

Использование систем компьютерной математики как инструмента познания, контроля и развития математического знания

Е.В. Семенихина

Сумский государственный педагогический университет имени А.С. Макаренко (Украина)

В статье приведены аргументы в пользу применения систем компьютерной математики (СКМ) в современной математической подготовке, акцентировано внимание на использовании идей программирования в системе математического образования.

Цель исследования – аргументировать необходимость и целесообразность смещения акцентов в математическом образовании в сторону использования различных СКМ.

Материал и методы. Базой исследования были результаты современных работ в области обучения математике с использованием специализированных компьютерных программ, а также опыт работы автора в Сумском государственном педагогическом университете имени А.С. Макаренко в контексте обучения математике и использования СКМ Maple в преподавании различных разделов высшей математики.

Результаты и их обсуждение. Анализ научно-методических работ и собственный опыт показывают, что увеличение числа решенных однотипных задач за счет выработки алгоритмического подхода положительно влияет на качество усвоения математического знания, но требует при этом больших временных затрат от всех субъектов учебного процесса. Поэтому считаем целесообразным изменить подход к обучению решать типовые задачи и применять идею написания алгоритмов их решений в специализированных математических программах. Как показывает наш опыт, программирование в этом случае может выступать инструментом обучения, который позволяет уйти от рутинных (часто формальных) вычислений и задействовать механизм понимания математической подоплеку задачи. При этом активное использование СКМ, предусматривающих возможность построения алгоритмов, может одновременно выступать как инструмент познания, инструмент контроля и инструмент развития индивидуального математического знания.

Заключение. Позитив в использовании СКМ в подготовке учителя математики отмечен многими научно-методическими работами и согласовывается с современными идеями информатизации образовательной системы. Смещение акцентов традиционного изучения математики (как правило, умение вычислить или упростить) в сторону активного использования компьютерных инструментов и идей программирования может вывести на качественно новый уровень восприятие основных математических идей и методов решений математических задач.

Ключевые слова: математическая подготовка, программирование, метод формирования математического знания.

Application of Computer Mathematics Systems as Tools for Learning, Control and Development of Mathematical Knowledge

O.V. Semenikhina

Sumy State Pedagogical A. Makarenko University, Sumy, Ukraine)

The article presents arguments in favor of using computer mathematical programs (CMP) in contemporary mathematical training. Attention is on using programming in the mathematical education.

The purpose of the study is argumentation of the necessity and the feasibility of the shift in emphasis to using CMP, in which you can create your own algorithms for solving typical problems and which can act as tools of learning, control and develop mathematical knowledge.

Materials and methods. The base for the study was findings of recent works on teaching mathematics with the application of specialized computer programs, as well, as the experience of the author at Sumy State Pedagogical A.S. Makarenko University in the context of the teaching mathematics and using CMP Maple in teaching various sections of Higher Mathematics.

Findings and their discussion. Analysis of scientific and methodical works and our own experience show that increasing the number of solved typical tasks due to developing algorithmic approach has a positive effect on the quality of the assimilation of mathematical knowledge, but these tasks are more time-consuming for all subjects of the educational process. Therefore, we consider it appropriate to change the approach to teaching to solve typical tasks and use the idea of writing the algorithms of solutions of typical tasks in specialized computer mathematical programs. Our experience shows that programming in this case can be a teaching tool, which allows you to get away from the routine (formal) calculations and use a proper understanding of the mathematical base of problem. In this case, the active use of CMP, which provides possibility of constructing algorithms, can also simultaneously act as a tool for learning, monitoring and development of individual mathematical knowledge.

Conclusion. Positive experience of using CMP in training the mathematics teacher was confirmed by numerous scientific and methodological works and is coordinated with the modern ideas of education system informatization. Shift in emphasis of the traditional teaching of mathematics (usually, to calculate or simplify) towards the active using computer tools and programming can bring a new level of perception of basic mathematical ideas and methods of solving mathematical problems.

Key words: mathematical training, programming, method of shaping mathematical knowledge.

Подготовка современного специалиста становится сегодня с серьезными вызовами. Мы говорим о всеобъемлющей информатизации общества, тенденциях активного потребления молодежью информационного контента [1], но при этом не наблюдаем всплеска продуцирования нового знания в отличие от экспоненциального роста совокупности данных. В настоящее время не отрицается факт нужности и востребованности современных технических средств, сопровождающего их программного обеспечения, но это воспринимается как данность эпохе, а не как причина и основа для необходимого реформирования (обновления, ликвидации, переформатирования) устоявшихся институтов.

Это в первую очередь касается системы образования, которая на постсоветском пространстве впитала в себя много хорошего, но при этом осталась несколько «неповоротливой» и «невосприимчивой» к запросам самого общества, застыв на материалах и методах прошлого и позапрошлого столетий. Ярким примером тому является подготовка специалистов в области математики, в частности учителей математики, обучение которых базируется на обновленных, но не современных учебных планах – наполняемость основных дисциплин профессионального направления не изменилась(!) – и постоянно совершенствующихся методиках, которые, пытаясь вобрать в себя современные инновации в виде привлечения, в том числе, информационно-коммуникационных технологий, не успевают сформироваться окончательно и остаются несовершенными для обеспечения качественного рывка в области математического образования. Именно это на современном этапе дает почву для постоянного поиска во многих методических исследованиях в области обучения математике и подготовки современного в контексте информатизации общества учителя математики.

Анализ материалов конференций постсоветского пространства последних лет, публикаций ведущих журналов в области математического образования выявил тенденции к формированию новых отраслей в области математической науки, которые возникают на стыке математики и информатики под воздействием развития самих наук, а также стремительного увеличения роли информационных технологий в развитии информационного общества, – компьютерной матема-

тики, информатической математики и математической информатики [2–6]. Споры относительно уточнения содержания новых отраслей (что является для них предметом и какие при этом будут использованы методы и аппарат) являются темой многих современных научно-методических поисков. Но есть нечто общее, что характерно для каждого из этих направлений – присутствие (зримое или незримое) идеи программирования, которое используется, например, при автоматизации вычислений, преобразовании громоздких выкладок, обобщении и визуализации решений различных классов задач и т.д.

Не углубляясь в споры предметного содержания этих наук, которые также воспринимаем как насущную потребность не только для развития математической мысли, но и для реформирования математического образования на уровне школы и вуза, считаем, что *именно программирование сегодня особенно способствует формированию осознанного математического знания* при подготовке специалиста в каждой научной области, будь то математика, физика, химия, информатика и т.п.

Аргументируем это следующим. Ныне есть возможность реализации придуманных ранее алгоритмов в различных виртуальных средах, то ли это среда программирования, то ли специализированная система компьютерной математики. И именно это открывает путь для каждого конкретного субъекта обучения:

- к поиску и реализации решения не одной конкретной, а целого класса задач;
- к эмпирическому подтверждению уже известных истин с приобщением конструктивных методов;
- к выдвижению и проверке новых гипотез с использованием динамической визуальной поддержки или автоматизированного математического аппарата.

Это позволяет **сместить акценты в математическом образовании** с формирования вычислительных навыков и несколько ограниченного обучения с помощью карандаша и бумаги (мела и доски) **в сторону использования различных компьютерных вычислительных систем.** Причем не только как инструментальной среды для упрощения количественных и качественных исследований различных процессов, как средства для освобождения времени с рутинных выкладок

на исследовательскую часть проблемы, но в то же время и **как инструмента познания, инструмента контроля и инструмента развития собственного математического знания.**

Цель исследования – аргументировать необходимость и целесообразность смещения акцентов в математическом образовании в сторону использования различных СКМ.

Материал и методы. Базой исследования стали результаты современных работ в области обучения математике с использованием специализированных компьютерных программ, а также опыт работы автора в Сумском государственном педагогическом университете имени А.С. Макаренка в контексте обучения математике и использования СКМ Maple в преподавании различных разделов высшей математики.

Результаты и их обсуждение. Исследователи соглашаются с тем, что решение большого количества однотипных задач влияет на качество усвоения математического знания или умения в сторону его улучшения. Но такой подход требует больших временных затрат от всех субъектов учебного процесса. Поэтому считаем целесообразным изменить подход к обучению решать типовые задачи и использовать идею написания алгоритмов их решений в специализированных математических программах. Мы соглашаемся с идеями, обозначенными в [7], что программирование может выступать инструментом обучения, который позволяет уйти от рутинных (часто формальных) вычислений и задействовать механизм «понимания сути» для построения нужного алгоритма. Мы утверждаем, что умение построить блок-схему решения, написать код алгоритма, зафиксировать нужный упорядоченный список команд в некоторой специализированной оболочке является сегодня качественно более полезным математическим новообразованием, чем решить конкретную задачу с конкретным набором входящих данных. Именно это дает нам право говорить, что активное использование современных специализированных оболочек (СКМ, пакетов динамической математики и других виртуальных сред), предусматривающих возможность программирования, может одновременно выступать как инструмент познания, инструмент контроля и инструмент развития для каждого.

В пользу последнего утверждения опишем наш опыт применения программирования как метода формирования математического знания (идеи программирования с использованием СКМ Maple отражены нами частично в [8]).

1. Задача отыскания корня уравнения с одной переменной является типичной для курса вычис-

лительной математики. Ее решение предполагает использование уже ставших классическими методов дихотомии, касательных, секущих, хорд и т.д., которые уже реализованы в процедурах и функциях (или командах) специализированных компьютерных систем. В частности, к получению ответа можно приобщить табличные процессоры, системы компьютерной математики (СКМ) и т.д. Но умение найти ответ, применяя компьютерный инструмент, в настоящее время является необходимым, но, увы, не достаточным для понимания сути численного метода уточнения корня, ведь такая задача является не только классической с позиций науки математики, но и важной в контексте подготовки будущего учителя математики. При этом умение на листочке посчитать итерационные приближения характеризует качество математического знания, но не коррелирует с техническими и программными разработками современного общества.

Имеем в виду следующее. Решение типовой задачи сводится к построению модели, поиску метода, построению алгоритма, вычислениям и анализу. Традиционные подходы вынуждают отводить львиную долю учебного времени на вычисления – количество итераций должно обеспечить точность приближений, но не всякий метод дает нужную погрешность быстро, поэтому однотипные расчеты затягивают учебное время, а без получения численного ответа не возможен его анализ. Использование компьютера как вычислительной машины на этапе вычислений может только приветствоваться, но развитие программных средств сегодня настолько успешно, что позволяет не только посчитать, но и смоделировать ситуации приближений для различных методов с последующим их сравнением, запрограммировать подсчеты и визуализировать результат, а после провести его анализ. Умение это сделать средствами некоторой виртуальной среды характеризует не столько знание вшитых команд (или команд языка программирования), сколько понимание сути математической задачи и методов ее решения, а значит и качество усвоения математического знания.

Поэтому выдвигаем особые требования к реализации методов нахождения корня уравнения, которые не только необходимы, но и востребованы как одни из важных умений будущего специалиста. При изучении этого курса мы предлагаем студентам как самостоятельно составлять алгоритмы для нахождения решений различными методами, визуализировать их комбинации через построение процедур или функций, так и использовать для этого различные компьютер-

ные оболочки (табличный процессор, некоторая среда программирования – язык программирования при этом может быть любым, система компьютерной математики).

В этом случае программирование можно считать инструментом познания, так как исследуются различные методы и их скорость в обеспечении точности, а также как инструмент контроля усвоения учебного материала.

2. Идеи и методы теории чисел часто применяются при решении олимпиадных задач по математике, начиная уже с общеобразовательной школы. Поэтому воспринимаем этот раздел как однозначно необходимый в подготовке учителя математики. Множество задач этой ветви математики решаются в СКМ с использованием одной–двух команд, но это не дает возможности проверить качество сформированного знания в отличие от требования построить алгоритм решения задачи и реализовать его в некоторой оболочке. К типичным примерам этого раздела математики относим задачи нахождения простых чисел на заданном промежутке, нахождения всех делителей числа, простых делителей числа, канонического разложения числа, нахождения НОД и НОК чисел и т.д. Одновременно считаем, что когда студент демонстрирует понимание сути поставленной задачи и метода ее решения на бумаге, он должен и сможет запрограммировать решение в любой доступной ему виртуальной среде. Если подобного понимания нет, то считаем, что у него не сформировано качественное знание в области теории чисел, и в этом случае программирование выступает как инструмент контроля.

При решении такого типа задач предлагаем использовать различные среды программирования, а также СКМ.

3. Аналитическая геометрия считается одной из основополагающих дисциплин как при изучении всего курса высшей математики, так и во время подготовки будущего учителя математики. Понимание методов этой науки является необходимым условием усвоения многих других разделов высшей математики и в то же время демонстрации «на пальцах» решений многих задач школьного курса математики.

При изучении этой дисциплины считаем возможным привлечение идеи программирования, например, при формировании умений определить взаимное расположение прямых и(или) плоскостей, при изучении классификации на основе инвариантов кривых и поверхностей второго порядка и т.д. Также предлагаем студентам

исследовательские проекты, в частности посвященные кривым третьего порядка, изучение которых средствами СКМ будет способствовать формированию в том числе и нового знания в области математики. Предлагаем при этом применять как специализированные среды программирования, так и СКМ. Программирование в этом случае может выступать инструментом познания, контроля и развития.

4. Линейная алгебра позволяет сформировать аппарат для работы с векторами и матрицами. Аналогом этих объектов в классическом программировании выступают массивы некоторых данных (одномерные или двумерные). Поэтому считаем, что при изучении линейной алгебры использование программирования для решения типичных задач является еще и средством реализации межпредметных связей наук информатики и математики.

При изучении этой дисциплины предлагаем применять среды программирования и СКМ, хотя последние имеют достаточное количество «алгебраических» инструментов для решения задач в том числе на определение зависимости векторов, отыскание характеристических элементов матриц и т.д. Программирование в этом случае воспринимаем как инструмент контроля и развития.

5. При изучении дифференциальной геометрии интересными в контексте использования программирования как метода формирования математического знания являются задачи визуализации движения касательной по плоской кривой, репера Френе, восстановления кривой по ее натуральным уравнениям, нахождения типа точки поверхности и т.д. Применение СКМ при этом не только упрощает расчеты, но и прекрасно визуализирует полученный результат, что стимулирует учебные и научные поиски. В данном случае воспринимаем программирование как инструмент познания, контроля и развития в комплексе.

Упомянутые и другие задачи, как показывает наш опыт, подразумевают возможность использования программирования как средства формирования качественного математического знания. Приведенные аргументы демонстрируют не только межпредметные связи двух наук (математики и информатики), но и отражают возможность усовершенствования существующих методик обучения математике, призванных способствовать качественно более высокому уровню понимания как сути математической задачи, так и возможных путей ее решения.

Вместе с тем мы понимаем, что активное использование программирования в подготовке учителя математики во время изучения дисциплин профессионального блока подготовки сталкивается с рядом трудностей, среди которых – отсутствие достаточной материально-технической базы университетов, значительное уменьшение аудиторных часов на изучение каждой из дисциплин по профилю, частое нежелание или банальная нехватка свободного времени у преподавателей изучать современные программные средства математического толка и т.д.

Заключение. Но несмотря на описанные трудности, украинское государство и общество в целом поднимают вопрос о необходимости реформирования подготовки учителя математики. Позитив в использовании СКМ в подготовке учителя математики отмечен многими научно-методическими работами, что согласовывается с современными идеями информатизации образовательной системы. Как показывает наш опыт, смещение акцентов традиционного изучения математики в сторону активного использования компьютерных инструментов и идей программирования позволит не только снизить вес вычислительной части процесса обучения, но при этом выведет на качественно новый уровень понимание основных математических идей и методов обработки тех количественных данных, с которыми мы сталкиваемся в повседневной жизни.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семеніхіна, О.В. Наслідки поширення ІТ і зміщення акцентів навчання математики у вищій школі / О.В. Семеніхіна, І.В. Шисенко // Вища освіта України. – 2013. – № 4. – С. 71–79.
2. Лапчик, М.П. Информатическая математика или математическая информатика? / М.П. Лапчик // Информатика и образование. – 2008. – № 7.
3. Журавлев, Ю.И. Фундаментально-математический и общекультурный аспекты школьной информатики / Ю.И. Журавлев [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

inf.1september.ru/articlef.php?ID=200700205. – Дата доступа: 29.08.2014.

4. Джонассен, Д.Х. Компьютеры как инструменты познания: изучение с помощью технологии, а не из технологии / Д.Х. Джонассен [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://kmted.ru/publications/library/select/computers_instrum_knowlgs.shtml. – Дата доступа: 10.07.2014.
5. Математика, ее приложения и математическое образование (МПМО'11): материалы IV Междунар. конф. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2011. – Ч. 2. – 300 с.
6. Концепция развития российского математического образования, 26.11.2012 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ipk.zabedu.ru/sight/articles/72/1631>. – Дата доступа: 06.07.2014.
7. Wolfram, C. Teaching kid's real math with computer, July 2010 / C. Wolfram [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.ted.com/talks/conrad_wolfram_teaching_kids_real_math_with_computers. – Дата доступа: 15.06.2014.
8. Семеніхіна, О.В. Система комп'ютерної математики MAPLE: метод. вказівки / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк, В.Г. Шамо́ня. – Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2013. – 132 с.

REFERENCES

1. Semenikhina O.V., Shishenko I.V. *Vishcha osvita Ukraini* [Higher Education in Ukraine], 2013, 4, pp. 71–79.
2. Lapchik M.P. *Informatika i obrazovaniye* [Informatics and Education], 2008. 7.
3. Zhuravlev Yu.I. *Fundamentalno-matematicheskii i obshchekulturnii aspekti shkolnoi informatiki* [Fundamental and Mathematical and General Cultural Aspects of School Informatics], e-resource.
4. Jonanassen D.H. *Kompyuteri kak instrumenti poznaniya: izucheniye s pomoshchiyu tekhnologii a ne iz tekhnologii* [Computers as Instruments of Cognition: Learning with the help of Technology but not from Technology], http://kmted.ru/publications/library/select/computers_instrum_knowlgs.shtml.
5. *Matematika, yeyo prilozheniya i matematicheskoye obrazovaniye (MPMO'11): Materiali IV Mezhdunarodnoi konferentsii* [Mathematics, its Supplements and Mathematical Education: Materials of the 4th International Conference], Part 2, Ulan-Ude, Izd-vo VSGTU, 2011, 300 p.
6. *Kontseptsiya razvitiya rossiyskogo matematicheskogo obrazovaniya*, 26.11.2012 [Concept of the Development of Russian Mathematical Education], <http://ipk.zabedu.ru/sight/articles/72/1631>.
7. Wolfram, C. Teaching kid's real math with computer, July 2010, http://www.ted.com/talks/conrad_wolfram_teaching_kids_real_math_with_computers.
8. Semenikhina O.V., Drushliak M.G., Shamonia V.G. *Sistema kompyuternoi matematiki MAPLE: Metodichniye vkazivki* [MAPLE System of Computer Mathematics: Manual], Sumi, SumDPU im. A.S. Makarenka, 2013, 132 p.

Поступила в редакцию 08.09.2014

Адрес для корреспонденции: e-mail: e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua – Семеніхіна Е.В.