

Заключение. В данной работе найдены все алгебры Ли VI типа по классификации А.З.Петрова, которые допускают гомотетические автоморфизмы относительно лоренцевого скалярного произведения. В дальнейшем предполагается дать описание полной группы таких автоморфизмов и указать однопараметрические подгруппы гомотетических автоморфизмов.

Список литературы

1. Петров, А.З. Новые методы в общей теории относительности / А.З. Петров. – М.: Наука, 1966.
2. Alekseevski, D. Self-similar Lorentzian manifolds / D. Alekseevski // Ann.of Global Anal.Geom. – 1985. – V.3, № 1. – С. 59–84.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПРОЕКЦИИ ВЕСА ТЕЛА НА ПОДОШВУ КОПЫТЦА КРУПНОГО РОГАТОГО СКОТА

О.В. Пышненко¹, С.М. Станкевич¹, Е.В. Ховайло²
¹Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова; ²Витебск, ВГАВМ

Болезни копытца, связанные с излишним отращиванием копытцевого рога, являются наиболее актуальной проблемой скотоводства, так как наносят значительный экономический ущерб хозяйствам за счет выбраковки большого количества больных животных, причем чаще высокопродуктивных. Известно, что 20–25% поголовья скота имеют ортопедические заболевания копытца, а на комплексах с грубыми нарушениями содержания данная цифра может достигать 50% [1, 2]. Излишнему отращиванию копытцевого рога и, следовательно, перераспределению нагрузки на мякиш, способствует и отсутствие регулярных ортопедических диспансеризаций. Количество ортопедических расчисток копытца чаще основано не на научных данных о росте и стирании копытцевого рога, а на экономических возможностях хозяйства. Поэтому, в настоящей работе была поставлена цель: разработать математический метод расчета отращивания копытцевого рога до критического момента, предрасполагающего к развитию язвенных поражений.

Материал и методы. Материалы: рентгенограммы, анатомические параметры строения копытца крупного рогатого скота (КРС) и относительная скорость роста копытцевого рога, полученные путем промеров натуральных препаратов на кафедре анатомии животных ВГАВМ. Объект исследования: процесс движения проекции веса тела на подошву копытца КРС. Предмет исследования: математическая модель данного процесса. Использовались: аналитические, численные методы исследования; пакет символьной математики *Maple 14*.

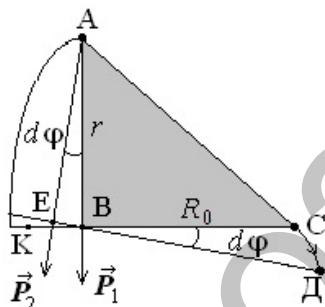


Рис.1 - Модель копытца КРС.

АС – линия роста копытцевого рога; АВ = r – длина перпендикуляра от суставной поверхности копытцевой кости до подошвы копытца; ВС = R_0 – начальное расстояние от пересечения r с подошвой копытца до зацепа копытца – С в норме; ВК – расстояние от пересечения r с подошвой копытца до места наиболее частой локализации язвы мякиша.

Результаты и их обсуждение. В качестве модели копытца предлагается использовать модель абсолютно твердого тела (рис.1), где КС – подошва копытца; А – копытцевый сустав; В –

проекция веса тела \vec{P}_1 в норме; К – критическое положение (точка) проекции веса тела, при достижении которого возникновение ортопедических поражений копытца наиболее вероятно; АС – линия роста копытцевого рога; АВ = r – длина перпендикуляра от суставной поверхности копытцевой кости до подошвы

отращивания копытцевого рога происходит со скоростью v_p . При движении КРС по различным видам полов в с/х предприятиях происходит стирание копытцевого рога со скоростью v_{cm} . Поэтому в данной модели учитывается относительная скорость роста $v = v_p - v_{cm}$.

В процессе роста копытцевого рога с относительной скоростью v происходит: удлинение участка подошвы ВС; появляется дополнительный вращающий момент, поворачивающий копытце и, соответственно, линию подошвы на угол $d\phi$. Тогда ВД – это новая линия соприкосновения подошвы с опорой. При этом проекция веса тела \vec{P}_2 смещается из точки В в точку Е в

направлении критической точки К. Если начальное расстояние R_0 , то, после поворота на $d\phi$, оно становится равным $ED = R_1$. Т.е., формально, точка роста копытцевого рога С участвует в радиальном движении со скоростью \dot{R} и угловом движении со скоростью $\dot{\phi}$. Тогда, используя полярные координаты, движение точки С можно описать как движение по дуге СД радиусом $R = R(t)$ со скоростью

$$v^2 = \dot{R}^2 + R^2 \dot{\phi}^2 \quad (1)$$

Одновременно, величина угловой скорости может быть определена как

$$\dot{\phi} = \frac{\dot{R}}{r} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), и, решая соответствующее дифференциальное уравнение с граничными условиями $R(0) = R_0$, $R(T) = R_K$, где T – время, за которое проекция веса тела сдвинется до критической точки К, находящейся от зацепа копытца на расстоянии R_K , получим

$$T = \frac{1}{2rv} \left[R_K \sqrt{R_K^2 + r^2} - R_0 \sqrt{R_0^2 + r^2} + r^2 \ln \frac{R_K + \sqrt{R_K^2 + r^2}}{R_0 + \sqrt{R_0^2 + r^2}} \right] \quad (3)$$

Время T , вычисленное при подстановке в (3) анатомически измеренных параметров $r = 33$ мм, $R_0 = 68$ мм, $R_K = 114$ мм, $v = 20$ мм/месяц составляет 6,75 месяца и, согласно анатомическим наблюдениям, является завышенным. Причиной данного факта, на наш взгляд, является тот факт, что при решении (1) параметр r предполагался постоянным. Однако, в действительности, он изменяется по линейному закону

$$r = r_0 + \alpha t \quad (4)$$

где $r(0) = r_0$; α – скорость прироста толщины копытцевого рога вдоль подошвы.

Поэтому, на втором этапе было произведено уточнение модели. При подстановке (4) в (2) и (1) было получено дифференциальное уравнение, решение которого в аналитическом виде пока не получено.

Однако может быть предложен следующий итерационный метод. Выразив из (3) $R = R(r(t), t)$ как функцию времени и параметра $r(t)$, можно составить итерационный процесс

$$\begin{cases} r_i = r_0 + \alpha t_i, \\ R_i \sqrt{R_i^2 + r_i^2} + r_i^2 \ln \left[R_i + \sqrt{R_i^2 + r_i^2} \right] = \\ = 2r_i v t_i + R_0 \sqrt{R_0^2 + r_i^2} + r_i^2 \ln \left[R_0 + \sqrt{R_0^2 + r_i^2} \right], \end{cases} \quad (5)$$

где $t_i = i \cdot \Delta t$; $i = 0, 1, \dots, n$; $t_0 = 0$; Δt – шаг итерационного процесса, т.е. время, в течение которого наблюдается прирост r и, соответственно, R . Задавая величину временного интервала Δt , например, $\Delta t = 0,5$ месяца, с помощью первого уравнения мы получаем прирост r_i . Подставляя r_i во второе уравнение системы, мы вычисляем значение прироста R_i за тот же интервал времени. Итерационный процесс продолжается при условии что $R_i < R_K$. Критерием остановки процесса является момент времени t_n , когда $R_n \geq R_K$ – достигнута критическая точка. Тогда критическое время $T = t_{n-1}$.

Численная реализация предлагаемого метода с использованием *Maple*, при выборе $\Delta t = 0,5$ месяца, дает время сдвига проекции веса тела до критической точки $T = 5 \div 5,5$ месяцев, что хорошо согласуется с экспериментальными анатомическими наблюдениями.

Уточнение предлагаемой модели может состоять в точном аналитическом решении (1) с учетом (3). Программная реализация метода позволит внедрить предлагаемый метод расчета в промышленность.

Заключение. В работе предложена математическая модель и численно-аналитический алгоритм нахождения времени сдвига проекции веса тела на подошву копытца КРС. Сравнительный анализ численных результатов предлагаемой модели с экспериментально наблюдаемыми анатомическими параметрами копытцев КРС показывает адекватность предлагаемой модели и алгоритма расчета, что позволяет научно обосновать планирование ортопедических мероприятий в хозяйствах по профилактике заболеваний копытцев КРС, связанных с избыточным отращиванием копытцевого рога.

Список литературы

1. Веремей, Э.И. Лечебно-профилактические мероприятия для крупного рогатого скота при хирургической патологии на молочных комплексах Витебской области: рекомендации / Э.И. Веремей, В.М. Руколь, В.А. Журба; Витебская государственная академия ветеринарной медицины. – Витебск: ВГАВМ, 2011. – 27 с.
2. Поляков, П. Интенсивность отращивания копытцевого рога у коров / П. Поляков, Н. Гоцаценко // Молочное и мясное скотоводство. – 1979. – № 10. – С. 43–44.

О ТОЧНОМ НАХОЖДЕНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ

*Ю.В. Трубников, И.А. Орехова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Работа посвящена точному нахождению коэффициентов экстремальных полиномов типа Чебышева. В статье рассматривается один из немногих возможных случаев точного построения экстремального полинома относительно функции

$$f(x) = \frac{1}{x-a} \quad (-1 \leq x \leq 1, a > 1).$$

Основным результатом работы является найденная рекуррентная формула, связывающая $F_{n+2}(x)$, $F_{n+1}(x)$ и $F_n(x)$, на основании которой, строятся рекуррентные формулы, связывающие полиномы $T_{n+2}(x)$, $T_{n+1}(x)$ и $T_n(x)$. Необходимо отметить, что подобная проблема частично решена в работе [1], однако, проведенная проверка представленных в работе [1] формул и соотношений не дает заявленного искомого результата. В настоящей работе представлены все необходимые выкладки доказательств, основанные на теореме П.Л. Чебышева (об альтернансе), позволяющие построить рекуррентные формулы для экстремальных полиномов.

Одним из немногих случаев, когда экстремальный полином $P_n^*(x)$ можно найти точно для любого $n=0,1,2,\dots$, относится к функции

$$f(x) = \frac{1}{x-a} \quad (-1 \leq x \leq 1, a > 1). \quad (1)$$

В монографии [2] приводятся рассуждения на тему одной из задач Чебышева. Рассматривается функция

$$F_n(x) = \frac{2h^{n+2}}{(1-h^2)^2} \left(v^n \cdot \frac{h-v}{1-hv} + v^{-n} \cdot \frac{1-hv}{h-v} \right), \quad (2)$$

где

$$x = \frac{1}{2} \left(v + \frac{1}{v} \right), \quad h = a - \sqrt{a^2 - 1} < 1,$$

и доказывается, что экстремальный для функции (1) полином имеет вид

$$P_n^*(x) = \frac{1}{x-a} - F_n(x) \quad (1 \leq x \leq 1, a > 1). \quad (3)$$

Однако, сложность применения равенства (3) состоит в том, что не известна явная зависимость $F_n(x)$. В настоящей работе находится рекуррентная формула, связывающая $F_{n+2}(x)$, $F_{n+1}(x)$ и $F_n(x)$.

На базе найденной формулы строятся рекуррентные формулы, связывающие полиномы $T_{n+2}(x)$, $T_{n+1}(x)$ и $T_n(x)$.