяет класс $\mathbf{F}^*$ как наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathbf{F}$, такой, что для всех групп G и H справедливо равенство $(G\times H)_{\mathbf{F}^*}=G_{\mathbf{F}^*}\times H_{\mathbf{F}^*}$, и класс $\mathbf{F}_*$ как пересечение всех таких классов Фиттинга $\mathbf{X}$, для которых $\mathbf{X}^* = \mathbf{F}^*$. Класс Фиттинга $\mathbf{F}$ называют классом Локетта, если $\mathbf{F} = \mathbf{F}^*$.

Как установлено в [1], для любого класса Фиттинга $\mathbf{F}$ справедливы включения: $\mathbf{F}_* \subseteq \mathbf{F} \subseteq \mathbf{F}^*$ и $\mathbf{F}_* \subseteq \mathbf{F}^* \cap \mathbf{N}(\mathbf{F}) \subseteq \mathbf{F}^*$, где $\mathbf{N}(\mathbf{F})$ – нормальный класс Фиттинга, порожденный $\mathbf{F}$.

В связи с этим Локеттом [1] была сформулирована следующая проблема, которая в настоящее время известна как

Гипотеза Локетта. Каждый класс Фиттинга $\mathbf{F}$ совпадает с пересечением $\mathbf{F}^*\cap\mathbf{N}(\mathbf{F})$.

Напомним, что непустой класс Фиттинга $\mathbf{F}$ называется нормальным, если в любой группе G ее $\mathbf{F}$-радикал $G_{\mathbf{F}}$ является $\mathbf{F}$-максимальной подгруппой G.

Учитывая результаты [1], легко видеть, что любой нормальный класс Фиттинга удовлетворяет гипотезе Локетта. В последующем гипотеза Локетта была подтверждена для следующих семейств ненормальных классов Фиттинга: локальных наследственных (Брайс и Косси [2]), локальных вида $\mathbf{XN}$, $\mathbf{XS}_{\pi}\mathbf{S}_{\pi'}$ (Бейдлеман и Хаук [3]), произвольных локальных (Н.Т.Воробьев [4]).

Однако Бергером и Косси [5] был построен пример класса Локетта, который не является локальным и для которого гипотеза Локетта неверна.

Хотя гипотеза Локетта была подтверждена для ω-локальных классов Фиттинга $\mathbf{F}$ с $\mathrm{Char}(\mathbf{F})\subseteq\omega$ [6], до настоящего времени вопрос о существовании ненормальных разрешимых ω-локальных классов Фиттинга, не удовлетворяющих гипотезе Локетта, оставался открытым.

Напомним, что если $\varnothing \neq \omega \subseteq P$, где P – множество всех простых чисел, то класс Фиттинга $\mathbf{F}$ называется ω-локальным [7], если $l\mathrm{Fit}\mathbf{F} \subseteq \mathbf{FN}_{\omega'}$, где $l\mathrm{Fit}\mathbf{F}$ – локальный класс Фиттинга, порожденный $\mathbf{F}$. Заметим, что в случае, когда $\omega=\{p\}$ – одноэлементное множество, класс Фиттинга называется p-локальным.

В данной работе мы строим пример p-локального класса Фиттинга, который не удовлетворяет гипотезе Локетта.

В определениях и обозначениях мы следуем [7, 8]. Рассматриваются только конечные разрешимые группы. Для доказательства основного результата мы будем использовать известные утверждения, которые приведем в качестве лемм.

***Лемма 1** [4]. Если $\mathbf{F}$ – некоторый класс Фиттинга и $\mathbf{X}$ – насыщенный радикальный гомоморф, то $(\mathbf{F}\mathbf{X})^*=\mathbf{F}^*\mathbf{X}$.*

Лемма 2 [8]. *Пусть* $\mathbf{X}$ *и* $\mathbf{Y}$ *– классы Фиттинга. Справедливы следующие утверждения:*

1) *если* $\mathbf{X}\subseteq\mathbf{Y}$, то $\mathbf{X}^*\subseteq\mathbf{Y}^*$ и $\mathbf{X}_*\subseteq\mathbf{Y}_*$;

2) $(\mathbf{X}_*)_*=\mathbf{X}_*=(\mathbf{X}^*)_*\subseteq\mathbf{X}\subseteq\mathbf{X}^*=(\mathbf{X}_*)^*=(\mathbf{X}^*)^*$.

Пример. Для построения примера мы будем использовать конструкцию класса Фиттинга, предложенную Бергером и Косси [5].

Пусть R – экстраспециальная группа порядка 27 и экспоненты 3. Тогда $SL(2,3) \le C_{Aut(R)}(Z(R))$. Пусть M=PSL(2,3). Тогда M имеет неприводимый точный модуль W над полем GF(7) размерности 3. Следуя [5], положим Y=WR и X=YP, где P обозначает центр подгруппы кватернионов PSL(2,3). Наконец, пусть Z=YQ и H=YM.

Определим класс Фиттинга $\mathbf{F}$ со следующими свойствами:

1) $\mathbf{F}=(G|O_2(G/O_{\{2,3\}}(G))\in S_nD_0(X))\cap\mathbf{S}_7\mathbf{S}_3\mathbf{S}_2$;

2) $H_\mathbf{F}=Y$;

3) $H_{\mathbf{F}^*}=X$.

Как доказано [5], класс Фиттинга $\mathbf{F}$ не удовлетворяет гипотезе Локетта (см. например стр. 773 [8]).

Пусть теперь класс Фиттинга $\mathbf{H}=\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p$. Ввиду примера 12 [7], класс Фиттинга $\mathbf{H}$ p-локален. Предположим от противного, что класс $\mathbf{H}$ удовлетворяет гипотезе Локетта. Тогда справедливо равенство $(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* = (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)^*\cap\mathbf{S}_*$. Так как $\mathbf{N}_p$ – насыщенный радикальный гомоморф, то по лемме 1 имеем $(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)^* = (\mathbf{F}_*)^*\mathbf{N}_p = \mathbf{F}^*\mathbf{N}_p$. Следовательно, $(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* = \mathbf{F}^*\mathbf{N}_p\cap\mathbf{S}_*$. Значит, верно равенство $\cap_p (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* = \cap_p (\mathbf{F}^*\mathbf{N}_p\cap\mathbf{S}_*)$. Но $\cap_p(\mathbf{F}^*\mathbf{N}_p \cap \mathbf{S}_*) = \cap_p(\mathbf{F}^*\mathbf{N}_p) \cap \mathbf{S}_* = \mathbf{F}^* \cap \mathbf{S}_*$. Так как $|\pi(\mathbf{F})| \ge 2$, то для доказательства равенства $\cap_p(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* = \mathbf{F}_*$ достаточно показать, что $(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* \cap (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q)_* = \mathbf{F}_*$ для различных простых p и q. Ввиду утверждения 2 леммы 2 $(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* \subseteq \mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p$ и $(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q)_* \subseteq \mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q$. Следовательно,

$$(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_*\cap(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q)_*\subseteq\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p\cap\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q=\mathbf{F}_*. \qquad (1)$$

С другой стороны, $\mathbf{F}_*\subseteq\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p$. Значит, по утверждению 1 леммы 2 $(\mathbf{F}_*)_* = \mathbf{F}_* \subseteq (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_*$. Аналогично, $\mathbf{F}_*\subseteq (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q)_*$. Следовательно,

$$\mathbf{F}_*\subseteq(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_*\cap(\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q)_*. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) получаем, что $\mathbf{F}_* = (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_p)_* \cap (\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}_q)_*$.

Итак, $\mathbf{F}_* = \mathbf{F}^*\cap\mathbf{S}_*$, то есть $\mathbf{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта. Получили противоречие с тем, что $\mathbf{F}$ не удовлетворяет гипотезе Локетта. Значит, $\mathbf{H}$ не удовлетворяет гипотезе Локетта.

Замечание. Аналогично можно получить более общее утверждение:

1) Пусть $\mathbf{H} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{Y}_i$, где $\mathbf{F}$ – конструкция класса Фиттинга, предложенная Бергером и Косси в [5], $\{\mathbf{Y}_i | i\in I\}$ – семейство насыщенных радикальных гомоморфов, таких, что $\mathbf{Y}_i\cap\mathbf{Y}_j = (1)$ при $I \ne j$. Тогда класс Фиттинга $\mathbf{H}$ не удовлетворяет гипотезе Локетта.

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Lockett P.*** The Fitting class $\mathbf{X}^*$ // Math. Z., 1974, Bd.137, № 2. C. 131-136.
2. ***Bryce R.A., Cossey J.*** A problem in Theory of Normal Fitting classes // Math. Z., 1975. Bd.141, № 2. C. 99-110.
3. ***Beidleman J.C., Hauck P.*** Uber Fittingklassen und die Lockett-Vermutung // Math. Z., 1979. Bd.167, № 2. C. 161-167.
4. ***Воробьев Н.Т.*** О радикальных классах конечных групп с условием Локетта // Мат. заметки, 1988. Т. 43, № 2. С. 161-168.

5. **Berger T.R., Cossey J.** An example in the theory of normal Fitting classes // Math. Z., 1977. Bd. 154. C. 287-293.
6. **Воробьев Н.Т., Залесская Е.Н.** О решетках ω-локальных классов Фиттинга // Математический конгресс. Киев, 2001. С.18-19.
7. **Скиба А.Н., Шеметков Л.А.** Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды, 1999. Т. 2, № 2. С.114-147.
8. **Doerk K., Hawkes T.** Finite solvable groups. Waltor de Gryeter, New York, Berlin, 1992. –891 p.

S U M M A R Y

In this paper we consider the non-normal soluble p-local Fitting classes, which don't satisfy the Lockett conjecture.

Поступила в редакцию 30.11.2002

УДК 792.092

П.С. Васильков, В.А. Лосев

Значение психологической подготовки к соревнованиям в спортивной борьбе

Оценка достижений в спортивных единоборствах показывает, что, как правило, спортсмены равны в показателях тактики и техники, в физической подготовленности, а особую значимость на данном этапе приобретает психологическая подготовка. При изучении данную проблему очевидно, что даже очень хорошо подготовленный физически и технически спортсмен не может одержать победу в соревнованиях, если у него недостаточно развиты необходимые для этого психические функции и качества, и наоборот, нередко «средние» по своим физическим качествам и способностям спортсмены одерживали победу т.к. проявляли максимальные волевые усилия, а тренер постоянно оказывал влияние на спортсмена во время поединка в изменяющихся условиях соревнования. Тем самым исключая главную ошибку – преуменьшение влияния на спорт смены ситуации боя. Такая ошибка получила название «каузальная атрибуция» [1-3].

На основе проведенных нами исследований этой проблемы на чемпионате РБ, а также беседы с тренерами по боксу, каратэ, борьбе и др. можно сделать вывод: психологическая подготовка достигается приближением условий учебно-тренировочных занятий к типичным условиям соревнований в единоборствах. Пример – спортсмен вяло ведет учебное задание, в нужный момент не показывает скорости, точности, взрывной силы, допускает сбои, остановки; наблюдающий тренер словами воздействует на поведение спортсмена и спортсмен мобилизовав себя, проявив волю показывает и скорость и «взрывность» на протяжении всей схватки – это хорошо; если не сумел себя заставить, мобилизоваться, значит и в ответственный момент соревнования он не сумеет себя настроить и будет проигрывать. Такого спортсмена необходимо научить приходить в состояние готовности, а тренеру-психологу в состояние спортсмена перенести внимание на его техническую подготовку.

У борцов высшей квалификации предсоревновательная подготовка к конкретным соревнованиям начинается примерно за 1-2 месяца до выступления. Раннюю психологическую подготовку к соревнованиям в единоборствах можно представить как систему звеньев в общем виде: