Заключение. Таким образом, LCoS-микродисплеи на настоящем уровне своего технологического развития имеют характеристики, которые превосходят аналогичные характеристики микродисплеев, основанных на технологиях DLP. Основное преимущество LCoS-микродисплея состоит в высоком коэффициенте полезной площади модулятора, который достигает 93% и более. Благодаря этому проекционная техника, в которой используются LCoS-модуляторы, воспроизводит на экране гладкое, лишенное заметной сетки изображение. Преимуществом LCoS-технологии является возможность создания на ее основе устройств с высоким разрешением.

Для реализации управления микродисплеем и подсветом используется алгоритм преобразования и обработки видеосигнала для формирования градаций серого изображения и смешивания цветов RGB.

Список литературы

1. Сайт фирмы Forth Dimension Displays [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.forthdd.com / – Дата доступа: 04.02.2015. Получение документации и образцов микродисплеев.
2. Кучерявый, А.А. Бортовые информационные системы: курс лекций / Под ред. В.А. Мишина и Г.И Клюева. – 2-е изд. перераб. и доп. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 504 с.
3. Самарин, А. ЖК-микродисплеи, использующие технологию LCoS // Электронные компоненты. – 2005. – № 3–4.
4. Самарин, А. LCoS микродисплеи и их применение // Компоненты и технологии. – 2008. – № 8.

ПРОИЗВОДНЫЕ МАРШО-АДАМАРА ДРОБНОГО ПОРЯДКА

С.А. Шлапаков

Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В работе объектом исследования являются дробные производные Римана–Лиувилля [1], которые на числовой оси можно привести к другому виду, который оказывается более удобным на оси по сравнению с классическим. Эту форму представления называют дробной производной Маршо [1]. Её можно построить и на полуоси. Естественным видится построить аналогичную конструкцию и для дробной производной Адамара [2],[3]. Настоящая работа этому и посвящена.

Цель данного исследования состоит в получении представления производной Маршо–Адамара дробного порядка α $(0<\alpha<1)$ и её простейших свойств.

Материал и методы. Материалом исследования является дробная производная Маршо. В работе используются методы дифференциального и интегрального исчислений, а также методы функционального анализа.

Результаты и их обсуждение. Дробная производная по Адамару, вводимая подобно дробной производной Римана–Лиувилля [2], имеет в случае $0<\alpha<1$ вид

$$\left(D_{0+}^{\alpha} f\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}x\frac{d}{dx}\int_0^x\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{-\alpha} f(t)\frac{dt}{t},\quad x>0, \qquad (1)$$

где $\Gamma(z)=\int_0^{\infty} x^{z-1}e^{x}dx$ – гамма-функция.

Пусть функция $f(x)$ является непрерывно дифференцируемой и убывает в нуле вместе с производной $f'(x)$ не медленнее чем $|\ln x|^{\alpha-1-\varepsilon},\quad \varepsilon>0.$ В (1) произведем замену $\ln\frac{x}{t}=u$ и с учетом формулы Дирихле (частный случай теоремы Фубини, позволяющей менять порядок интегрирования в повторных интегралах) [1] будем иметь:

$$\left(D_{0+}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{x}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dx}\int_0^\infty u^{-\alpha}f(xe^{-u})du=\frac{x}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^\infty f'(xe^{-u})e^{-u}u^{-\alpha}du=$$

$$=\frac{x}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^\infty f'(xe^{-u})e^{-u}du\int_u^\infty\frac{\alpha}{\theta^{\alpha+1}}d\theta=\frac{\alpha x}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^\infty\frac{d\theta}{\theta^{\alpha+1}}\int_0^\theta f'(xe^{-u})e^{-u}du=$$

$$=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^\infty\frac{f(x)-f(xe^{-\theta})}{\theta^{\alpha+1}}d\theta.$$

Понятно, что если в последнем интеграле совершить замену $xe^{-\theta}=t$, то $\theta=\ln\frac{x}{t},\quad d\theta=-\frac{dt}{t}$ и имеем равенство $\int_0^\infty\frac{f(x)-f(xe^{-\theta})}{\theta^{\alpha+1}}d\theta=\int_0^x\frac{f(x)-f(t)}{\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{\alpha+1}}\frac{dt}{t}$.

С учетом последнего равенства конструкцию вида

$$\left(\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^\infty\frac{f(x)-f(xe^{-t})}{t^{\alpha+1}}dt=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^x\frac{f(x)-f(t)}{\left(\ln\frac{x}{t}\right)^{\alpha+1}}\frac{dt}{t}\qquad(2)$$

будем называть дробной производной Маршо-Адамара порядка α, $0<\alpha<1$. Так что $D_{0+}^{\alpha}f\equiv\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}f$ на достаточно "хороших" функциях $f(x)$. Интеграл в формуле (2) существует не только при указанных предположениях о функции $f(x)$ (они понадобились для перехода от (1) к (2)), но и на функциях, ограниченных в нуле и удовлетворяющих локально условию Гёльдера порядка $\lambda>\alpha$. Вообще говоря, если функция $f(x)$ локально гёльдерова порядка $\lambda>\alpha$, а в нуле не убывает или даже возрастает не быстрее, чем $|\ln x|^{\alpha-\varepsilon},\quad\varepsilon>0,$ то $\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}$ существует, чего не скажешь о D_{0+}^{α}. Для существования D_{0+}^{α} нужно лучшее поведение функции $f(x)$ в нуле. Таким образом, дробная производная Маршо-Адамара $\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}$ допускает большую свободу в нуле нежели дробная производная Адамара D_{0+}^{α}.

К простейшим свойствам дробных производных Маршо-Адамара можно отнести следующие:

$$P_n\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}f=n^{\alpha}\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}P_nf,\quad\left(P_nf\right)(x)=f(x^n),\quad 0<x<\infty,\quad n\in R,$$

$$\Pi_\delta\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}f=\mathbf{D}_{0+}^{\alpha}\Pi_\delta f,\quad\left(\Pi_\delta f\right)(x)=f(\delta x),\quad 0<x<\infty,\quad\delta>0.$$

Последнее равенство показывает, что дробная производная Маршо-Адамара инвариантна относительно растяжения.

Заключение. Важность исследования свойств операторов дробного интегродифференцирования обусловлена их широким применением при решении различных прикладных задач, которые возникают при отыскании ответов на разнообразные вопросы физики и механики в теории колебаний, теории теплопроводности, теории упругости. В работе получено аналитическое выражение так называемой дробной производной Маршо-Адамара, отмечены её некоторые преимущества в сравнении с дробной производной Адамара, что будет учитываться существом решаемой прикладной задачи.

Список литературы

1. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Шлапаков, С.А. О дробном интегродифференцировании Адамара в весовых пространствах суммируемых функций / С.А. Шлапаков // Веснік ВДУ. – 2009. – Т. 53, № 3. – С. 132–135.
3. Шлапаков, С.А. Операторы дробного интегродифференцирования по Адамару / С.А. Шлапаков // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XVI(63) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, 16–17 марта 2011 г. – Витебск, 2011. – Т. 1. – С. 71–73.