

Основная цель настоящей работы – обобщение понятия нормального класса Фиттинга и описание построения обобщенно нормальных классов Фиттинга посредством операции  $V$ .

Пусть  $\pi \subseteq P$ . Класс Фиттинга  $\pi$ -групп назовем  $\pi$ -нормальным, если для любой  $\pi$ -группы  $G$  ее  $F$ -радикал является  $F$ -максимальной подгруппой  $G$ .

Доказана

**Теорема.** Пусть  $F$  и  $H$  классы  $\pi$ -групп. Тогда класс Фиттинга  $FVH$  является  $\pi$ -нормальным в том и только в том случае, если хотя бы один из классов  $F$  или  $H$   $\pi$ -нормален.

#### Список литературы

1. Cossey, J. Products of Fitting classes / J. Cossey // Math. Z. – 1975. – Bd. 141, №3. – S. 289–295.
2. Cusack, E. The join of two Fitting classes / E. Cusack // Math. Z. – 1979. – Bd. 167, №1. – S. 37–47.

## КЛАССЫ ФИШЕРА С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ ХОЛЛОВЫХ ПОДГРУПП

С.Н. Воробьев

Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Многие результаты теории групп связаны с изучением свойств классов групп, определяемых заданными свойствами холловых  $\pi$ -подгрупп (см., например, монографии [1, § 16], [2, главы IX-X], а также серию работ [3], [4], [5], [6] и др. Напомним, что если  $n$  – натуральное число, то через  $\sigma(n)$  обозначают множество всех простых делителей  $n$ ; если  $G$  – группа, то  $\sigma(G) = \sigma(|G|)$ . Пусть  $\pi$  – подмножество множества всех простых чисел и  $\pi' = P/\pi$ . Натуральное число  $n$  называется  $\pi$ -числом ( $\pi'$ -числом), если  $\sigma(n) \subseteq \pi$  ( $\sigma(n) \subseteq \pi'$ ). Пусть  $H \leq G$  и  $|H|$  является  $\pi$ -числом. Тогда  $H$  называют  $\pi$ -подгруппой группы  $G$ . Если  $d$  – делитель  $n$  и  $\sigma(d) \subseteq \pi$ , то  $d$  называют  $\pi$ -делителем числа  $n$ . Обозначим через  $n_\pi$  наибольший  $\pi$ -делитель числа  $n$ . Тогда подгруппу порядка  $|G|_\pi$  называют холловой  $\pi$ -подгруппой группы  $G$  и обозначают  $G_\pi$ .

Следуя [3], группу  $G$  будем называть  $E_\pi$ -группой, если в  $G$  имеется хотя бы одна холлова  $\pi$ -подгруппа, и  $S_\pi$ -группой, если  $G$  является  $E_\pi$ -группой и любые две холловы  $\pi$ -подгруппы  $G$  сопряжены. Символами  $E_\pi$  и  $S_\pi$  будем обозначать классы всех  $E_\pi$ -групп и всех  $S_\pi$ -групп соответственно.

Пусть  $X$  – некоторый класс групп. Через  $E_\pi X$  обозначим класс всех групп, обладающих по крайней мере одной холловой  $\pi$ -подгруппой, принадлежащей  $X$ , а через  $S_\pi X$  – класс групп  $S_\pi \cap E_\pi X$ .

Напомним, что класс групп называют формацией, если он замкнут относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Формацию  $F$  называют насыщенной или локальной, если  $F$  замкнута относительно фраттиниевых расширений, т.е. из того, что  $G/\Phi(G) \in F$  всегда следует  $G \in F$  (здесь  $\Phi(G)$  – подгруппа Фраттини группы  $G$ , т.е. пересечение всех максимальных подгрупп  $G$ ).

В работе [5] было доказано, что если  $F$  – насыщенная формация, то класс всех разрешимых  $S_\pi F$ -групп также является насыщенной формацией. Позднее в [6] (см. также теорема 1.3.24 [1]) было показано, что класс всех  $\pi$ -обособленных  $S_\pi F$ -групп – насыщенная формация для любой насыщенной формации  $F$ .

Напомним, что группу  $G$  называют  $\pi$ -обособленной, если группа  $G$  обладает таким главным рядом, каждый фактор которого является либо  $\pi$ -группой, либо  $\pi'$ -группой.

В [1] Л.А. Шеметковым была сформулирована следующая

**Гипотеза** [1, проблема 19]. Пусть  $\pi$  – некоторое множество простых чисел,  $F$  – насыщенная формация. Тогда  $S_\pi F$  – насыщенная формация.

Объектами, дуальными формациям и насыщенным формациям, являются классы Фиттинга и локальные классы Фиттинга. В теории классов Фиттинга результат, в точности, аналогичный [5], получен в [7], где доказано, что для любого множества простых чисел  $\pi$  и любого локального класса Фиттинга  $F$  класс всех разрешимых  $S_\pi F$ -групп также является локальным классом Фиттинга.

Настоящая работа посвящена нахождению тех условий, при которых аналог гипотезы Шеметкова справедлив для класса всех  $S_\pi F$ -групп в случае, когда  $F$  – класс Фишера.

Напомним, что класс Фиттина  $F$  называют классом Фишера, если из условия  $G \in F$  и  $K \leq H \leq G$ , причем  $K$  является нормальной подгруппой группы  $G$  и  $H/K$  является  $p$ -группой для некоторого простого  $p \in P$ , всегда следует  $H \in F$ .

Основная цель работы – подтверждение аналога гипотезы Шеметкова для классов Фишера  $\pi$ -обособленных CF-групп. Доказана

**Теорема.** Пусть  $\pi \subseteq P$ . Тогда для любого класса Фишера  $F$  класс всех  $\pi$ -обособленных  $C_{\pi}F$ -групп является классом Фишера.

#### Список литературы

1. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л. А. Шеметков. – М. : Наука. Гл. ред. физ-матем. лит. – 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. O. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).
3. Hall, P. Theorem's like Sylow's / P. Hall // Proc. London Math. Soc. – 1956. – Vol. 6. – № 2. – P. 286–304.
4. Lockett, F.P. On the theory of Fitting classes of finite soluble groups / F.P. Lockett. – Ph.D. thesis. Warwick : University of Warwick. Warwick. – 1971.
5. Blessenohl, D. Über Formationen und Halluntergruppen endlicher auflösbarer Gruppen / D. Blessenohl // Math. Z. – 1975. – Bd. 142. — № 3. – S. 299–300.
6. Слепова, Л. М. О формациях EF-групп / Л. М. Слепова // Докл. АН БССР. — 1977. – Т. 21, № 7. – С. 587–589.
7. Загурский, В. Н. Классы Фиттинга с заданными свойствами холловых подгрупп / В. Н. Загурский, Н. Т. Воробьев // Математические заметки. – 2005. – Т. 78, – № 2. – С. 234–240.

## ПРИМЕНЕНИЕ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ РАЗРАБОТКЕ УЧЕБНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ОПЕРАЦИЙ

*С.А. Ермоченко, Л.В. Командина  
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

При проведении занятий по курсу «Исследование операций», который читается практически на всех специальностях математического факультета, рассматривается большое количество тем, таких как: теория игр (задачи для матричных игр, коалиционных и позиционных игр, игр с природой); сетевое планирование (задачи на применение метода ветвей и границ, задача коммивояжера); теория расписаний (задачи Джонсона); теория массового обслуживания (различные задачи на моделирование систем массового обслуживания, процессов гибели и размножения).

Все задачи, рассматриваемые в курсе, требуют разработки большого числа вариантов для решения студентами на практических и лабораторных работах, а также самостоятельно. При решении таких задач основной целью является отработка алгоритма решения задачи в соответствии с изучаемым методом. Но основное время, затрачиваемое студентом на решение задачи, уходит на простейшие арифметические вычисления и аккуратное отслеживание хода решения, чтобы не допустить технических ошибок в расчётах. С одной стороны такие особенности рассматриваемых задач отвлекают студента от сути самого метода решения. С другой стороны – усложняют проверку работы преподавателем.

Решением описанных проблем видится разработка специализированного приложения. Такое приложение может генерировать исходные данные для той или иной задачи, предоставлять студенту возможность с применением этого приложения решать задачу. На каждом этапе решения задачи с помощью изучаемого метода приложение предлагает студенту самостоятельно выбирать действия на очередном шаге, после чего автоматизирует арифметические расчёты и переходит к следующему шагу, пока задача не будет решена студентом. Также приложение может запоминать все действия студента, проверять правильность каждого шага и выдавать статистику для преподавателя.

Актуальность работы заключается в том, что разработанное приложение позволяет экономить время и усилия, как студентов, так и преподавателей, сосредотачивая их внимание именно на методах решения задач, а не на технических тонкостях их реализации.

Цель работы – анализ возможностей языков программирования по разработке такого рода приложений и разработка объектно-ориентированной концепции работы такого приложения.

**Материал и методы.** Материалом в данной работе послужили разработки студентов математического факультета, ориентированные на использование в курсе «Исследование операций». Основным методом исследования является объектно-ориентированный анализ и проектирование.