О ПРОБЛЕМЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ ИНЪЕКТОРОВ В КОНЕЧНОЙ ГРУППЕ

Н.Т. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В теории классов конечных групп известна следующая:

Проблема (Л.А. Шеметков, проблема 11.117 [1]). *Пусть* X *– разрешимый класс Фиттинга. Верно ли, что каждая конечная неразрешимая группа обладает* X*-инъектором*?

Данная проблема до настоящего времени положительно решена лишь для отдельных случаев локального класса Фиттинга X: класса N всех нильпотентных групп П. Фёрстером [2], класса S_π всех разрешимых π-групп В.С. Монаховым [3].

Основная цель настоящей работы – положительное решение указанной проблемы для случая класса Фиттинга N^2 всех метанильпотентных групп.

Доказана

Теорема. *В любой конечной группе существуют метанильпотентные инъекторы*.

В заключение, отметим, что представляет интерес следующая

Проблема. *Верно ли, что в любой конечной группе для любого локального класса Фиттинга* X *существует* X*-инъектор*?

Список литературы

1. Коуровская тетрадь. Нерешенные вопросы теории групп. Институт математики СО РАН. – 1999. – № 14. – 134 с.
2. Förster, P. Nilpotent injectors in finite groups / P. Förster // Bull. Austral. Math. Soc. – 1985. – Vol. 32, № 4. – P. 293–297.
3. Монахов, В.С. Существование разрешимых инъекторов в конечных группах / В.С. Монахов // Докл. АН Беларуси. – 1992. – Т. 36, № 6. – С.494-496.

КЛАССЫ ФИШЕРА С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ ХОЛЛОВЫХ ПОДГРУПП

С.Н. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Одним из инструментов исследования структуры групп и их классов являются холловы π-подгруппы. Напомним, что если π – некоторое множество простых чисел, то подгруппу H группы G называют *холловой* π*–подгруппой* в случае, когда порядок H является π-числом, а ее индекс $|G:H|$ – π'-число. При этом через π' обозначают дополнение множества π во множестве всех простых чисел P, то есть $\pi'=\mathrm{P}\setminus\pi$.

Пусть $\pi\subseteq\mathrm{P}$. Группу G называют π*-разделимой*, если существует такой главный ряд группы G, в котором каждый главный фактор является либо π-группой, либо π'-группой. Определяющим результатом для построения новых семейств классов групп является специальная теорема С.А. Чунихина.

Теорема 1 [1]. *Пусть* $\pi\subseteq\mathrm{P}$ и G *–* π*-разделимая группа*. *Тогда*:

1) G *имеет по крайней мере одну холлову* π*-подгруппу, т.е.* S_π*-инъектор*;

2) *любые две холловы* π*-подгруппы* G *сопряжены*;

3) *каждая* π*-подгруппа группы* G *содержится в некоторой ее холловой* π*-подгруппе*.

Основная цель настоящей работы – построение новых семейств классов Фишера π-разделимых групп. *Классом Фишера* называется класс Фиттинга F [2], если из условий $G\in\mathrm{F}$, $K\trianglelefteq G$, $K\leq H\leq G$ и H/K является p-группой для некоторого простого $p\in\mathrm{P}$ следует $H\in\mathrm{F}$.

Определение. Пусть $\pi\subseteq\mathrm{P}$ и F – класс Фиттинга. Определим подкласс K класса всех π–разделимых групп следующим образом: $G\in\mathrm{K}$ тогда и только тогда, когда холлова π-подгруппа группы G принадлежит F.

Доказана

Теорема 2. *Для любого множества простых чисел* π *и класса Фишера* F *класс* K *является классом Фишера*.

Репозиторий ВГУ