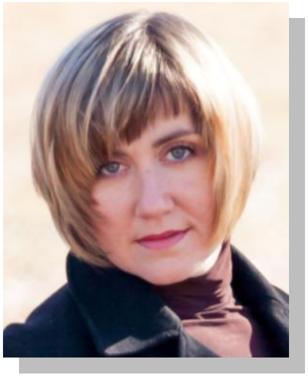
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ КАК СОСТАВЛЯЮЩИХ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ С ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА



Александрович Надежда Владимировна,
учитель математики государственного учреждения образования «Средняя школа № 20 г. Орши»

ПРОБЛЕМНЫЕ СИТУАЦИИ И ИХ РЕШЕНИЕ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В статье рассматриваются варианты постановки проблемных ситуаций на уроке математики как элемента реализации деятельностного подхода.

Сегодня перед общеобразовательной школой стоит одна из важнейших задач – не просто «снабдить» обучающихся багажом знаний, а активно включать их в творческую, исследовательскую деятельность, тем самым привить умения, позволяющие учащимся самостоятельно добывать информацию.

Достижение необходимого развивающего эффекта обучения математике возможно на базе реализации деятельностного подхода, который направлен на развитие каждого ученика, на формирование индивидуальных способностей учащихся.

Принципиальным отличием такого подхода является системное включение учащихся в самостоятельную учебно-познавательную деятельность. Учитель не дает новое знание в готовом виде, а организует «открытие» его самими детьми. В этом творческом процессе проявляются и развиваются качества, определяющие успешную самореализацию ученика сначала в учебе, а затем в жизни: умение ставить перед собой цели, самостоятельно находить пути их достижения, умение планировать и организовывать свою деятельность, корректировать и адекватно оценивать ее результаты, работать в команде, обосновывать свою позицию и понимать позицию других и многое другое.

Чтобы научить школьников самостоятельно и творчески учиться, нужно включить их в специально организованную деятельность, сделать «хозяевами» этой деятельности. Для этого нужно выработать у школьников цели и мотивы учебной деятельности («зачем учиться математике?»), обучить способам ее осуществления («как учиться?»). Давно доказано психологами, что люди лучше усваивают то, что обсуждают с другими, а лучше всего помнят то, что объясняют другим. И ведь именно эти возможности предоставляет учащимся используемая на уроке учителем групповая работа.

Наибольший интерес при планировании и проведении урока у нас вызывает создание проблемных ситуаций и поиск путей выхода из них.

Предлагаю рассмотреть следующие варианты проблемных ситуаций, используемых нами.

1. Создание проблемных ситуаций через умышленно допущенные учителем ошибки

В понимании детей учитель – это компьютер, который не может ошибиться никогда, и они обычно слепо копируют его решение.

7 кл. Тема «Линейные уравнения с одной переменной»

Решаю быстро уравнение:

(3Х + 7) х 2 – 3 = 17

6Х + 14 – 3 = 17

6Х = 17 – 14 – 3

6Х = 0

Х = 0

Естественно при проверке ответ не сходится. Проблемная ситуация. Ищут ошибку. Дети решают проблему. После этого учащиеся очень внимательно следят за мыслью и решением учителя. Результат – внимательность и заинтересованность на уроке.

2. Создание проблемных ситуаций через использование занимательных заданий

Пример № 1. 7 класс «Линейная функция»

Обычная форма задания: функция задана формулой У = Х + 5. Найдите значение функции при Х = 0, 7, –5, 1.

Занимательная форма задания: Приглашаю к доске ученика, даю ему карточку, на которой написано У = Х + 5. На доске заготовлена таблица:

Х							
У							

Ученик из класса называет какое-нибудь значение Х. Ученик у доски вписывает это число в таблицу и, поставив его в формулу, находит и располагает в таблицу соответствующее ему значение У. Затем другой ученик из класса называет другое значение Х и ученик у доски проделывает те же операции. Задача класса – «угадать» формулу, записанную на карточке. Проблемная ситуация создана. Выигрывает тот ученик, который первый назовет формулу.

Пример № 2. 7 класс «Разность квадратов»

Преступники украли в банке большую сумму денег. Их поймали, но похищенную сумму установить не удалось. Преступники категорически отказываются назвать ее, утверждая, что записали это число в виде степени и зашифровали не только основание, но и ее показатель. Экспертам удалось узнать основание степени. Это число 597? Но каким был показатель, не говорят. После очередного допроса преступники сказали, что показатель степени является корнем уравнения

$(2y + 1)^2 – 4y^2 = 9$

$y = 2$

$597^2 = (600 – 3)^2 = 600^2 – 2 \times 600 \times 3 + 3^2 =$
$= 360000 – 3600 + 9 = 356409$

Пример № 3. 9 кл. Тема «Сумма n-первых членов арифметической прогрессии»

Изучение вопроса о сумме n-первых членов арифметической прогрессии в 9-м классе начинаю с рассказа: «Примерно 200 лет тому назад в одной из школ Германии на уроке математики учитель предложил ученикам найти сумму первых 100 натуральных чисел. Все принялись подряд складывать числа, а один ученик почти сразу же дал правильный ответ. Имя этого ученика Карл Фридрих Гаусс. Впоследствии он стал великим математиком. Как удалось Гауссу так быстро подсчитать эту сумму?»

Проблемная ситуация: как найти быстро сумму первых 100 натуральных чисел?

Решение проблемы (1 + 100) х 50 = 5050

Последовательность чисел 1, 2, 3, …, 100 является арифметической прогрессией. Теперь выводим формулу суммы n-первых членов арифметической прогрессии.

Пример № 4. Следующее задание подходит для любого урока

Эмблема урока: 28k + 30n + 31m = 365

Говорят, уравнение вызывает сомнение, но итогом сомнения может быть озарение!

Задание для учащихся. Найти хотя бы одно решение уравнения.

(Уравнение, красочно оформленное, вывешиваю сверху, в центре доски, предупреждаю, что к концу урока будем обсуждать его решение.)

К концу урока снова возвращаемся к уравнению.

28k + 30n + 31m = 365

Кто увидел? Кто догадался? Кто решил?

«Смотреть – не значит видеть!»

Ответ: 365 – это количество дней в году, 28 – количество дней в феврале, 30 – количество дней имеют 4 месяца в году, 31 – количество дней имеют 7 месяцев в году. Тогда: 28 х 1 + 30 х 4 + 31 х 7 = 365.

Главный фактор занимательности – это приобщение учащихся к творческому поиску, активизация их самостоятельной исследовательской деятельности, так как уникальность занимательной задачи служит мотивом к учебной деятельности, развивая и тренируя мышление вообще и творческое в частности.

3. Создание проблемных ситуаций через решение задач, связанных с жизнью

5 класс «Прямоугольник. Квадрат»

Семья Димы летом переехала в новый дом. Им отвели земельный участок прямоугольной формы. Папа решил поставить изгородь. Он попросил Диму сосчитать, сколько потребуется штакетника для изгороди, если на 1 погонный метр изгороди необходимо 10 штук? Сколько денег потратит семья, если каждый десяток стоит 50 рублей.

Проблемная ситуация: нужно найти длину изгороди (периметр прямоугольника).

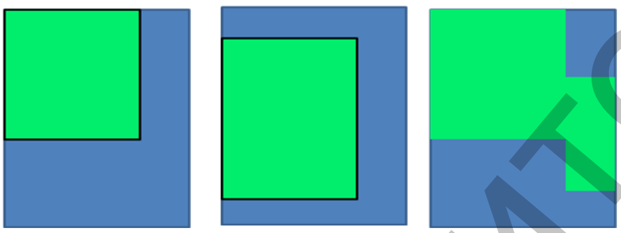
4. Создание проблемных ситуаций через выполнение практических заданий

Пример № 1. 5 класс «Площадь прямоугольника».

На уроке труда Сережа выпиливал лобзиком и получил различные остатки фанеры. В каком из остатков выбрасывается фанеры больше?

Проблемная ситуация. Нужно найти площадь данной фигуры.

Вывод: разбить фигуру на прямоугольники, найти площадь каждой части и сложить (один из вариантов).



Пример № 2. 5 класс «Площадь прямоугольника»

К уроку детям даю задание из газеты склеить 1 м^2. Вы сделали это? Молодцы. Давайте посмотрим, сколько человек поместится на нем. Выясняем, что 4 человека. Как вы думаете, возможно ли на квадратной площадке со стороной 30 км поместить все население мира? (6,5 млрд)

Проблемная ситуация: нужно найти площадь площадки (площадь квадрата)

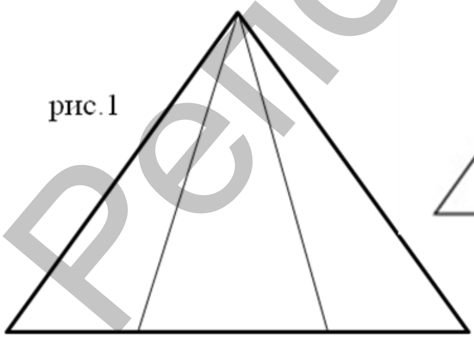
Пример № 3. 6 класс «Координатная плоскость»

На этапе активного и осознанного усвоения нового материала, а также на этапе закрепления применяю практические работы «Животные на плоскости», «Астрономия и координатная плоскость». Я рассказываю ребятам о каком-либо животном, созвездии, а они, чтобы узнать «невидимку», должны построить точки по координатам и соединить их линиями. Также выполняют творческие работы, сами предлагают свои рисунки и по ним составляют задания.

5. Создание проблемных ситуаций через решение задач на внимание и сравнение

Третьекласснице Даше учительница дала задание сосчитать, сколько треугольников изображено на рисунке. Она нашла 3 треугольника. Подошла Лена и нашла 6 треугольников. Кто из них прав? Попробуем посчитать вместе. Определите, сколько треугольников вы видите на рис. 1, рис. 2 и квадратов на рис. 3?

рис.1



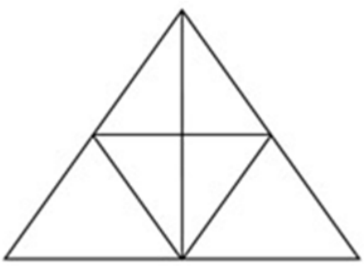
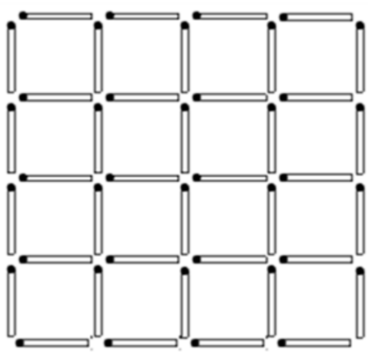


рис.2

рис.3



6. Создание проблемных ситуаций через противоречие нового материала старому, уже известному

Пример № 1. 7 класс «Квадрат суммы и квадрат разности»

Вычисляем:

$(2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2 = 100$

$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$

$(5 : 6)^2 = 5^2 : 6^2 = 25 : 36$

$(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

Попробуйте сосчитать по-другому.

$(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

Проблемная ситуация создана. Почему разные результаты?

$(3 + 4)^2 \neq 3^2 + 4^2$

Пример № 2. 7 класс «Теорема о сумме углов треугольника».

Перед изучением теоремы ученикам предлагается построить треугольник по трем заданным углам. Учащиеся знают, что это возможно и умеют выполнять такие задания. В предлагаемом задании: 1) $\angle A=90°$, $\angle B=60°$, $\angle C=45°$; 2) $\angle A=70°$, $\angle B=30°$, $\angle C=50°$. Как бы точно ученик не откладывал требуемые величины заданных углов, он не может построить треугольник. Перед ним возникает проблема: «Почему в предлагаемых заданных нельзя построить треугольник, несмотря на то, что известны величины трех углов?». У ученика возникает потребность в познании изучаемого закона. В результате поставленного задания усваивание учеником знания предстает перед ним как требуемое неизвестное знание. Теперь изучение указанной теоремы индуктивным или дедуктивным путем будет составлять для ученика открытие нового.

Пример № 3. 5 класс «Нахождение части (дроби) от числа».

Решаем задачу: «Огород занимает 6 га земляного участка. На 2/3 огорода посажен картофель. Какую часть всего земляного участка занимает картофель?». Можем ли мы решить задачу? Как?

$6 : 3 \times 2 = 4$ (га)

Охарактеризуйте задачу. Отойдем от огорода и картофеля, перейдем к величинам. Что нам известно? [целое]. Что нужно найти? [часть]

Возьмем ту же задачу, но изменим значения одной величины: «Огород занимает 4/5 земельного участка. На 2/3 огорода посажен картофель. Какую часть всего земельного участка занимает картофель?». Изменился ли математический смысл задачи? [нет]. Значит, опять известно целое, а ищем часть. Влияет ли замена 6 на 4/5 на решение? Можно ли решить? [нет].

Что за ситуацию мы получили? (Обе задачи на нахождение части от числа. Но одну мы можем решить, зная определенные дроби, понятие числителя и знаменателя, а вторую не можем). Проблема: не знаем общего правила нахождения дроби от числа. Нужно вывести это правило.

Пример № 4. 11 класс «Иррациональные уравнения»

Дается задание: проверьте может ли число 5 быть корнем иррационального уравнения $\sqrt{x-6} = \sqrt{x-4}$? (нет, при $x = 5$ уравнение не имеет смысла). А если бы нам нужно было решить это уравнение, то какой способ решения вы смогли бы предложить? (возведение обеих частей в квадрат).

$x - 6 = 4 - x \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5$.

Итак, единственный способ решения приводит к корню, который является посторонним. Возникает внешнее несоответствие между фактами, что приводит к проблемной ситуации.

Пример № 5. 10 класс «Перпендикулярность прямой и плоскости»

Начиная урок не с объявления его темы, а с беседы о реальной ситуации, в которой невозможно верно решить вопрос без привлечения математики. Напоминаю о кладке стен, которую школьники наблюдали не раз. Вертикальность стен является правилом строителей. Правда, имеется несколько зданий, построенных с нарушением этого условия (наклонные башни в Ницце, шаровой дом в Дрездене), но известно, с какими трудностями было связано их возведение и какие меры приходится принимать, чтобы эти сооружения не рухнули. Как же осуществляют строители контроль за вертикальностью стен? Выясняется, что для этого используют отвес. Естественно, возникает вопрос: правильно ли поступают строители, является ли такая проверка достаточной? Проблема сформулирована, но пока класс ответить на поставленный вопрос не может. Несколько позже, рассмотрев одно из свойств перпендикулярных плоскостей, учащиеся смогут это сделать и только теперь объявляется тема урока. После доказательства теорем о перпендикулярных плоскостях учащиеся возвращаются к выдвинутой проблеме.

Пример № 6. 10 класс «Параллельные плоскости. Признак параллельности плоскостей».

После рассмотрения взаимного расположения двух плоскостей и введения учащимся определения параллельных плоскостей по аналогии с определением параллельных прямых им предлагается выполнить упражнение: «Верно ли утверждение, что плоскости параллельны, если а) прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна прямой другой плоскости; б) две прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно, параллельны двум прямым другой плоскости?». Возникает вопрос, при каком же условии две плоскости параллельны? Учащиеся сами формулируют проблему и после сопоставления фактов выдвигают.

7. Создание проблемных ситуаций через различные способы решения одной задачи

7 класс «Решение задач с помощью уравнений»

На заправке села Всехсвятское две цистерны. В начале посевной обе цистерны заполнены. В первой было 59 т бензина, а во второй – 44 т. Через сколько дней в цистернах останется одинаковое количество горючего, если ежедневно из первой цистерны расходуется 5 т, а из второй – 2 т.

Решают с помощью уравнения (алгебраический)

59 – 5x = 44 – 2x

А вот вчера четвероклассник Стас, который не умеет решать такие уравнения, тоже смог ее решить.

Проблемная ситуация: какой способ он предложил? (арифметический)

8. Создание проблемных ситуаций через выполнение небольших исследовательских заданий

Пример № 1. 6 класс «Длина окружности»

Еще древние греки находили длину окружности по формуле C = π x d, где d – это диаметр окружности.

Вопрос: а что же такое *π*?

Работаем в парах, выполняя необходимые измерения.

1. Опоясать стакан ниткой, распрямить нитку, длина нитки примерно равна длине окружности стакана. Чтобы получить более точный результат, нужно это проделать несколько раз. Занесите данные в следующую таблицу.

C1	C2	C3	C сред.	d	π

2. Измерьте диаметр стакана линейкой. Данные занесите в таблицу.

3. Найдите значение π как неизвестного множителя. Можно пользоваться калькулятором.

4. Каждой паре занести вычисленное значение π в таблицу на доске.

Полученные значения π

1 пара	2 пара	3 пара
среднее арифметическое = = (1 пара + 2 пара + 3 пара) : 3 Значение π от 3,1 до 3,2		

Число π – это бесконечная дробь, современные машины могут определить до миллиона знаков после запятой.

π = 3,1415926…

Для того чтобы легче запомнить цифры, надо сосчитать количество букв в каждом слове высказывания: «Это я знаю и помню прекрасно».

В дальнейшей работе мы будем использовать значение π = 3,14.

Исследование проведено. На уроке кроме исследовательской работы удачно использовалась работа в парах. Сотрудничество и взаимопомощь принесли желаемый результат. Проблема решена.

9. Создание проблемных ситуаций с помощью математических задач

Не каждый урок можно начинать с создания проблемной ситуации, ведь есть много уроков, в содержании которых нет явных проблем. Но в математике есть несколько групп задач, которые помогают ввести в урок проблему. Рассмотрим некоторые из таких задач.

Задачи с несформулированным вопросом

Вопрос не формулируется ни прямо ни косвенно, но он логически вытекает из данных в задаче математических отношений. Такие задачи позволяют выяснить, видит ли учащийся в них лишь совокупность разрозненных данных, или задача для него изначально существует как комплекс взаимосвязанных величин.

1. Автомобиль прошел 630 км со скоростью 70 км/ч. (Какое время он затратил на путь?)
2. На протяжении 155 м уложено 25 труб длиной по 5 и 8 м. (Сколько уложено тех и других труб?)
3. В треугольнике первый угол на 30° больше второго, а третий угол на 20° меньше первого. (Найти величину углов.)

Задачи с недостающими данными

В них отсутствуют некоторые данные, вследствие чего дать точный ответ на вопрос задачи не представляется возможным. Цель таковых – узнать, «схватывают» ли ученики в процессе восприятия условия задачи ее формальную структуру, способны ли обнаружить неполноту данных.

1. Две лодки отошли одновременно навстречу друг другу от двух пристаней. Одна лодка проходила в час 15 км, а другая – 10 км. Найти расстояние между пристанями. (Не указано, через какое время лодки встретились.)

2. Поезд состоит из цистерн, товарных вагонов и платформ. Цистерн на 4 меньше, чем платформ, и на 8 меньше, чем товарных вагонов. Сколько цистерн в составе поезда? (Неизвестно общее число вагонов.)

3. Вычислить сторону прямоугольника с площадью 36 $см^2$. (Надо знать одну из сторон или отношение величин сторон.)

Задачи с избыточным составом условия

В них введены дополнительные, ненужные, не имеющие значения показатели. Учащиеся должны уметь из совокупности данных им величин выделить именно те, которые представляют собой систему отношений, составляющих существо задачи, и являются необходимыми и достаточными для ее решения.

Расстояние между двумя пристанями 120 км. Теплоход, двигаясь со скоростью 30 км/ч, прошел этот путь за 4 часа. На обратном пути он прошел то же расстояние за 5 часов. С какой скоростью шел теплоход на обратном пути? (Лишнее данное – расстояние между пристанями.)

Задачи на доказательство

Здесь исследуется собственно творческое обобщение метода рассуждения, перенос усвоенных принципов доказательства на решение аналогичных, но более сложных мыслительных задач.

Доказать, что при увеличении скорости тело пройдет одно и то же расстояние за меньшее время.

Составление задач данного типа

Ученик, ознакомившись с задачей или решив ее, должен самостоятельно составить другие задачи:

а) аналогичную данной с измененными числовыми данными;

б) задача другого предметного содержания и с другими числовыми показателями;

в) задача другого предметного содержания, представленная в общем виде.

Проверяется, сможет ли ученик произвести самостоятельное обобщение ряда объектов в результате анализа лишь одного объекта данного рода.

Велосипедист должен попасть в место назначения к определенному сроку. Известно, что если он поедет со скоростью 15 км/ч, то приедет на час раньше, а если скорость будет 10 км/ч, то он опоздает на час. С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы приехать вовремя?

Нереальные задачи

Это задачи, лишенные смысла. В данном случае можно проследить особенности обобщения математического материала, проявляющиеся как в области восприятия, так и в области переработки и хранения в памяти.

Скорость парохода 20 км/ч. Расстояние от пункта А до пункта В он прошел по течению за 3 часа. Обратно пароход шел против течения со скоростью 30 км/ч. Сколько времени он затратил на путь от пункта В до пункта А?

Задачи с меняющимся содержанием

Здесь дана исходная задача и второй ее вариант. Во втором варианте изменяется один из элементов, вследствие чего содержание задачи и действий по ее решению резко меняется. В задаче, на первый взгляд, никаких существенных изменений не произошло, поэтому ученик уже придерживается (невольно) сложившегося способа решения. Необходимо проследить, как решается второй вариант: а) сам по себе; б) сразу после решения первого варианта.

Расстояние между городами 270 км. Из этих городов навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Скорость одного из них 50 км/ч, другого – 40 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

(Второй вариант: вместо слов «навстречу друг другу» говорится «в одном направлении». Если ученик задает вопрос, какой из поездов находится впереди, то ему предстоит самому решить, при каком условии задача имеет смысл.)

Прямые и обратные задачи

Таковые позволяют исследовать способность к обратимости мыслительного процесса. Решая обратную задачу, учащиеся перестраивают суждения и умозаключения, использованные при решении прямой задачи. При этом они овладевают новыми связями между мыслями и новыми, более сложными формами рассуждений. Составление новых задач, обратных данным, приводит ученика к постановке проблем, получению существенно иных разновидностей задач. Это простой и удобный способ развития творческого мышления.

Прямая. Расстояние между городами А и В – 390 км. Навстречу друг другу вышли два поезда. Один из них шел со скоростью 60 км/ч, другой – 70 км/ч. Через сколько времени они встретятся?

Обратная. Расстояние между городами А и В – 360 км. Навстречу друг другу вышли два поезда, которые встретились через 3 часа. Один поезд шел со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью шел второй поезд?

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакланский, О.Е. Проблемное обучение: обоснование и реализация / О.Е. Бакланский // Наука и школа. – 2000. – № 1.
2. Вилькеев, Д.В. Методы научного познания в школьном обучении / Д.В. Вилькеев. – К., 1975.
3. Гнеденко, Б.В. О развитии мышления и речи на уроках математики / Б.В. Гнеденко // Математика в школе. – 1976. – № 3.
4. Карелина, Т.М. Методы проблемного обучения / Т.М. Карелина // Математика в школе. – 2000. – № 5.
5. Максимова, В.Н. Проблемный подход к обучению в школе: метод. пособие по спецкурсу / В.Н. Максимова. – Л., 1973.
6. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. – М., 1972.
7. Махмутов, М.И. Организация проблемного обучения / М.И. Махмутов. – М., 1977.
8. Махмутов, М.И. Проблемное обучение (основные вопросы теории) / М.И. Махмутов. – М., 1975.
9. Оконь, В. Основы проблемного обучения / В. Оконь. – М., 1968.