Элемент a решетки L с нулем называется *атомом*, если для любого $x \in L$ из $0 < x \leq a$ следует, что $x = a$.

Для произвольной ω-композиционной формации F через $Lc_{\omega}(\mathrm{F})$ обозначают решетку всех ω-композиционных подформаций ω-композиционной формации F. Если же F – p-композиционная формация, то через $Lc_p(\mathrm{F})$ обозначают решетку всех p-композиционных подформаций p-композиционной формации F. Символы c_{ω} и N_p обозначают решетку всех ω-композиционных формаций и класс всех p-групп соответственно.

Доказана следующая

Теорема 1. *Пусть* $\mathrm{M} = c_{\omega}\mathrm{form}A$ *– однопорожденная ω-композиционная формация, A – простая группа. Тогда формация* M *является атомом решетки* c_{ω} *в том и только в том случае, когда выполняется одно из следующих условий*:

1) *если A – ω′-группа, то* $\mathrm{M} = \mathrm{form}A$;

2) *если* $|A| = p$ для некоторого $p \in \omega$, *то* $\mathrm{M} = \mathrm{N}_p$.

Если $\omega = \{p\}$, то получаем

Следствие 2 [4]. *Пусть* $\mathrm{M} = c_p\mathrm{form}A$ *– p-композиционная формация, порожденная простой группой A. Тогда формация* M *является атомом решетки c_p в том и только в том случае, когда выполняется одно из следующих условий*:

1) *если A – простая неабелева группа и $|A| \neq p$, то* $\mathrm{M} = \mathrm{form}A$;

2) *если $|A| = p$, то* $\mathrm{M} = \mathrm{N}_p$.

Список литературы

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).
3. Скиба, А.Н. Кратно L-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
4. Воробьев, Н.Н. Композиционные формации с условием дополняемости / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2012. – № 5(71). – С. 15–18.

О КВАЗИОБРАТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ОТНОШЕНИЯХ В ПОЛУГРУППЕ LR(V)

М.И. Наумик
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Говорят, что два элемента a и b полугруппы S регулярно сопряжены (инверсны) друг к другу, если $aba = a$ и $bab = b$.

Инверсной полугруппой называется полугруппа, в которой каждый элемент имеет единственный регулярно сопряженный к нему элемент.

Лемма [1]. Полугруппа S будет инверсной тогда и только тогда, когда S регулярна ($a \in aSa$ для любого $a \in S$) и любые два ее идемпотента коммутируют.

Элемент $a \in S$ регулярно сопряженный с b называется квазиобратным к b, если полугруппа, порожденная a и b, будет инверсна.

Пусть V – векторное пространство над полем F. Напомним, что линейным отношением на V называется подпространство пространства $V \oplus V$. Множество всех линейных отношений на V с операцией умножения является полугруппой, которая обозначается *LR(V)*[2].

Пусть $a \in LR(V)$. Положим $pr_1 a = \{\bar{x} \in V \mid (\exists \bar{y} \in V)\ (\bar{x}, \bar{y}) \in a\}$, $pr_2 a = \{\bar{y} \in V \mid (\exists \bar{x} \in V)\ (\bar{x}, \bar{y}) \in a\}$, $\ker a = \{\bar{x} \in V \mid (\bar{x}, \bar{0}) \in a\}$, $co\ker a = \{\bar{y} \in V \mid (\bar{0}, \bar{y}) \in a\}$.

Ранг линейного отношения $a \in LR(V)$ определяется формулой $rank\, a = \dim\left(pr_1 a / \ker a\right)$.

Обозначим $\mathrm{LR}_0(\mathrm{V}) = \{a \in LR(V) \mid rank\, a = 0\}$.

Будем обозначать через V^* множество всех $\bar{\mathrm{x}} \in \mathrm{V}$, для которых при любом k существует $\bar{\mathrm{y}} \in \Pi_{n=1}^{\infty} pr_2 a^n$ такой, что $(\bar{y}, \bar{x}) \in a^k$. Если $\mathrm{V}^* = \bigcap_{n=1}^{\infty} pr_2 a^n$, то линейное отношение a назовем k-простым.

Определение. Линейное отношение $a \in LR(V)$ назовем ниль-отношением, если существует такое натуральное число n, что $a^n \in LR_0(V)$.

Будем говорить, что ненулевые вектора $\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n$ образуют a-серию типа I, если $(\overline{x}_1, \overline{0}), (\overline{x}_2, \overline{x}_1), ..., (\overline{x}_n, \overline{x}_{n-1}) \in a$.

Будем говорить, что ненулевые вектора $\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n$ образуют a-серию типа II, если $(\overline{x}_1, \overline{0}), (\overline{x}_2, \overline{x}_1), ..., (\overline{x}_n, \overline{x}_{n-1}), (\overline{0}, \overline{x}_n) \in a$.

Будем говорить, что ненулевые вектора $\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n$ образуют a-серию типа III, если $(\overline{0}, \overline{x}_n), (\overline{x}_n, \overline{x}_{n-1}), ... (\overline{x}_2, \overline{x}_1) \in a$.

Аналогично будем говорить, что ненулевые вектора $\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n$ образуют a-серию типа IV, если $(\overline{x}_n, \overline{x}_{n-1}), ... (\overline{x}_2, \overline{x}_1) \in a$.

Базис пространства V называется каноническим, если он состоит из множества попарно непересекающихся a-серий типа I, II, III, IV.

Теорема. Пусть $a \in LR(V)$ – ниль-отношение. Следующие условия для линейного отношения a эквивалентны:

1) для a существует квазиобратный элемент $b \in LR(V)$;
2) a является k-простым линейным отношением;
3) для a в пространстве V можно выбрать канонический базис.

Список литературы

1. Шайн, Б.М. Симметрическая полугруппа преобразований покрывается своими инверсными подполугруппами / Б.М. Шайн // Acta Math. Acad. Sci. Hung. – 22. – № 1-2. – 1971. – С. 163–170.
2. Маклейн, С. Алгебра аддитивных отношений / С. Маклейн // Сб.переводов. Математика. – 1963. – № 7:6. – С. 1–12.

ГОМОТЕТИЧЕСКИЕ АВТОМОРФИЗМЫ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ АЛГЕБР ЛИ VI ТИПА

М.Н. Подоксенов
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Преобразование алгебры Ли $f: \mathcal{G} \to \mathcal{G}$ называется автоморфизмом, если оно сохраняет операцию скобки: $[fX, fY] = f[X, Y]$ $\forall X, Y \in \mathcal{G}$. Пусть в алгебре Ли $\mathcal{G}$ задано евклидово или лоренцево скалярное произведение $\langle , \rangle$. Тогда преобразование $f: \mathcal{G} \to \mathcal{G}$ называется подобием (или гомотетией) с коэффициентом e^{μ}, если $\langle fX, fY \rangle = e^{2\mu} \langle X, Y \rangle$ $\forall X, Y \in \mathcal{G}$. В случае $\mu=0$ преобразование f называется изометрией.

Преобразование, являющееся одновременно подобием и автоморфизмом, будем называть автоподобием. Решение задачи о существовании автоподобий для алгебр Ли связано с решением задачи о существовании гомотетических преобразований для однородных пространств групп Ли, снабжённых левоинвариантной метрикой.

Материал и методы. Рассматриваются алгебры Ли VI типа снабжённые лоренцевым скалярным произведением сигнатуры (+,+,+,–). В исследовании применяются методы аналитической геометрии и линейной алгебры.

Результаты и их обсуждение. В данной работе мы найдём автоподобия для разрешимых четырёхмерных алгебр Ли VI типа, которые более детально классифицированы на 4 подтипа А.З. Петровым [1].