

В.Н. Шут, А.В. Гаврилов, Н.С. Буйнов

Численные методы изучения температурных полей в терморезисторах

Введение. В последнее время в связи с развитием новых областей техники становится все более востребованным математическое моделирование физических явлений и процессов. Многие физические процессы (такие, как перенос тепла, диффузия и др.) описываются с помощью дифференциальных уравнений. Вместе с ростом количества задач моделирования также растет их уровень сложности, при котором аналитическое решение затруднительно, а порой невозможно. Поэтому для решения дифференциальных уравнений все чаще прибегают к численным методам, особенно при описании систем с фазовым переходом, когда многие физические величины не могут рассматриваться как константы. Так, например, задача о нагреве пластины электрическим током имеет простое аналитическое решение. Однако если материал обладает фазовым переходом и к тому же удельное сопротивление сложным образом зависит от температуры, то аналитически решить такую задачу практически невозможно. Подобная задача возникает, например, при расчете теплового режима работы термисторов с положительным температурным коэффициентом сопротивления (ПТКС). Наибольшее распространение получили терморезисторы с ПТКС (позисторы) из полупроводниковой сегнетоэлектрической (СЭ) керамики на основе BaTiO_3 , у которых область ПТКС наблюдается вблизи точки Кюри [1]. Позисторы на основе титаната бария широко применяются в электротехнике и электронике в качестве датчиков температуры, нагревательных элементов, элементов токовой защиты, в схемах пусковых устройств и др. [2]. Выпуск таких элементов превышает миллиард штук в год. Актуальной является задача расчета температурных полей позисторов, поскольку ее решение позволяет определить такие важные эксплуатационные характеристики, как температура поверхности, время переключения в высокоомное состояние, остаточный ток и др. [3–8]. Целью данной работы являлась разработка математической модели описания теплофизических процессов в ПТКС-термисторах.

Теоретическая модель. Геометрия обычно используемых на практике позисторных элементов и структура соединительных элементов такова, что тепловой поток в системе можно считать распространяющимся в одном направлении. Это позволяет существенно упростить теоретическое описание, ограничиваясь решением одномерного уравнения теплопроводности.

Рассмотрим позисторный элемент в виде тонкой пластины толщиной L и площадью S . Распределение температуры по толщине $T(x)$ ($0 < x < L$) в этом случае может быть получено из решения одномерного уравнения теплопроводности:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - c \rho_{nn} \frac{\partial T}{\partial t} + q = 0, \quad (1)$$

где c – удельная теплоемкость; ρ_{nn} – плотность; λ – коэффициент теплопроводности; q – объемная плотность теплового потока.

Данное уравнение удовлетворяет следующим начальным условиям:

$$T(x)=T_0 \text{ при } t=0,$$

где T_0 – температура окружающей среды.

Граничные условия выбирались исходя из предположения, что тепловой поток на поверхности пропорционален разности температур поверхности и окружающей среды (закон Ньютона):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} + \sigma(T(x,t) - T_0)/\lambda = 0, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} - \sigma(T(x,t) - T_0)/\lambda = 0, \quad (3)$$

где σ – коэффициент теплоотдачи поверхности.

В уравнении (1) объемная плотность теплового потока зависит от температуры элемента объема $q=q(x, T)$. Таким образом, имеем нестационарную краевую задачу с нелинейностью 3-го рода [9]. В случае, когда удельное сопротивление $\rho(x, T)$ зависит от температуры (рис. 1) и координаты, выполняется соотношение:

$$q(x, T) = \frac{U^2 \rho(x, T)}{\left(\int_0^L \rho(x', T) dx' \right)^2}, \quad (4)$$

где U – приложенное к позистору напряжение.

Тогда (1) можно переписать:

$$c\rho_{ml} \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{U^2 \rho(x, T)}{\left(\int_0^L \rho(x', T) dx' \right)^2}. \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что значение удельного сопротивления позисторной керамики ρ оказывает непосредственное влияние на вид температурного поля. Для различных применений позисторного элемента зависимость его удельного сопротивления от температуры может существенным образом отличаться. На рис. 1а и 1б приведены зависимости удельного сопротивления для нагревательной и защитных керамик соответственно.

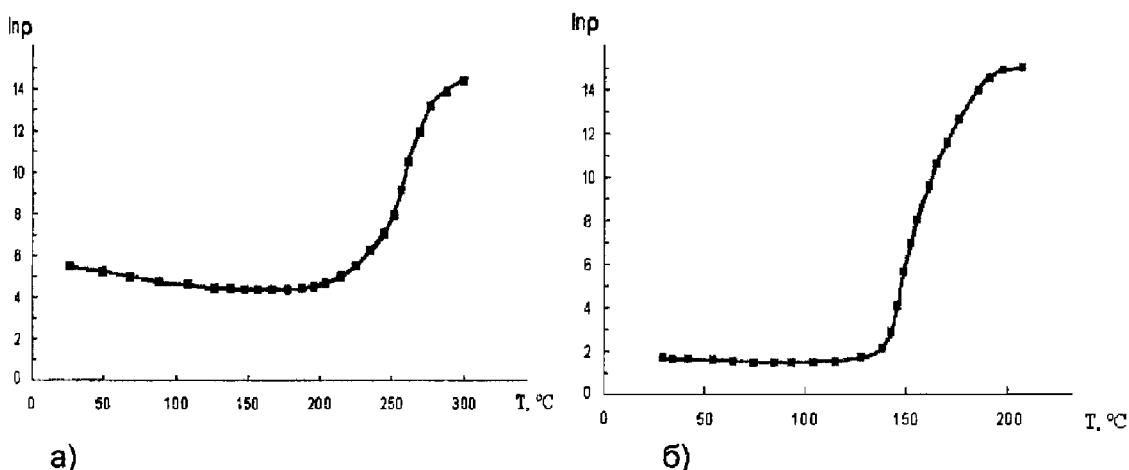


Рис. 1. Зависимость удельного сопротивления: а) нагревательной (4 кОм, $T_c=207^\circ\text{C}$) и б) защитной (50 Ом, $T_c=132^\circ\text{C}$) позисторной керамики на основе BaTiO_3 от температуры.

Следует отметить, что для позисторной керамики на основе титаната бария достаточно сильно выражен варисторный эффект – сопротивление уменьшается в зависимости от приложенного напряжения (рис. 2).

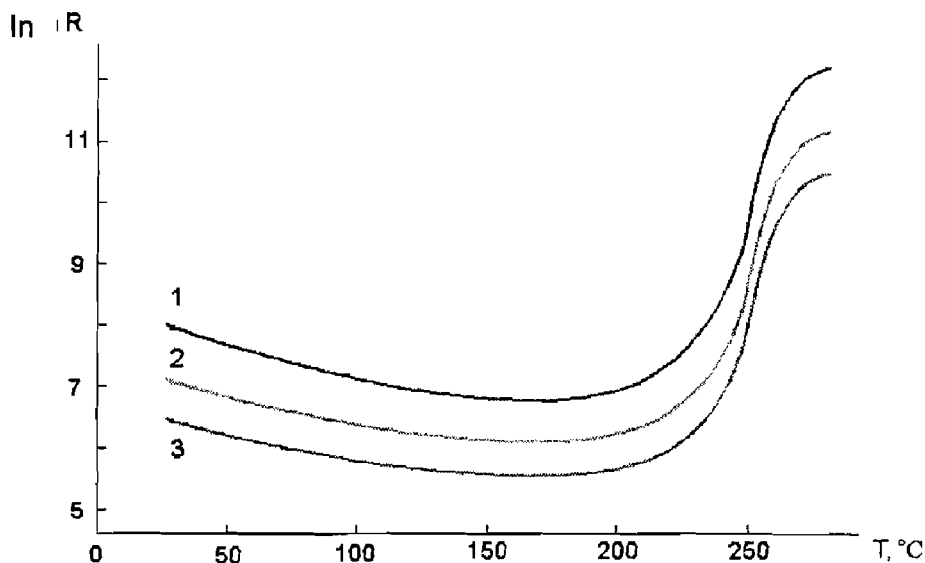


Рис. 2. Зависимость сопротивления позистора от температуры при различных напряжениях на электродах (1 – нулевое напряжение, 2 – 137В, 3 – 343В).

Позисторный эффект в керамике на основе BaTiO_3 обусловлен барьерными слоями на границах зерен, сопротивление которых определяется диэлектрической проницаемостью материала ϵ . Диэлектрическая проницаемость титаната бария изменяется скачком в области СЭ фазового перехода, что и обуславливает возникновение ПТКС. Также скачком меняется теплоемкость керамики.

Зависимость теплоемкости от температуры можно аппроксимировать следующим выражением:

$$c(\theta) = c_0[1 + c_1\theta + c_2\exp(\pm\beta\theta)], \quad (6)$$

где $c_0=523$ Дж/К, $c_1=0,024$ Дж/К, $c_2=0,296$ Дж/К, $\beta=3$, + при $\theta < 0$, – при $\theta > 0$, θ – безразмерная температура, определяемая из уравнения:

$$\theta = (T - T_c)/T_c, \quad (7)$$

где T_c – температура Кюри, °С.

Другие характеристики элементов (λ , σ , и др.) в области исследуемых температур не претерпевают столь резкого изменения и их температурная зависимость при расчетах не учитывалась.

Уравнение (5) решалось численно – методом конечных элементов, суть которого заключалась в следующем. Позистор разбивается на такие малые элементы, что изменениями температуры, удельного сопротивления и другими физическими свойствами керамики в пределах данного элемента можно пренебречь. Данное допущение позволяет заменить дифференциалы их раз-

ностными аналогами. В частности, производная $\frac{\partial T}{\partial t}$ заменяется разностями

$$\frac{T_k^{n+1} - T_k^n}{h_n}, \quad \frac{\partial T}{\partial x_k} \rightarrow \frac{T_{k+1}^n - T_k^n}{h_k}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x_k^2} \rightarrow \frac{T_{k-1}^n - 2T_k^n + T_{k+1}^n}{h_k^2},$$

где n – индекс, соответствующий времени, k – индекс, соответствующий координате x , h_n , h_k – шаг изменения времени t и координаты x соответственно. Разностная аппрокси-

мация уравнения (5) принимает следующий вид:

$$c\rho \frac{T_k^{n+1} - T_k^n}{h_n} - \lambda \frac{T_{k-1}^n - 2T_k^n + T_{k+1}^n}{h_k^2} = \frac{U^2 \rho_k}{\left(\sum_k \rho_k h_k\right)^2}. \quad (8)$$

Проверка модели. Для проверки корректности предложенной математической модели и алгоритма ее численного решения было проведено сравнение теоретических результатов и экспериментальных данных. Для сравнения использовались образцы термисторов с известными характеристиками (температурная зависимость сопротивления, температура поверхности образцов, их геометрические размеры). Температура поверхности измерялась в соответствии с рекомендациями Международного электротехнического комитета. Подаваемое напряжение на образцы составляло 220В. Характеристики образцов (удельное сопротивление при комнатной температуре, положительный температурный коэффициент, температура фазового перехода, толщина и площадь) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики образцов позисторной керамики

№ образца	ρ_0 , Ом м	α , %/К	T_C , °С	L , мм	S , мм ²
1	5,1	0,2	130	2,64	285
2	240	0,1	212	2,21	285
3	320	0,1	207	3,50	284

Таблица 2

Расчетные и экспериментальные величины температуры поверхности образцов позисторной керамики

№ образца	T_n , °С	
	Эксперимент	Расчет
1	157	158
2	229	235
3	215	219

Расчетные и экспериментальные величины температуры поверхности приведены в табл. 2, из которой видно хорошее соответствие экспериментальных и теоретических результатов.

На рис. 3 представлены осциллограммы позисторов № 2 и № 3. Точками на рис. 1 указаны расчетные амплитуды токов для различных моментов времени. Расхождение экспериментальных и расчетных данных составляет менее 10%. Данное расхождение объясняется тем, что не была учтена реактивная составляющая сопротивления позистора, емкость которого изменяется скачком в области точки Кюри. К тому же рассматривался одномерный случай.

Время переключения позистора в высокоомное состояние определяется из осциллограммы (время, при котором ток в два раза меньше максимального).

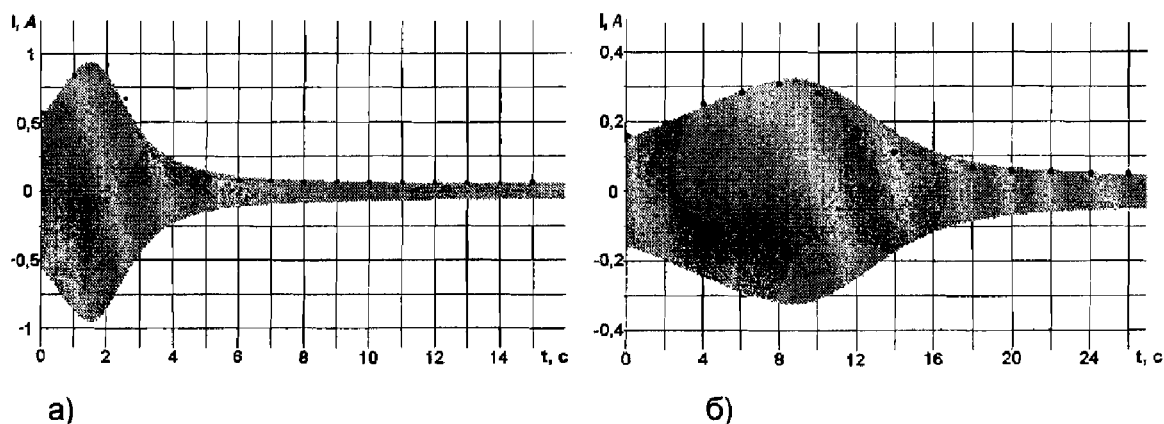


Рис. 3. Осциллограмма тока для позистора а) – № 2; б) – № 3 (подаваемое напряжение 220В), точками указаны расчетное значение амплитуды тока.

Таким образом, предложенная модель может использоваться для анализа теплофизических процессов в материалах с ПТКС. Данная модель позволит подбирать оптимальные параметры керамики исходя из требуемых задач. Разработанная модель может быть использована и для описания температурных полей широкого класса терморезистивных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Heywang, W.** Semiconducting Barium Titanate / W. Heywang // J. Mater. Sci. – 1971. – Vol. 6. – P. 1214–1226.
2. **Полупроводники на основе титаната бария.** – М.: Энергоиздат, 1982.
3. **Dewitte, C.** On the mechanism of delamination fracture of BaTiO₃-based PTC thermistors / C. Dewitte, R. Elst, F. Delannay // J. European Ceramic Soci. – 1994. – Vol. 14. – P. 481–492.
4. **Kulwicki, B.M.** Instabilities in PTC resistors / B.M. Kulwicki // In Proc. 6th Internat. Symposium on the Applications of Ferroelectrics. IEEE, Bethlehem, PA, 1986. – P. 656–664.
5. **Ford, R.** Positive temperature coefficient resistors as high power pulse switches / R. Ford, M. Kahn // In Proc. 6th Internat. Symposium on the Applications of Ferroelectrics. IEEE, Bethlehem, PA, 1986. – P. 669–672.
6. **Loser, W.** Theory of thermal switching behaviour of a PTC-resistor device / W. Loser, C. Mattheck // Phys. Stat. Sol. (a). – 1973. – Vol. 18. – P. 247–254.
7. **Mader, G.** Temperature and stress dependence of Young's modulus in semiconductors barium titanate ceramics / G. Mader, H. Meixner, P. Kleinschmidt // J. Appl. Phys. – 1985. – Vol. 58. – P. 702–704.
8. **Smith, D.S.** Transient thermal gradients in barium titanate positive temperature coefficient (PTC) thermistors / D.S. Smith, N. Ghayoub, I. Charissou, O. Bellon, P. Abelard // J. Am. Ceram. Soc. – 1998. – Vol. 81, № 7. – P. 1789–1796.
9. **Цой, П.В.** Методы расчета задач тепломассопереноса / П.В. Цой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1984.

S U M M A R Y

The investigations of spatially-time distribution of temperature and electric field in PTC-thermistors based on semiconducting barium titanate under current loading were carried out. The analysis was made on the basis of the numerical decision of the non-linear thermal conductivity equation. The comparison of theoretical results and experimental data is given in the article.

Поступила в редакцию 24.10.2006