О ПРОБЛЕМЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ ИНЪЕКТОРОВ В КОНЕЧНОЙ ГРУППЕ

Н.Т. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В теории классов конечных групп известна следующая:

Проблема (Л.А. Шеметков, проблема 11.117 [1]). *Пусть* X *– разрешимый класс Фиттинга. Верно ли, что каждая конечная неразрешимая группа обладает* X*-инъектором*?

Данная проблема до настоящего времени положительно решена лишь для отдельных случаев локального класса Фиттинга X: класса N всех нильпотентных групп П. Фёрстером [2], класса S_π всех разрешимых π-групп В.С. Монаховым [3].

Основная цель настоящей работы – положительное решение указанной проблемы для случая класса Фиттинга N^2 всех метанильпотентных групп.

Доказана

Теорема. *В любой конечной группе существуют метанильпотентные инъекторы*.

В заключение, отметим, что представляет интерес следующая

Проблема. *Верно ли, что в любой конечной группе для любого локального класса Фиттинга* X *существует* X*-инъектор*?

Список литературы

1. Коуровская тетрадь. Нерешенные вопросы теории групп. Институт математики СО РАН. – 1999. – № 14. – 134 с.
2. Förster, P. Nilpotent injectors in finite groups / P. Förster // Bull. Austral. Math. Soc. – 1985. – Vol. 32, № 4. – P. 293–297.
3. Монахов, В.С. Существование разрешимых инъекторов в конечных группах / В.С. Монахов // Докл. АН Беларуси. – 1992. – Т. 36, № 6. – С.494-496.

КЛАССЫ ФИШЕРА С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ ХОЛЛОВЫХ ПОДГРУПП

С.Н. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Одним из инструментов исследования структуры групп и их классов являются холловы π-подгруппы. Напомним, что если π – некоторое множество простых чисел, то подгруппу H группы G называют *холловой* π*–подгруппой* в случае, когда порядок H является π-числом, а ее индекс $|G:H|$ – π'-число. При этом через π' обозначают дополнение множества π во множестве всех простых чисел P, то есть $\pi'=P\setminus\pi$.

Пусть $\pi\subseteq P$. Группу G называют π*-разделимой*, если существует такой главный ряд группы G, в котором каждый главный фактор является либо π-группой, либо π'-группой. Определяющим результатом для построения новых семейств классов групп является специальная теорема С.А. Чунихина.

Теорема 1 [1]. *Пусть* $\pi\subseteq P$ и G – π*-разделимая группа*. *Тогда*:

1) G *имеет по крайней мере одну холлову* π*-подгруппу, т.е.* S_π*-инъектор*;

2) *любые две холловы* π*-подгруппы* G *сопряжены*;

3) *каждая* π*-подгруппа группы* G *содержится в некоторой ее холловой* π*-подгруппе*.

Основная цель настоящей работы – построение новых семейств классов Фишера π-разделимых групп. *Классом Фишера* называется класс Фиттинга F [2], если из условий $G\in F$, $K \triangleleft G$, $K\leq H\leq G$ и H/K является p-группой для некоторого простого $p\in P$ следует $H\in F$.

Определение. Пусть $\pi\subseteq P$ и F – класс Фиттинга. Определим подкласс K класса всех π–разделимых групп следующим образом: $G\in K$ тогда и только тогда, когда холлова π-подгруппа группы G принадлежит F.

Доказана

Теорема 2. *Для любого множества простых чисел* π *и класса Фишера* F *класс* K *является классом Фишера*.

В заключении заметим, что данная теорема подтверждает справедливость аналога известной гипотезы Шеметкова (см. проблему 19 [3]) из теоремы формаций для классов Фишера π-разделимых групп.

Список литературы

1. Чунихин, С.А. Подгруппы конечных групп / С.А. Чунихин – Минск : Наука и техника, 1964. – 168 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. O. Hawkes. – Berlin–New York :Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).
3. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука. – 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, РАССЧИТЫВАЮЩЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ РЕКОНСТРУИРОВАННОГО СРЕДНЕГО УХА

С.А. Ермоченко, В.В. Новый
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Существует большое количество работ по моделированию реконструированного среднего уха (РСУ) и среднего уха в норме. Данные работы посвящены различным видам проводимых операций, улучшению функциональных характеристик таких операций, изучению свойств биологических материалов, применяемых при реконструкции. Активно в таких работах в качестве математического аппарата применяется метод конечно-элементного моделирования. Гораздо меньше исследований посвящено применению аналитических методов. Но работ по созданию специализированного программного обеспечения (ПО) для расчёта построенных моделей в открытой печати авторами не найдены. Построенные на основе аналитических соотношений математические модели РСУ [1, 2] требуют значительных вычислительных ресурсов для численных расчётов.

Таким образом, целью данной работы является проектирование архитектуры распределённой вычислительной системы (РВС), ориентированной на параллельный расчёт имеющихся математических моделей РСУ.

Актуальность работы заключается в проектировании специализированного ПО, позволяющего ускорить расчёт построенных моделей, а также сохранять результаты таких расчётов в централизованном хранилище, что позволит собрать базу данных различных характеристик для их дальнейшего анализа. Использование специально разработанного ПО позволит адаптировать его для специалистов, не владеющих математическими пакетами прикладных программ или не имеющих возможности приобрести такие пакеты.

Материал и методы. Для расчёта напряжённо-деформированного состояния реконструированного среднего уха в работе [1] была предложена математическая модель, описывающая условия равновесия протеза и стремени, которые рассматриваются как абсолютно твёрдые тела:

$$\begin{aligned} &\mathbf{F}_{TM} + \mathbf{F}_K = 0; \quad \mathbf{M}_{TM} + \mathbf{r}_K \times \mathbf{F}_K = 0; \\ &\mathbf{F}_{AL} - \mathbf{F}_K = 0; \quad \mathbf{M}_{AL} - \mathbf{r}_K \times \mathbf{F}_K = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{F}_K$ – сила, возникающая в шарнирном соединении «протез–стремя»; $\mathbf{r}_K$ – радиус-вектор точки, в которой находится шарнир в состоянии равновесия; $\mathbf{F}_{TM}$ и $\mathbf{M}_{TM}$ – векторы силы и момента, действующие на основание протеза со стороны деформированной восстановленной барабанной перепонки; $\mathbf{F}_{AL}$ и $\mathbf{M}_{AL}$ – векторы силы и момента, действующие на основание стремени со стороны деформированной связки овального окна. При этом компоненты векторов $\mathbf{F}_K$ и $\mathbf{r}_K$ являются неизвестными параметрами построенной математической модели.

Сила $\mathbf{F}_{TM}$ и момент $\mathbf{M}_{TM}$ определяются из условия равновесия деформированной барабанной перепонки и записываются исходя из теории упругости тонких оболочек. Здесь данные формулы не выписаны из-за их громоздкости, подробно они описаны в работе [1]. Отметим лишь, что эти формулы зависят от шести неизвестных параметров (новые координаты центра