качестве инструментальной основы для разработки математических библиотек и разнообразных приложений.

Результаты и их обсуждение. С помощью данного подхода созданы следующие библиотеки для решения основных задач вычислительной математики:

1. Методы решения нелинейных уравнений и систем.
2. Методы решения дифференциальных уравнений и систем.
3. Методы интерполяции и аппроксимации.
4. Объектно-ориентированное моделирование операторных уравнений.
5. Объектно-ориентированная реализация числовых функций и действительных чисел.

Заключение. В результате работы предложен новый подход в теории вычислительных методов, основанный на объектно-ориентированной технологии программирования. Разработанный подход к организации практической части курса «Методы вычислений» позволит качественно изменить методику изложения материала, сделать его более наглядным и доступным, а, следовательно, более интересным и привлекательным обучающимся. После изучения данного курса у слушателя должно сложиться понимание современных подходов в научном программировании и основ объектно-ориентированного программирования. Также в результате курса слушатель научится глубокому объектно-ориентированному программированию на языках программирования высокого уровня. Решение математических задач с использованием объектно-ориентированного программирования является современной тенденцией образовательного процесса, которая повысит качество подготовки студентов IT-специальностей и будет способствовать формированию профессиональных компетенций, ориентированных на полноценное использование современных информационных технологий в профессиональной деятельности.

ОБ ОДНОПОРОЖДЕННОЙ ФОРМАЦИИ

А.П. Мехович
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1, 2].

Напомним, что *формацией* называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

Пусть $\mathfrak{X}$ – произвольная непустая совокупность групп. Пересечение всех формаций, содержащих $\mathfrak{X}$, обозначают через $\operatorname{form}\mathfrak{X}$ и называют *формацией, порожденной* $\mathfrak{X}$. В частности, пишут $\operatorname{form}G$ в случае, когда $\mathfrak{X} = \{G\}$. Всякая формация такого вида называется *однопорожденной формацией* (см. [1]).

В дальнейшем символ ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = \mathbf{P} \setminus \omega$. Через $\pi(G)$ обозначено множество всех различных простых делителей порядка группы G, $\pi(\mathfrak{X})$ – объединение множеств $\pi(G)$ для всех групп G из совокупности групп $\mathfrak{X}$. Символами $R_\omega(G)$, $C^p(G)$, обозначаются соответственно наибольшая нормальная разрешимая ω-подгруппа группы G и пересечение централизаторов всех тех главных факторов группы G, у которых композиционные факторы имеют простой порядок p (если в группе G нет таких факторов, то полагают $C^p(G) = G$). Через $\operatorname{Com}(\mathfrak{X})$ обозначают класс всех простых абелевых групп A таких, что $A \simeq H/K$ для некоторого композиционного фактора H/K группы $G \in \mathfrak{X}$.

Пусть f – произвольная функция вида

$$f:\ \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\}. \qquad (*)$$

Функции f вида (*) сопоставляют класс групп

$$CF_\omega(f) = (G \mid G/R_\omega(G) \in f(\omega') \text{ и } G/C^p(G) \in f(\omega) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(\operatorname{Com}(G))).$$

Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = CF_\omega(f)$ для некоторой функции f вида (*), то $\mathfrak{F}$ называется ω-*композиционной формацией* с ω-*композиционным спутником* f [3]. В случае, когда $\omega = \{p\}$, то ω-композиционную формацию называют *p-композиционной формацией.*

Элемент a решетки L с нулем называется *атомом*, если для любого $x \in L$ из $0 < x \leq a$ следует, что $x = a$.

Для произвольной ω-композиционной формации F через Lc_ω(F) обозначают решетку всех ω-композиционных подформаций ω-композиционной формации F. Если же F – p-композиционная формация, то через Lc_p(F) обозначают решетку всех p-композиционных подформаций p-композиционной формации F. Символы c_ω и N_p обозначают решетку всех ω-композиционных формаций и класс всех p-групп соответственно.

Доказана следующая

Теорема 1. *Пусть* $M = c_\omega \mathrm{form} A$ – *однопорожденная* ω-*композиционная формация*, A – *простая группа*. *Тогда формация* M *является атомом решетки* c_ω *в том и только в том случае, когда выполняется одно из следующих условий*:

1) *если* A – ω′-*группа*, *то* $M = \mathrm{form} A$;

2) *если* $|A| = p$ для некоторого $p \in \omega$, *то* $M = N_p$.

Если $\omega = \{p\}$, то получаем

Следствие 2 [4]. *Пусть* $M = c_p \mathrm{form} A$ – p-*композиционная формация*, *порожденная простой группой* A. *Тогда формация* M *является атомом решетки* c_p *в том и только в том случае, когда выполняется одно из следующих условий*:

1) *если* A – *простая неабелева группа и* $|A| \neq p$, *то* $M = \mathrm{form} A$;

2) *если* $|A| = p$, *то* $M = N_p$.

Список литературы

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).
3. Скиба, А.Н. Кратно L-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
4. Воробьев, Н.Н. Композиционные формации с условием дополняемости / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2012. – № 5(71). – С. 15–18.

О КВАЗИОБРАТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ОТНОШЕНИЯХ В ПОЛУГРУППЕ LR(V)

М.И. Наумик

Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Говорят, что два элемента a и b полугруппы S регулярно сопряжены (инверсны) друг к другу, если $aba = a$ и $bab = b$.

Инверсной полугруппой называется полугруппа, в которой каждый элемент имеет единственный регулярно сопряженный к нему элемент.

Лемма [1]. Полугруппа S будет инверсной тогда и только тогда, когда S регулярна ($a \in aSa$ для любого $a \in S$) и любые два ее идемпотента коммутируют.

Элемент $a \in S$ регулярно сопряженный с b называется квазиобратным к b, если полугруппа, порожденная a и b, будет инверсна.

Пусть V – векторное пространство над полем F. Напомним, что линейным отношением на V называется подпространство пространства $V \oplus V$. Множество всех линейных отношений на V с операцией умножения является полугруппой, которая обозначается $LR(V)$[2].

Пусть $a \in LR(V)$. Положим $pr_1 a = \{\bar{x} \in V \mid (\exists \bar{y} \in V)\ (\bar{x}, \bar{y}) \in a\}$, $pr_2 a = \{\bar{y} \in V \mid (\exists \bar{x} \in V)\ (\bar{x}, \bar{y}) \in a\}$, $\ker a = \{\bar{x} \in V \mid (\bar{x}, \bar{0}) \in a\}$, $co\ker a = \{\bar{y} \in V \mid (\bar{0}, \bar{y}) \in a\}$.

Ранг линейного отношения $a \in LR(V)$ определяется формулой $rank\, a = \dim\left(pr_1 a / \ker a\right)$.

Обозначим $\mathrm{LR}_0(\mathrm{V}) = \{a \in LR(V) \mid rank\, a = 0\}$.

Будем обозначать через V^* множество всех $\bar{\mathrm{x}} \in \mathrm{V}$, для которых при любом k существует $\bar{\mathrm{y}} \in \Pi_{n=1}^{\infty} pr_2 a^n$ такой, что $(\bar{y}, \bar{x}) \in a^k$. Если $\mathrm{V}^* = \bigcap_{n=1}^{\infty} pr_2 a^n$, то линейное отношение a назовем k-простым.