2.8 Следствие [5]. *Решетка всех разрешимых наследственных классов Фиттинга алгебраична.*

Работа авторов поддержана Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований, проект Ф15РМ – 025 (БРФФИ – РФФИ М – 2015).

Список литературы

1. Müller, K. *Fittingklassen mit zusätzlichen Abschlußeigenschaften* / K. Müller // Arch. Math. – 1988. – Vol. 50. – P. 19–24.
2. Doerk, K. *Finite soluble groups* / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
3. Шеметков, Л.А. *Формации конечных групп* / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
4. Камозина, О.В. *О неоднопорожденных кратно ω-веерные классах Фиттинга конечных групп* / О.В. Камозина // Мат. заметки – 2006. – Т. 79, вып. 3. – С. 43–48.
5. Reifferscheid, S. *A note on subgroup-closed Fitting classes of finite soluble groups* / S. Reifferscheid // Journal of Group Theory. – 2003. – Vol. 6. – P. 331–345.

ДРОБНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ТИПА АДАМАРА И ТИПА МАРШО-АДАМАРА НА ПОЛУОСИ

С.А. Шлапаков
Витебск, ВГУ имени П.М Машерова

В работе объектом исследования является операция дробного дифференцирования Римана–Лиувилля [1], которой на полуоси можно придать качественно иной вид. Эту форму представления называют дробной производной Маршо [1]. Естественным видится как построение аналогичной конструкции для дробной производной Адамара [2],[3], так и дальнейшее её обобщение. Настоящая работа и посвящена этому аспекту. Цель данного исследования состоит в получении более общих конструкций, являющихся модификациями классических.

Материал и методы. Материалом исследования является дробная производная Маршо. В работе используются методы дифференциального и интегрального исчислений, а также методы функционального анализа.

Результаты и их обсуждение. Дробная производная по Адамару [2], в случае $0<\alpha<1$ на полуоси $(a=0)$ имеет вид

$$\left(D_{0+}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}x\frac{d}{dx}\int_0^x\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{-\alpha}f(t)\frac{dt}{t},\quad x>0, \tag{1}$$

где $\Gamma(z)=\int_0^{\infty}x^{z-1}e^{x}dx$ – гамма-функция.

Если же $\alpha>0, n=[\alpha]+1, \mu\in R, \delta=x\dfrac{d}{dx}$, то естественно определить модифицированное дробное дифференцирование по Адамару нецелого порядка [3] следующим образом:

$$\left(D_{0+,\mu}^{\alpha}f\right)(x)=x^{-\mu}\delta^n x^{\mu}\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\int_0^x\left(\frac{t}{x}\right)^{\mu}\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{n-\alpha-1}f(t)\frac{dt}{t},\quad x>0. \tag{2}$$

Соотношение (2) выражает так называемое дробное дифференцирование типа Адамара. При $0<\alpha<1$ $\quad (n=1)$ формула (2) принимает вид

$$\left(D_{0+,\mu}^{\alpha}f\right)(x)=x^{1-\mu}\frac{d}{dx}\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^x\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{-\alpha}f(t)\frac{dt}{t^{1-\mu}},\quad x>0. \tag{3}$$

Если формально предположить существование интеграла в (3), что зависит от свойств функции $f(x)$, то заменой $\ln\frac{x}{t}=u$ с последующим применением формулы Дирихле, меняющей порядок интегрирования в повторных интегралах) [1], по аналогии с тем, как это делалось в [4], соотношение (3) преобразуется к виду

$$\left(D_{0+,\mu}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^{\infty}e^{-\mu t}\frac{f(x)-f(xe^{-t})}{t^{\alpha+1}}dt+\mu^{\alpha}f(x).$$

Последняя формула позволяет рассматривать конструкцию вида

$$\left(\mathbf{D}^{\alpha}_{0+,\mu}f\right)(x)=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^{\infty}e^{-\mu t}\frac{f(x)-f(xe^{-t})}{t^{\alpha+1}}dt+\mu^{\alpha}f(x)=$$
$$=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^{x}\left(\frac{t}{x}\right)^{\mu}\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{-\alpha-1}\left(f(x)-f(t)\right)\frac{dt}{t}+\mu^{\alpha}f(x), \qquad (4)$$
$$0<\alpha<1,\ \mu\in R.$$

По аналогии с дробной производной Маршо-Адамара порядка α $(0<\alpha<1)$ $\mathbf{D}^{\alpha}_{0+,\mu}f\equiv D^{\alpha}_{0+,\mu}f$ на достаточно “хороших” функциях $f(x)$. Например, если $\mu>0$ и функция $f(x)$ непрерывно-дифференцируема на полуоси $0<x<+\infty$ такая, что $f(x)$ и $f'(x)$ убывают не медленнее, чем соответственно $|x|^{\alpha-1-\varepsilon}$ и $|x|^{\alpha-2-\varepsilon}$, где $0<\alpha<1, \varepsilon>0, \mu>1+\varepsilon-\alpha$.

Конструкцию (4) будем называть дробной производной типа Маршо-Адамара по аналогии с дробной производной Маршо [1]. Дробные производные типа Маршо-Адамара (4) являются более естественными на полуоси нежели дробные производные типа Адамара (3).

Заключение. Важность исследования обобщений операторов дробного интегро-дифференцирования обусловлена их применением при отыскании ответов на разнообразные вопросы теории упругости, теории колебаний, теории теплопроводности. В работе получена конструкция, называемая дробной производной типа Маршо-Адамара, отмечены её преимущества в сравнении с дробной производной типа Адамара, что будет учитываться существом решаемой задачи.

Список литературы

1. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Шлапаков, С.А. О дробном интегродифференцировании Адамара в весовых пространствах суммируемых функций / С.А. Шлапаков // Веснік ВДУ, 2009. – Т. 53, № 3.– С. 132–135.
3. Шлапаков, С.А. Операторы дробного интегродифференцирования по Адамару / С.А. Шлапаков // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XVI (63) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, 16–17 марта 2011 г. – Витебск, 2011. – Т. 1. – С. 71–73.
4. Шлапаков, С.А. Производные Маршо-Адамара дробного порядка / С.А. Шлапаков // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XX (67) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, 12–13 марта 2015 г. – Витебск, 2015. – Т. 1. – С. 27–28.

РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРВОГО ПОРЯДКА АСИМПТОТИЧЕСКИ ОБРАТНОГО ЭВОЛЮЦИОННОГО ОПЕРАТОРА

Д.С. Шпак, Д.А. Лопух
Гродно, ГрГУ имени Я. Купалы

Теория эволюционных операторов занимается исследованием нелинейных эволюционных операторов с импульсными характеристиками, в качестве которых выступают обобщенные функции. Данный факт позволяет применять нелинейные эволюционные операторы для анализа динамических систем, описываемых нелинейными интегро-дифференциальными уравнениями.

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение *n*-го порядка

$$L(D)x+dx^2=f(t) \qquad (1)$$

с квадратичной нелинейной частью.

Уравнению (1) можно поставить в соответствие полиномиальный эволюционный оператор второй степени $Ax=a_1*x+S_2(a_2*x^{\otimes 2})$ с обобщенными импульсными характеристиками $a_1=\delta^{(m)}+c_{m-1}\delta^{(m-1)}+c_{m-2}\delta^{(m-2)}+\ldots+c_1\delta'+c_0\delta$, $a_2=d\delta^{\otimes 2}$, где δ – дельта-функция Дирака, определяемая равенством *δ(x) = x(0)*.[1]

Вид обобщенной импульсной характеристики первого порядка b_1 асимптотически обратного нелинейного эволюционного оператора *B* для различных корней $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m$ характеристического уравнения для уравнения (1) определим, представив характеристику b_1 как сумму