

## О ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА ДЛЯ КЛАССОВ ФИТТИНГА, НЕ ЯВЛЯЮЩИХСЯ КЛАССАМИ ЛОКЕТТА

Е.Н. Залесская  
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

**Введение.** Решение многих задач описания строения классов Фиттинга и их классификации связано с применением операторов Локетта « $\times$ » и « $\ast$ » [1]. Напомним, что каждому непустому классу Фиттинга  $F$  Локетт [1] сопоставляет класс  $F^*$ , который определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий  $F$ , такой, что для все групп  $G$  и  $H$  справедливо равенство  $(G \times H)_{F^*} = G_{F^*} \times H_{F^*}$ , и класс  $F^*$  как пересечение всех таких классов Фиттинга  $X$ , для которых  $X^* = F^*$ . Класс Фиттинга называют классом Локетта [1], если  $F = F^*$ .

Заметим, что семейство классов Локетта обширно: оно содержит наследственные и обобщенно наследственные классы Фиттинга (классы Фишера), а так же классы Фиттинга, замкнутые относительно гомоморфных образов или конечных подпрямых произведений (в частности, формации Фиттинга).

Напомним, что непустой класс Фиттинга  $F$  называется нормальным, если  $F$ -радикал  $G_F$  является  $F$ -максимальной подгруппой  $G$  для любой группы  $G$ .

Как установлено [1], для любого класса Фиттинга  $F$  справедливы включения:  $F \subseteq F \subseteq F^*$  и  $F^* \subseteq F \cap X \subseteq F^*$ , где  $X$  – некоторый нормальный класс Фиттинга.

В связи с этим Локеттом была сформулирована следующая проблема, которая в настоящее время известна как

**Гипотеза Локетта ([1]).** *Каждый класс Фиттинга  $F$  совпадает с пересечением некоторого нормального класса Фиттинга  $X$  и  $F^*$ .*

Примечателен тот факт, что первоначально гипотеза Локетта была подтверждена для следующих отдельных случаев локального класса Фиттинга: наследственного (Брайс, Косси, 1975 г., [2]), классов вида  $XN$ ,  $XS_\pi S_\pi$  (Бейдлеман, Хаук, 1979 г., [3]), классов вида  $X(\bigcap_{p \in \pi} S_p S_p)$  (Дерк, Хоукс, 1992 г., [4]). Для произвольных локальных классов Фиттинга указанная гипотеза подтверждена в разрешимом случае в 1988 году Н.Т.Воробьевым [5] и в произвольном случае в 1996 году Галледжи [6]. Позднее Галледжи [6] было установлено, что локальные классы Фиттинга произвольных групп также удовлетворяют гипотезе Локетта.

Для отдельных случаев частично локальных классов Фиттинга гипотеза Локетта была подтверждена Н.Т.Воробьевым и Е.Н. Залесской в 2007 году [7], Е.Н. Залесской и Ж.П.Макаровой в 2012 году [8]. Вместе с тем Бергер и Косси [9] установили, что это предположение неверно для нелокальных классов Фиттинга.

Однако проблема описания классов Фиттинга, удовлетворяющих гипотезе Локетта, остается по-прежнему актуальной. **Целью** данной работы является описание новых классов Фиттинга, которые являются классами Локетта и удовлетворяют гипотезе Локетта.

**Материал и методы.** Объектом исследования являются классы Фиттинга конечных групп. В работе используются методы теории классов Фиттинга, методы теории формаций, методы теории решеток.

Следующая теорема доказана в классе  $S$  всех конечных разрешимых групп.

**Теорема.** *Пусть  $X$  и  $Y$  – локальные классы Фиттинга, причем  $X$  является формацией,  $Y$  – насыщенная радикальная формация,  $X \cap Y = (1)$ ,  $X \not\subseteq S^*$ . Тогда  $F = X^*Y$  удовлетворяет гипотезе Локетта и не является классом Локетта.*

### Список литературы

1. Lockett, P. The Fitting class  $F^*$  / P. Lockett. – Math. Z. – 1974. – Vol. 137, № 2. – P. 131–136.
2. Bryce, R.A. A problem in Theory of normal Fitting classes / R.A. Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1975. – Vol. 141, № 2. – P. 99–110.
3. Beidleman, J.C. Uber fittingklassen und Lockett-Vermutung / J.C. Beidleman, P. Hauck // Math. Z. – 1979. – Bd. 167, № 2. – S. 161–167.
4. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes // Walter de Gruyter. – 1992. – New York, Berlin. – 891 p.
5. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта / Н.Т. Воробьев // Матем. заметки. – 1988. – Т. 43, № 2. – С. 161–168.
6. Gallego, M.P. Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture / M.P. Gallego // Comm. Algebra. – 1996. – Vol. 24, № 6. – P. 2011–2023.
7. Воробьев, Н.Т. О проблемах структуры классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев, Е.Н. Залесская, Н.Н. Воробьев // Веснік ВДУ. – 2007. – № 2(44). – С. 105–108.
8. Залесская, Е.Н. О гипотезе Локетта для классов Фиттинга конечных групп / Е.Н. Залесская, Ж.П. Макарова // Веснік ВДУ. – 2012. – № 6. – С.15-19.
9. Berger, T.R. An example in the theory of normal Fitting classes / T.R. Berger, J. Cossey // Math.Z. – 1977. – Bd.154. – S. 287–293.