

В заключении заметим, что данная теорема подтверждает справедливость аналога известной гипотезы Шеметкова (см. проблему 19 [3]) из теоремы формаций для классов Фишера π -разделимых групп.

Список литературы

1. Чунихин, С.А. Подгруппы конечных групп / С.А. Чунихин – Минск : Наука и техника, 1964. – 168 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. O. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expro. Math., vol. 4).
3. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука. – 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, РАССЧИТЫВАЮЩЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ РЕКОНСТРУИРОВАННОГО СРЕДНЕГО УХА

*С.А. Ермоченко, В.В. Новый
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Существует большое количество работ по моделированию реконструированного среднего уха (PCY) и среднего уха в норме. Данные работы посвящены различным видам проводимых операций, улучшению функциональных характеристик таких операций, изучению свойств биологических материалов, применяемых при реконструкции. Активно в таких работах в качестве математического аппарата применяется метод конечно-элементного моделирования. Гораздо меньше исследований посвящено применению аналитических методов. Но работ по созданию специализированного программного обеспечения (ПО) для расчёта построенных моделей в открытой печати авторами не найдены. Построенные на основе аналитических соотношений математические модели PCY [1, 2] требуют значительных вычислительных ресурсов для численных расчётов.

Таким образом, целью данной работы является проектирование архитектуры распределённой вычислительной системы (PBC), ориентированной на параллельный расчёт имеющихся математических моделей PCY.

Актуальность работы заключается в проектировании специализированного ПО, позволяющего ускорить расчёт построенных моделей, а также сохранять результаты таких расчётов в централизованном хранилище, что позволит собрать базу данных различных характеристик для их дальнейшего анализа. Использование специально разработанного ПО позволит адаптировать его для специалистов, не владеющих математическими пакетами прикладных программ или имеющих возможности приобрести такие пакеты.

Материал и методы. Для расчёта напряжённо-деформированного состояния реконструированного среднего уха в работе [1] была предложена математическая модель, описывающая условия равновесия протеза и стремени, которые рассматриваются как абсолютно твёрдые тела:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{TM} + \mathbf{F}_K &= 0; & \mathbf{M}_{TM} + \mathbf{r}_K \times \mathbf{F}_K &= 0; \\ \mathbf{F}_{AL} - \mathbf{F}_K &= 0; & \mathbf{M}_{AL} - \mathbf{r}_K \times \mathbf{F}_K &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{F}_K – сила, возникающая в шарнирном соединении «протез–стремля»; \mathbf{r}_K – радиус-вектор точки, в которой находится шарнир в состоянии равновесия; \mathbf{F}_{TM} и \mathbf{M}_{TM} – векторы силы и момента, действующие на основание протеза со стороны деформированной восстановленной барабанной перепонки; \mathbf{F}_{AL} и \mathbf{M}_{AL} – векторы силы и момента, действующие на основание стремени со стороны деформированной связки овального окна. При этом компоненты векторов \mathbf{F}_K и \mathbf{r}_K являются неизвестными параметрами построенной математической модели.

Сила \mathbf{F}_{TM} и момент \mathbf{M}_{TM} определяются из условия равновесия деформированной барабанной перепонки и записываются исходя из теории упругости тонких оболочек. Здесь данные формулы не выписаны из-за их громоздкости, подробно они описаны в работе [1]. Отметим лишь, что эти формулы зависят от шести неизвестных параметров (новые координаты центра

основания протеза, которое оно займёт в состоянии равновесия; углы поворота основания протеза вокруг координатных осей).

Сила $\mathbf{F}_{AL}(f_{AL}^{\xi}; f_{AL}^{\eta}; f_{AL}^{\zeta})$ и момент $\mathbf{M}_{AL}(m_{AL}^{\xi}; m_{AL}^{\eta}; m_{AL}^{\zeta})$ выражаются через жесткостные свойства связки овального окна. Данная связка моделируется упругой лентой переменной ширины. Физические характеристики такой ленты определены в работе [2]. Компоненты этих векторов определяются из соотношения:

$$\left(f_{AL}^{\xi}; f_{AL}^{\eta}; f_{AL}^{\zeta}; m_{AL}^{\xi}; m_{AL}^{\eta}; m_{AL}^{\zeta}\right)^T = \mathbf{C}_{RB}(\xi_S; \eta_S; \zeta_S; \alpha_{\xi}; \alpha_{\eta}; \alpha_{\zeta})^T. \quad (2)$$

В данном соотношении вектор в правой части является вектором перемещений центра основания стремени и поворотов основания стремени вокруг координатных осей. Эти шесть параметров являются неизвестными. \mathbf{C}_{RB} – матрица размерности 6×6 элементов, описывающая физические свойства связки овального окна.

Уравнения (1) являются алгебраическими уравнениями относительно 18 неизвестных параметров. Данная система является математической моделью реконструированного среднего уха, позволяющей рассчитать его напряжённо-деформированное состояние.

Результаты и их обсуждение. Как было отмечено выше, математическая модель (1) содержит 18 неизвестных параметров. К известным входным параметрам данной модели следует отнести 51 характеристику (геометрические параметры протеза и хрящевого имплантата; физические параметры хрящевой ткани; геометрические параметры стремени; физические параметры связки овального окна).

При расчёте построенной модели важным является характер зависимости выходных параметров от изменения входных параметров, заданных на определённом промежутке. При этом их изменение может изучаться с относительно мелким шагом. На практике это даёт порядка 10^8 вариантов конфигурации математической модели. При этом расчёт математической модели для одного набора входных данных на персональном компьютере с помощью математического пакета Maple занимает порядка 0,05 секунды. Таким образом, для расчёта математической модели для всех возможных конфигураций входных параметров на таком компьютере может потребоваться чуть больше 50 суток. Конечно, расчётное время получено с помощью достаточно грубой оценки, однако даже такая приблизительная оценка даёт представление о возможности распараллеливания вычислений этой модели на кластерной сети из нескольких компьютеров.

Построенная модель имеет несколько особенностей:

- нелинейность уравнений, входящих в систему уравнений. Что делает затруднительным распараллеливание расчётов модели для одного набора входных данных на несколько вычислительных платформ;
- большое количество различных вариантов входных данных данной модели;
- относительно несложный расчёт модели для одного набора входных данных.

Последние две особенности позволяют организовать вычисления на нескольких компьютерах, выполняя расчёт одного набора данных на одном компьютере в кластере, а распределение вычислений выполнять за счёт распределения этих наборов входных данных между узлами кластера. При этом несложность расчёта модели для одного набора данных позволяет повысить эффективность работы одного узла за счёт передачи ему не единичного набора входных данных, а блока таких входных данных.

Для организации взаимодействия управляющего узла и вычислительных узлов, можно использовать событийную модель управления, что позволит динамически добавлять и удалять узлы в кластере.

Заключение. В работе была рассмотрена математическая модель и спроектирована архитектура РВС. Проведён анализ математической модели, на основе которого был выбран наиболее подходящий способ реализации параллелизма вычислений. В дальнейшем планируется реализовать ПО для спроектированной РВС, разработать web-интерфейс для управления этой системой, разработать базу данных для хранения результатов производимых расчётов.

Список литературы

1. Mikhasev, G. On the strain-stress state of the reconstructed middle ear after inserting a malleus-incus prosthesis / G. Mikhasev, S. Ermochenko, M. Bornitz // *Mathematical Medicine and Biology*. – 2010. – Vol. 27(4). – P. 289-312.
2. Ермоченко, С.А. Напряжённо-деформированное состояние реконструированного среднего уха: диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.02.04 / С.А. Ермоченко. – Минск, 2011. – 94 л.