РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ОБРАЗОВАНИИ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ

О π-РАЗРЕШИМЫХ ФУНКТОРАХ ЛОКЕТТА

Е.А. Витько
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В определениях и обозначениях мы следуем [1]. Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Основная цель настоящей работы – разработка нового метода построения π-разрешимых функторов Локетта.

Пусть X – некоторый непустой класс Фиттинга. Отображение *f*, которое каждой группе $G \in \mathrm{X}$ ставит в соответствие некоторое непустое множество ее подгрупп $f(G)$, называется [2] фиттинговым X-функтором, если выполняются следующие условия:

(i) если $\alpha\colon G \to \alpha(G)$ – изоморфизм, то

$$f(\alpha(G)) = \{\alpha(X)\colon X \in f(G)\};$$

(ii) если N – нормальная подгруппа группы G, то

$$f(N) = \{X \cap N\colon X \in f(G)\}.$$

Фиттингов X-функтор называется

1) *π-разрешимым*, если $\mathrm{X} = \mathrm{S}^{\pi}$ – класс всех π-разрешимых групп;

2) *сопряженным*, если для каждой группы $G \in \mathrm{X}$ множество $f(G)$ есть класс сопряженных подгрупп группы G;

3) *π-связанным*, если каждая подгруппа $X \in f(G)$ является π-связанной подгруппой группы G;

4) *пронормальным*, если каждая подгруппа $X \in f(G)$ является пронормальной в группе G.

Пусть f – фиттингов X-функтор. Множество всех простых чисел p, для которых существуют такие группа $G \in \mathrm{X}$ и подгруппа $X \in f(G)$, что число p является делителем порядка подгруппы X, назовем характеристикой функтора f и обозначим Char f.

Пусть I – множество индексов, $\{f_i : i \in I\}$ – множество пронормальных сопряженных попарно перестановочных π-разрешимых π-связанных фиттинговых функторов и $\mathrm{Char}\, f_i \cap \mathrm{Char}\, f_j = \varnothing$ для всех $i, j \in I$, если $i \neq j$. Определим операцию $\vee$ следующим образом:

$$\left(\underset{i\in I}{\vee} f_i\right)(G)=\left\{X : X=\prod_{i\in I} X_i,\ X_i \in f_i(G),\ \text{существует холлова система группы } G, \text{ которая редуцируется в подгруппу } X_i \text{ для всех } i \in I\right\}.$$

Фиттингов X-функтор называется [3] X-функтором Локетта, если для любой группы $G \in \mathrm{X}$ и $V \in f(G \times G)$ подгруппа

$$V = (V \cap (G \times 1)) \times (V \cap (1 \times G)).$$

Теорема. Пусть $\{f_i : i \in I\}$ – множество пронормальных сопряженных попарно перестановочных π-разрешимых π-связанных функторов Локетта и $\mathrm{Char}\, f_i \cap \mathrm{Char}\, f_j = \varnothing$ для всех $i, j \in I$, если $i \neq j$. Тогда $\underset{i\in I}{\vee} f_i$ – пронормальный сопряженный π-разрешимый функтор Локетта.

Список литературы

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Витько, Е.А. Фиттинговы функторы и радикалы конечных групп / Е.А. Витько, Н.Т. Воробьев // Сиб. матем. журнал. – 2011. – Т. 52, № 6. – С. 1253–1263.
3. Витько, Е.А. О строении наименьшего элемента секции Локетта π-разрешимого фиттингова функтора / Е.А. Витько // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – № 3(12). – С. 48–57.

Репозиторий ВГУ