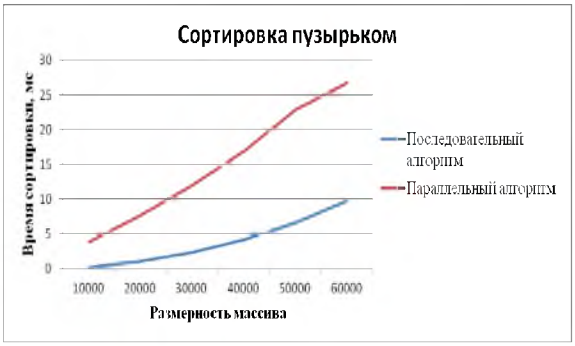
Пузырьковую сортировку принято считать низкоэффективной, однако эксперимент показал, что для последовательностей из 700–15000 элементов время ее выполнения гораздо меньше, чем у сортировки Шелла.

Производительность исполнения алгоритма можно увеличить путем уменьшения времени исполнения каждой операции микропроцессором. Однако это является очень сложной технической проблемой. Другим способом увеличения скорости вычислений является использование технологии параллельных вычислений, когда над решением одной задачи совместно работают несколько вычислительных устройств. При этом ставится цель - значительно уменьшить время решения задачи [3].

Алгоритм пузырьковой сортировки сложен для распараллеливания, поэтому для проведения исследований нами использовалась его модификация, состоящая в том, чтобы выполнять итерации в зависимости от четности или нечетности номера элемента последовательности. Сравнение же выделяемых элементов всегда осуществляется с их правым соседом. Для распараллеливания алгоритма сортировки Шелла использовалась аналогичная модификация метода. Анализ быстродействия проводился на процессоре Intel Core i5, включающий в себя 4 физических ядра. Результаты представлены на графиках (рис. 2).



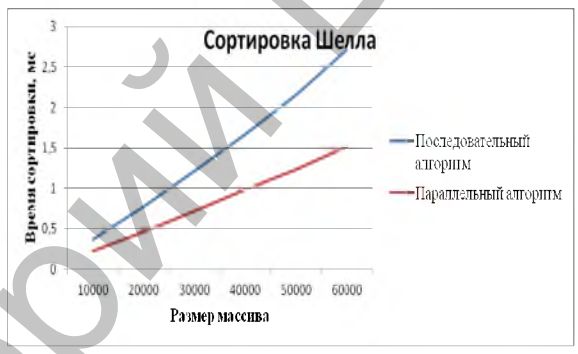


Рисунок 2

Заключение. Проведенные исследования показали зависимость эффективности решения задачи от вычислительного алгоритма. Выбор алгоритма должен в первую очередь определяться характеристиками поставленной задачи. В нашем случае такой характеристикой являлась размерность массива. Расчеты показали также, что увеличение числа процессоров не обязательно приводит к уменьшению времени решения задачи. Практическая значимость исследований состоит в том, что результаты могут быть использованы в учебном процессе для студентов IT-специальностей.

Список литературы

1. Кормен, Т. Алгоритмы:построение и анализ: пер. с англ. / Т. Кормен и др. – М.: ООО «И.Д. Ви льямс», 2013. – 1328 с.
2. Макконнелл, С. Совершенный код. Мастер-класс: пер. с англ. / С. Макконнелл. – СПб. : Издательско-торговый дом «Русская редакция», 2005. – 896 с.
3. Воеводин, В.В. Параллельные вычисления / В.В. Воеводин, Вл.В. Воеводин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.

О РЕШЕТКЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ С УСЛОВИЕМ ДОПОЛНЯЕМОСТИ

А.П. Мехович
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1–3].

Напомним, что *формацией* называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

В произвольной группе G выберем систему подгрупп $\tau(G)$. Говорят, что τ – подгрупповой функтор (в терминологии А.Н. Скибы) [1], если выполняются следующие условия:

1) $G \in \tau(G)$;

2) для любого эпиморфизма φ: $A \to B$ и для любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^{\varphi} \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$.

Рассматриваются лишь такие подгрупповые функторы τ, что для любой группы G все подгруппы, входящие в $\tau(G)$, субнормальны в G.

Формация F называется τ-*замкнутой*, если $\tau(G) \subseteq \mathsf{F}$ для любой ее группы G из F [1].

В дальнейшем символ ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = \mathbf{P} \setminus \omega$. Через N, N_p, (1) обозначают соответственно класс всех нильпотентных групп, класс всех p-групп и класс всех единичных групп. Символ $\pi(G)$ обозначает множество всех различных простых делителей порядка группы G, $\pi(\mathsf{X})$ – объединение множеств $\pi(G)$ для всех групп G из совокупности групп X. Символами $R_\omega(G)$, $C^p(G)$, обозначаются соответственно наибольшая нормальная разрешимая ω-подгруппа группы G и пересечение централизаторов всех тех главных факторов группы G, у которых композиционные факторы имеют простой порядок p (если в группе G нет таких факторов, то полагают $C^p(G) = G$). Через $\mathrm{Com}(\mathsf{X})$ обозначают класс всех простых абелевых групп A таких, что $A \cong H/K$ для некоторого композиционного фактора H/K группы $G \in \mathsf{X}$.

Пусть f – произвольная функция вида

$$f\colon\ \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\}. \qquad (*)$$

Функции f вида (*) сопоставляют класс групп

$$CF_\omega(f) = (G \mid G/R_\omega(G) \in f(\omega') \text{ и } G/C^p(G) \in f(\omega) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(G))).$$

Если формация F такова, что $\mathsf{F} = CF_\omega(f)$ для некоторой функции f вида (*), то F называется ω-*композиционной формацией* с ω-*композиционным спутником* f [3]. В случае, когда $\omega = \mathbf{P}$, то ω-композиционную формацию называют *композиционной формацией.*

Для произвольной τ-замкнутой композиционной формации F через $L_c\tau(\mathsf{F})$ обозначают решетку всех τ-замкнутых композиционных подформаций формации F. Если же F – композиционная формация, то через $L_c(\mathsf{F})$ обозначают решетку всех композиционных подформаций формации F.

Пусть X – произвольная непустая совокупность групп. Пересечение всех формаций, содержащих X, обозначают через $\mathrm{form}\,\mathsf{X}$ (см. [1]).

Напомним, что подформация M формации F называется *дополняемой* в F [4], если M дополняема в решетке всех подформаций формации F, т. е. если в F имеется такая подформация H (*дополнение* к M в F), что

$$\mathsf{F} = \mathrm{form}\,(\mathsf{M} \cup \mathsf{H}); \quad \mathsf{M} \cap \mathsf{H} = (1).$$

Доказана следующая

Теорема. *Пусть* F – τ-*замкнутая композиционная формация. Тогда если формация* N_p *дополняема в решетке* $L_c\tau(\mathsf{F})$ *для каждого* $p \in \pi(\mathrm{Com}(\mathsf{F}))$, *то* $\mathsf{F} \subseteq \mathsf{N}$.

Если $\tau(G) = \{G\}$ – тривиальный подгрупповой функтор τ, то получим

Следствие. *Пусть* F – *композиционная формация. Тогда если формация* N_p *дополняема в решетке* $L_c(\mathsf{F})$ *для каждого* $p \in \pi(\mathrm{Com}(\mathsf{F}))$, *то* $\mathsf{F} \subseteq \mathsf{N}$.

Список литературы

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).
3. Скиба, А.Н. Кратно L-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
4. Скиба, А.Н. О формациях с заданными системами подформаций / А.Н. Скиба // Подгрупповое строение конечных групп : Труды Гомельского семинара / Ин-т математики АН БССР ; под ред. В.С. Монахова. – Минск, 1981. – С. 155–180.