$G/G_{\mathfrak{X}}$ содержащие $G_{\mathfrak{F}}/G_{\mathfrak{X}}$, сопряжены. Поэтому сопряженными будут всякие две $\mathfrak{F}$-максимальные подгруппы группы G, содержащие $G_{\mathfrak{F}}$. Итак, класс $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию (*), и теорема доказана.

Следствие. Пусть $\Delta = \{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n, \ldots\}$ – такое разбиение множества всех простых чисел, в котором для некоторого j $\pi_j \supseteq \pi'$. Сопоставим каждому π_i из Δ класс Фиттинга $f(\pi_i)$. Пусть $\mathfrak{F} = \bigcap_i f(\pi_i)\, \mathfrak{E}_{\pi i}\mathfrak{E}_{\pi i'}$. Если для любого i класс $f(\pi_i)$ удовлетворяет условию (*), то класс F –тоже.

Д о к а з а т е л ь с т в о. По теореме 2.3) класс $\mathfrak{E}_{\pi i}\, \mathfrak{E}_{\pi i'}$ удовлетворяет условию (*). Так как $f(\pi_i)$ удовлетворяет условию (*), то по теореме 9 класс $f(\pi_i)\, \mathfrak{E}_{\pi i}\, \mathfrak{E}_{\pi i'}$ тоже удовлетворяет условию (*). Тогда по теореме 3 класс $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию (*).

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Сементовский В.Г.*** Признак существования и сопряженности инъекторов конечных π-разрешимых групп // Веснік ВДУ. 2001. № 3(21). С. 90-94.
2. ***Сементовский В.Г.*** Δ-нильпотентные инъекторы конечных // Вопросы алгебры, 1. Мн., 1985. С. 72-86.
3. ***Doerk K., Hawkes T.*** Finite soluble groups. Berlin-New-York, 1992. P.563-566.

S U M M A R Y

The present paper proves the existence and conjugacy of injectors of π-soluble groups for Fitting classes with some conditions and also for products andintersections of such classes.

Поступила в редакцию 1.11.2001

УДК 512.54

Е.Н. Залесская

О нелокальных классах Локетта

Введение. Локальный метод изучения конечных разрешимых групп с помощью радикалов и классов Фиттинга был предложен в 1969 году Хартли [1]. Идея локализации Хартли состоит в изучении классов групп в терминах p-групп и радикалов, определяемых отображениями (функциями Хартли) множества **P** всех простых чисел во множества классов Фиттинга. При этом класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется локальным, если существует функция Хартли f такая, что $\mathfrak{F}=LR(f)$, где $LR(f)=\mathfrak{E}_{\pi}\cap(\cap_{p\in\pi} f(p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'})$, $\pi=Supp(f)=\{p\in \mathbf{P} \mid f(p)\neq\varnothing\}$. Напомним, что функция Хартли f класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется

1) приведенной, если $f(p)\subseteq\mathfrak{F}$ для каждого простого p;

2) полной, если $f(p)\mathfrak{N}_p=f(p)$ для всех простых p.

Развивая локальный метод, А.Н. Скиба и Л.А. Шеметков предложили идею частичной локализации [2] для исследования классов Фиттинга.

Пусть ω – некоторое непустое множество простых чисел. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют ω-локальным [2], если $l\mathrm{Fit}\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}\mathfrak{N}_{\omega'}$, где $l\mathrm{Fit}\mathfrak{F}$ – локальный класс Фиттинга, порожденный $\mathfrak{F}$. Заметим, что в общем случае ω-локальный класс Фиттинга не является локальным.

Первая часть настоящей работы посвящена построению нелокальных классов Локетта, которые ω-локальны и не являются нормальными.

Во второй части работы определяются достаточные условия для построения нелокальных классов Фиттинга с помощью нормальных классов Фиттинга и классов Локетта.

Напомним, что непустой класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется нормальным [3], если в любой группе G ее $\mathfrak{F}$-радикал $G_{\mathfrak{F}}$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой G. Заметим также, что для любого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ класс $\mathfrak{F}^*$ [4] определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathfrak{F}$, такой, что для всех групп G и H справедливо равенство $(G\times H)_{\mathfrak{F}^*}=G_{\mathfrak{F}^*}\times H_{\mathfrak{F}^*}$ и $\mathfrak{F}_*$ – пересечение всех таких классов Фиттинга $\mathfrak{X}$, для которых $\mathfrak{X}^*=\mathfrak{F}^*$. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется классом Локетта, если $\mathfrak{F}=\mathfrak{F}^*$.

Все рассматриваемые группы конечны. В определениях и обозначениях мы следуем [3].

Вначале приведем в качестве лемм некоторые известные результаты, которые мы будем использовать.

Лемма 1 [3]. *Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является нормальным тогда и только тогда, когда $\mathfrak{F}^*=\mathfrak{S}$, где $\mathfrak{S}$ – класс всех конечных разрешимых групп.*

Напомним, что если $\mathfrak{X}$ – некоторый класс групп, то через $\mathrm{Fit}(\mathfrak{X})$ обозначают класс Фиттинга, порожденный $\mathfrak{X}$. В случае, когда $\mathfrak{X}=\{G\}$, будем обозначать $\mathrm{Fit}\{G\}$ через FitG. Пусть $F^p(G)=G^{\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'}}$ обозначает $\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'}$-корадикал группы G. Тогда класс Фиттинга

$$\mathfrak{X}(F^p)=\mathrm{Fit}(F^p(G) \mid G\in\mathfrak{X}),\ \text{если } p\in\pi(\mathfrak{X})$$
$$\text{и } \mathfrak{X}(F^p)=\varnothing,\ \text{если } p\notin\pi(\mathfrak{X}),$$

где $\pi(\mathfrak{X})$ – множество всех простых делителей всех групп из $\mathfrak{X}$.

Если ω – некоторое непустое множество простых чисел, то ввиду [2] ω-локальный класс Фиттинга можно определить с помощью функции f: $\omega\cup\{\omega'\}\to$\{классы Фиттинга\}, которая называется ω-локальной функцией Хартли.

Пусть $LR_\omega(f)=\{G \mid G^{\omega d}\in f(\omega')$ и $F^p(G)\in f(p)$ для всех $p\in\omega\cap\pi(G)\}$, где $G^{\omega d}=G^{\mathfrak{E}_{\omega d}}$ и $\mathfrak{E}_{\omega d}$ – класс всех тех групп, в которых каждый композиционный фактор является ωd-группой. Тогда класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют ω-локальным [2], если $\mathfrak{F}=LR_\omega(f)$ для некоторой ω-локальной H-функции f.

Лемма 2 [2]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга. Тогда следующие условия равносильны:*

1) $\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{F}$ *для всех* $p\in\omega$;

2) $\mathfrak{F}=LR_\omega(f)$, *где* $f(\omega')=\mathfrak{F}$ и $f(p)=\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p$ *для всех* $p\in\omega$;

3) *класс $\mathfrak{F}$ является ω-локальным.*

Лемма 3 [5]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга. Если существует класс Фиттинга $\mathfrak{Y}$ такой, что $\mathfrak{Y}\mathfrak{E}_p\subseteq\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{Y}\mathfrak{E}_p\mathfrak{E}_{p'}$ для всех* $p\in\mathrm{Char}(\mathfrak{F})$, *то $\mathfrak{F}^*=\mathfrak{F}$.*

Лемма 4 [5]. *Пусть* p *– простое число и $\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{X}$ – классы Фиттинга. Если существует класс Фиттинга $\mathfrak{Y}$ такой, что $(\mathfrak{F}_*\mathfrak{E}_{p'}\cap\mathfrak{F})\vee\mathfrak{Y}\mathfrak{E}_p=\mathfrak{F}$, то $\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}_*\mathfrak{E}_{p'}$.*

Лемма 5 [3]. *Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ – классы Фиттинга. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) *Если $\mathfrak{X}\subseteq\mathfrak{Y}$, то $\mathfrak{X}^*\subseteq\mathfrak{Y}^*$ и $\mathfrak{X}_*\subseteq\mathfrak{Y}_*$*;

2) $\mathfrak{X}_*\subseteq\mathfrak{X}\subseteq\mathfrak{X}^*$;

3) $\mathfrak{X}\subseteq\mathfrak{X}_*\mathfrak{A}$, *где $\mathfrak{A}$ – класс всех конечных абелевых групп.*

Нелокальные классы Локетта, определяемые p-локально

Заметим, что в случае $\omega=\mathbb{P}$ – множеству всех простых чисел – ω-локальный класс Фиттинга является локальным. Однако тот факт, что не каждый ω-локальный класс Фиттинга является локальным, подтверждает следующий

Пример 1.1. Пусть $\mathfrak{F}$ – произвольный нетривиальный (отличный от $\mathfrak{S}$) нормальный класс Фиттинга. Покажем, что $\mathfrak{F}$ нелокален. Действительно, если $\mathfrak{F}$ – локален, то по лемме 5 [6] $\mathfrak{F}$ является классом Локетта и поэтому по определению класса Локетта и лемме 1 $\mathfrak{F}^*=\mathfrak{F}=\mathfrak{S}$. Полученное противоречие показывает, что любой нетривиальный нормальный класс Фиттинга нелокален. Пусть теперь класс Фиттинга $\mathfrak{X}=\mathfrak{F}\mathfrak{N}_p$ (p – простое число). Тогда по теореме Косси [7] класс $\mathfrak{X}$ – нетривиальный нормальный класс Фиттинга и, следовательно, нелокален. Но так как $\mathfrak{X}(X^p)\subseteq\mathfrak{F}$ и, следовательно, $\mathfrak{X}(X^p)\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{F}\mathfrak{N}_p=\mathfrak{X}$, то по лемме 2 последнее означает, что $\mathfrak{X}$ - ω-локальный класс Фиттинга для $\omega=\{p\}$.

Замечание 1.2. Напомним, что $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\{p\in\mathbb{P}: Z_p\in\mathfrak{F}\}$ – характеристика класса $\mathfrak{F}$. Покажем, что разрешимый ω-локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ с $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\omega$ локален. Действительно, так как $\mathfrak{F}$ – разрешимый класс Фиттинга, то $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\pi(\mathfrak{F})$. Кроме того, ввиду леммы 2, из того, что $\mathfrak{F}$ - ω-локальный класс Фиттинга с $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\omega$, следует, что $\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{S}_{p'}$ для всех простых чисел $p\in\omega$. Поэтому $\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{S}_{p'}=\mathfrak{F}\mathfrak{S}_{p'}$ для всех $p\in\omega$. Следовательно, $\mathfrak{F}=\mathfrak{S}_\omega\cap\mathfrak{F}\mathfrak{S}_{\omega'}=\mathfrak{S}_\omega\cap(\cap_{p\in\omega}\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{S}_{p'})$. Последнее ввиду определения 2.4 [5] означает, что класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ локален.

Возникает вопрос о существовании в классе $\mathfrak{E}$ всех конечных групп ω-локальных классов Фиттинга $\mathfrak{F}$ с $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\omega$, которые нелокальны и не являются нормальными. Ответ на этот вопрос дает следующая

Теорема 1.3. *Пусть* E – *простая неабелева группа,* $\mathfrak{X}$=FitE – *класс Фиттинга, порожденный* E, $\mathfrak{F}=\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p$ *и* $\omega=\{p\}$, *где* p – *простое число. Тогда* $\mathfrak{F}$ – *ω-локальный класс Локетта с* $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\omega$, *который ненормален и нелокален.*

Доказательство. Пусть $\mathfrak{F}=\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p$. Так как $\mathfrak{F}(F^p)\subseteq\mathfrak{X}$ и, следовательно, $\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p=\mathfrak{F}$, то по лемме 2 $\mathfrak{F}$ - ω-локальный класс Фиттинга для $\omega=\{p\}$.

Покажем, что $\mathfrak{F}$ – класс Локетта. Так как $\mathfrak{F}$ – ω-локален, то по лемме 2 $\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{F}$ для всех $p\in\omega$, то есть для всех $p\in\mathrm{Char}(\mathfrak{F})$. Ввиду ω-локальности класса $\mathfrak{F}$, его можно определить следующим образом [2, с. 138]:

$$\mathfrak{F}=(\cap_{p\in\pi2}\mathfrak{E}_{p'})\cap(\cap_{p\in\pi1}f(p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'})\cap f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega d},$$

где f – произвольная ω-локальная H-функция, $\pi_1=\omega\cap\mathrm{Supp}(f)$, $\pi_2=\omega\backslash\pi_1$.

Следовательно, $\mathfrak{F}\subseteq f(p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'}$ для всех $p\in\pi_1$. Но по лемме 2 $f(p)=\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p$ для всех $p\in\omega$, и мы получаем, что $\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'}$ для всех $p\in\mathrm{Supp}(f)\cap\omega$.

Ввиду того, что $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\omega$, получаем:

$$\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}(F^p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'} \text{ для всех } p\in\mathrm{Char}(\mathfrak{F}).$$

Следовательно, $\mathfrak{F}$ – класс Локетта по лемме 3.

Установим, что $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\{p\}$, где p– некоторое простое число.

Так как $\mathfrak{N}_p\subseteq\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p$, то $\mathrm{Char}(\mathfrak{N}_p)\subseteq\mathrm{Char}(\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p)$. Но $\mathrm{Char}(\mathfrak{N}_p)=\{p\}$. Следовательно, $p\in\mathrm{Char}(\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p)$. Предположим, что $q\in\mathrm{Char}(\mathfrak{F})$ и $q\neq p$. Тогда $Z_q\in\mathfrak{X}\mathfrak{N}_p$. Следовательно, $Z_q/(Z_q)_\mathfrak{X}\in\mathfrak{N}_p$.

Тогда возможны два случая: $Z_q=(Z_q)_\mathfrak{X}$ и $(Z_q)_\mathfrak{X}=(1)$.

Если $Z_q=(Z_q)_\mathfrak{X}$, то $Z_q\in\mathfrak{X}$ и $q\in\mathrm{Char}(\mathfrak{X})$. Но $\mathrm{Char}(\mathfrak{X})=\varnothing$, так как согласно примеру 2.13 [3] $\mathfrak{X}$=FitE=FormE=D_0(E). Получили противоречие с тем, что $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\{p\}$. Пусть $(Z_q)_\mathfrak{X}=(1)$. Тогда $Z_q\in\mathfrak{N}_p$ и $q\in\mathrm{Char}(\mathfrak{N}_p)$. Следовательно, $q=p$ и $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\{p\}$.

Покажем теперь, что класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ нелокален.

Предположим, что $\mathfrak{F}$=LR(f), где f – полная приведенная H-функция. Тогда $\mathfrak{F}=\mathfrak{E}_\pi\cap(\cap_{p\in\pi}f(p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{E}_{p'})$, где $\pi=\mathrm{Supp}(f)$. Установим, что в этом случае $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\pi(\mathfrak{F})$. Включение $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\pi(\mathfrak{F})$ очевидно. Докажем справедливость включения $\pi(\mathfrak{F})\subseteq\mathrm{Char}(\mathfrak{F})$. Согласно лемме 2 [6] класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является классом Фишера. Пусть $G\in\mathfrak{F}$ и $p\in\pi(G)$. Тогда существует элемент $g\in G$, такой, что его порядок $o(g)=p$. Ввиду того, что $\mathfrak{F}$ – класс Фишера, получаем, что $Z_p=\langle g\rangle\in\mathfrak{F}$. Таким образом, $p\in \mathrm{Char}(\mathfrak{F})$ и $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\pi(\mathfrak{F})$.

Так как в данном случае $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\{p\}$, а $|\pi(\mathfrak{F})|\geq 2$, то получаем противоречие с тем, что $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\pi(\mathfrak{F})$. Следовательно, $\mathfrak{F}$ нелокален.

Покажем, что класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ ненормален. Действительно, если $\mathfrak{F}$ – нормальный класс Фиттинга, то по лемме X.3.2 [3] $\mathrm{Char}(\mathfrak{X})=\mathbf{P}$. Последнее противоречит тому, что $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})=\{p\}$.

Таким образом, если $\omega=\{p\}$, где $p\in P$, то $\mathfrak{F}$ – ω-локальный класс Локетта с $\mathrm{Char}(\mathfrak{F})\subseteq\omega$, который не является нормальным и нелокален.

Теорема доказана.

О гипотезе Локетта

В теории классов Фиттинга Локеттом [4] была сформулирована следующая проблема, которая в настоящее время известна как

Гипотеза Локетта. Каждый класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ совпадает с пересечением $\mathfrak{F}^*\cap N(\mathfrak{F})$, где $N(\mathfrak{F})$ – нормальный класс Фиттинга, порожденный $\mathfrak{F}$.

Легко видеть, что любой нормальный класс Фиттинга удовлетворяет гипотезе Локетта. Кроме того, гипотеза Локетта была подтверждена Н.Т.Воробьевым [6] для произвольных локальных классов Фиттинга.

В настоящей работе мы определим достаточные условия, при которых нелокальные классы Локетта удовлетворяют гипотезе Локетта.

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в классе Фиттинга $\mathfrak{Y}$, если $\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{Y}$ и $\mathfrak{Y}_*\cap\mathfrak{F}^*=\mathfrak{F}_*$.

Теорема 2.1. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– класс Локетта, причем* $\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{X}$, *где* $\mathfrak{X}$ *– некоторый класс Фиттинга. Если существует класс Фиттинга* $\mathfrak{Y}$, *такой, что* $\mathfrak{F}=(\mathfrak{F}_*\mathfrak{E}_{p'}\cap\mathfrak{F})\vee\mathfrak{Y}\mathfrak{N}_p$ *для всех простых* $p\in \mathrm{Char}(\mathfrak{F})$, *то* $\mathfrak{F}$ *удовлетворяет гипотезе Локетта в* $\mathfrak{X}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Так как $\mathfrak{F}=(\mathfrak{F}_*\mathfrak{E}_{p'}\cap\mathfrak{F})\vee\mathfrak{Y}\mathfrak{N}_p$ для каждого простого числа $p\in \mathrm{Char}(\mathfrak{F})$, то ввиду леммы 4 $\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}_*\mathfrak{E}_{p'}$ для всех $p\in \mathrm{Char}(\mathfrak{F})$.

Покажем, что в этом случае класс $\mathfrak{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в классе Фиттинга $\mathfrak{X}$.

Так как по лемме 5 $\mathfrak{F}_*\subseteq\mathfrak{X}_*$ и $\mathfrak{F}_*\subseteq\mathfrak{F}$, то $\mathfrak{F}_*\subseteq\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}$.

Докажем обратное включение. Предположим, что оно неверно. Тогда существует группа в классе $(\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F})/\mathfrak{F}_*$. Выберем среди таких групп группу G минимального порядка. Тогда G комонолитична и $M=G_{\mathfrak{F}_*}$ – единственная максимальная нормальная подгруппа из G. Действительно, если предположить, что существуют две максимальные нормальные подгруппы M_1, M_2 из G, причем $M_1\neq M_2$, то $M_1\in\mathfrak{F}_*$ и $M_2\in\mathfrak{F}_*$ по индукции. Следовательно, по определению класса Фиттинга $M_1M_2=G\in\mathfrak{F}_*$. Получили противоречие с тем, что группа G из класса $(\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F})/\mathfrak{F}_*$.

Пусть G/M – группа, порядок которой делится на простое число p. Так как $G\in\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}$ и по лемме 5 $\mathfrak{X}_*\subseteq\mathfrak{X}$, то $G\in\mathfrak{X}\cap\mathfrak{F}=\mathfrak{F}$. Ввиду того, что $G\in\mathfrak{F}$, по лемме 5 $G/G_{\mathfrak{F}_*}\in\mathfrak{A}$. Поэтому G/M – абелева группа. Следовательно, G/M – композиционный фактор порядка p и $G/M\cong Z_p$. Ввиду того, что $p\mid |G|$, следует, что $Z_p\in\mathfrak{F}$ и поэтому $p\in \mathrm{Char}(\mathfrak{F})$. Но $G\in\mathfrak{F}_*\mathfrak{E}_{p'}$ и, значит, $G/M\in\mathfrak{E}_{p'}$.

Итак, из того, что $G/M\in\mathfrak{N}_p$ и $G/M\in\mathfrak{E}_{p'}$, мы получаем $G=M\in\mathfrak{F}_*$, что противоречит предположению, что $G\notin\mathfrak{F}_*$. Значит, $\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{F}_*$. Следовательно, $\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}=\mathfrak{F}_*$. Так как $\mathfrak{F}$ – класс Локетта, то $\mathfrak{F}^*=\mathfrak{F}$ и поэтому $\mathfrak{X}_*\cap\mathfrak{F}^*=\mathfrak{F}_*$.

Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hartley B.** On Fischer's dualization of formation theory // Proc.London.Math.Soc., 1969. Vol.3, №2. P.193-207.
2. **Скиба А.Н., Шеметков Л.А.** Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды, 1999. Т.2, №2. С.114-147.
3. **Doerk K., Hawkes T.** Finite solvable groups // Waltor de Gryeter. New York-Berlin, 1992. – 891 p.
4. **Lockett P.** The Fitting class $\mathfrak{F}^*$ // Math. Z., 1974. Bd. 137, №2. S.131-136.
5. **Gallego M.P.** Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture // Comm. Algebra., 1996. Bd.24, №6. S. 2011-2023.
6. **Воробьев Н.Т.** О радикальных классах конечных групп с условием Локетта // Мат. заметки. Т.43, №2. 1988. С. 161-168.
7. **Cossey J.** Products of Fitting classes // Math. Z., 1975. Bd.141, №3. S.289-295.

SUMMARY

In this paper we consider the non-local Lockett classes and define sufficient conditions on the non-local Lockett classes under which these classes satisfy the Lockett conjecture.

Поступила в редакцию 7.02.2002

УДК 517.956

С.А. Прохожий

Об однозначной разрешимости задачи Коши для уравнения фильтрации с конвекцией и сильным поглощением

Рассмотрим нелинейное параболическое уравнение

$$u_t = (u^m)_{xx} + f(x,t,u,u_x) - au^p \qquad (1)$$

с начальным условием

$$u(x,0) = u_0(x), \qquad (2)$$

где $x \in \mathbf{R}$, $p > m > 1$, a – положительная постоянная, $f(x,t,u,\lambda) = \sum_{i=1}^{d} d_i u^{\alpha_i} + \sum_{j=1}^{c} c_j u^{\beta_j - 1}\lambda$, d и c – натуральные числа, d_i и c_j ($i = 1,\dots,d; j = 1,\dots,c$) – некоторые постоянные, $0 \le \alpha_i < p$ для тех i, для которых $d_i > 0$, $0 \le \beta_j < p$, $u_0(x)$ – неотрицательная непрерывная функция, которая может произвольным образом расти на бесконечности.

Уравнение (1) возникает, например, при описании процесса распространения тепла в нелинейной среде, сопровождающегося конвекцией и поглощением. Как известно, вследствие вырождения уравнения (1) при $u = 0$ в уравнение первого порядка задача Коши (1), (2) может не иметь классического решения, поэтому исследуются обобщенные решения данной задачи. Вопрос