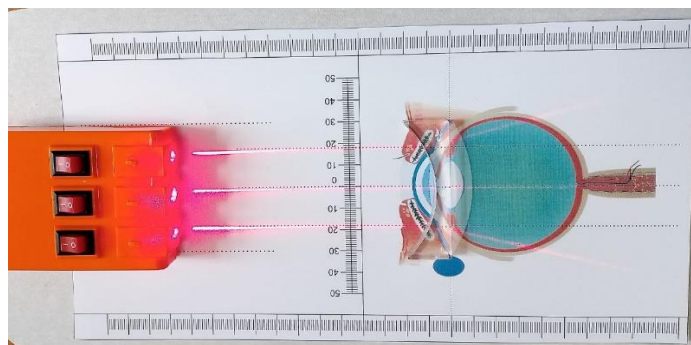


– плосковогнутая линза – рассеивает лучи (рис 11):



**Рисунок 11**

**Заключение.** Основными результатами исследования можно выделить следующие:

- рассмотрена тема учебника Физика 11 класс «Оптические приборы для увеличения угла зрения»;
- изучено строение глаза, схематическое построение хода лучей в глазу;
- проанализированы оптические недостатки глаза и аномалии рефракции;
- сконструирована лабораторная установка для наглядного эксперимента по теме «Оптические приборы для увеличения угла зрения».

Лабораторная установка может быть использована для демонстрации работы глазного яблока при изучении темы «Оптические приборы для увеличения угла зрения».

Список использованных источников:

1. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. — 2-е изд., пересмотр. и доп. — Минск : Народная асвета, 2014. — 287 с. : ил.
2. Иомдина, Е.Н. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения / Е.Н. Иомдина, С.М. Бауэр, К.Е. Котляр Под редакцией В.В. Нероева. М.: Реал Тайм, 2015. –208 с.

**В.А. КУЗНЕЦОВА**

Научный руководитель – Т.Б. Караулова  
Республика Беларусь, Витебск, Лицей ВГУ имени П.М. Машерова

## **ПОСТРОЕНИЕ РАСПИСАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФОВОЙ МОДЕЛИ**

**Введение.** Построение учебного расписания требует значительных трудозатрат и времени. При этом если учебное расписание составлено вручную, вносить необходимые изменения в него при изменении исходных данных становится крайне затруднительно. Данное исследование посвящено применению теории графов для автоматизации составления учебного расписания.

Проблема автоматизации составления расписаний остаётся актуальной в системе образования ввиду множества одновременно действующих ограничений: ограниченного числа аудиторий и оборудования, загруженности преподавателей, временных зависимостей между занятиями и различиях в приоритетах участников процесса. Графовые модели естественно отражают эти ограничения и дают наглядное представление конфликтов, что упрощает их анализ и поиск компромиссных решений.

Адаптивность современных процессов (частые изменения требований, замены преподавателей, внеплановые события) усиливает потребность в решениях, которые позволяют быстро пересчитывать расписания и визуально оценивать влияние изменений, что делает тему исследования практически значимой и востребованной как при разработке школьного расписания, так и при работе с расписанием в высшем учебном заведении.

Цель работы – исследовать применимость графовой модели и задачи раскраски графа к составлению учебного расписания, проанализировать её эффективность на примере расписания Лицея ВГУ имени П.М. Машерова.

**Основная часть.** Задача о составлении расписания является классическим примером задачи, решаемой с помощью раскраски графов.

В работе [1, с. 127] разрабатывается и демонстрируется метод составления расписания занятий в университете с использованием раскраски графов. Хониной О. И. и Забродиным А. В. [2, с. 33] описана задача раскраски графа в контексте оптимизации расписания и её программное решение. Таким образом, подход с использованием теории графов и раскраски графов является эффективным инструментом для оптимизации процесса составления расписаний. Теоретической основой работы стало учебное пособие Храмовой Т.В. [3].

В исследовании рассматривается вопрос о составлении учебного расписания с использованием графовой модели, где вершинам графа соответствуют учебные занятия, а ребрам – отношения между занятиями (ограничения в последовательности, совпадения по преподавателю, альтернативные связи). Ребра могут быть ориентированными (дуги) при отражении порядка или неориентированными при отражении конфликтных связей и совпадений по преподавателю или аудитории.

Данный способ моделирования позволяет применять классические алгоритмы, например, жадный алгоритм раскраски графа, известный своей простотой и эффективностью [3, с. 86]. Раскраска графа – функция, которая каждой вершине ставит в соответствие некоторое натуральное число (цвет). Раскраска называется правильной, если смежные вершины имеют разные цвета [3, с. 85].

Приведем краткое описание жадного алгоритма раскрашивания: выделяем какое-либо максимальное независимое множество вершин, красим их в первый цвет и удаляем из графа. Повторяем процедуру: из оставшихся вершин выбираем максимальное независимое множество, красим во вто-

рой цвет и удаляем. Продолжаем процесс до тех пор, пока не покрасим все вершины [3, с. 86].

В ходе работы были систематизированы требования к расписанию, установленные санитарными нормами и правилами Республики Беларусь, ранговой шкалой трудности учебных предметов [4, приложение 8], а также собраны пожелания учителей-предметников Лицея ВГУ имени П. М. Машерова. На их основе сформированы ограничения для построения графовой модели. Например, предметы с высокой когнитивной нагрузкой (математика, физика, иностранные языки) не должны назначаться на первый или последний урок чаще одного раза в неделю; физическая культура не проводится два дня подряд; соблюдается чередование предметных областей в течение дня.

Таким образом, автором сформирована таблица требований к расписанию (таблица 1), которая учитывает, описанные выше требования. В таблице «+» означает проведение занятия, «++» – проведение двух занятий в этот день.

Предметам присвоены следующие коды: белорусский язык – 1, белорусская литература – 2, русский язык – 3, русская литература – 4, английский язык – 5, математика – 6, информатика – 7, история Беларуси в контексте всемирной истории – 8, обществоведение – 9, география – 10, биология – 11, физика – 12, химия – 13, физическая культура и здоровье – 14, допризывная и медицинская подготовка – 15, черчение – 16.

На основе таблицы 1 сформированы графы для каждого дня недели. Вершинам графа соответствуют учебные дисциплины (для удобства приведены порядковые номера предметов). Рёбра соединяют пары дисциплин, которые не могут проводиться в одно и то же время. Одновременно не проводятся занятия по предметам, которые ведёт один и тот же преподаватель, а также другие дисциплины, назначенные этому классу на данный день.

Таблица 1 – Предметы, обязательные для проведения в каждом классе

Предметы	Пн			Вт			Ср			Чт			Пт		
	10Б	10Г	10М	10Б	10Г	10М	10Б	10Г	10М	10Б	10Г	10М	10Б	10Г	10М
1		++			+		+		+						
2	++					++					++				
3		++		++		++		++							
4			+	+	+										
5		+					+	+	+				+		+
6			++	++	++				++	++	++	++			
7		+			+	+			+	+			+		

8								++		++		++		++	
9					+					+		+			
10											+	+	+		
11	++						++				++				++
12	+				+	++		+					+		++
13			++	++			++							++	
14	+	+	+				+	+	+				+	+	+
15		+							+				+		
16										+		+		+	

Далее автором составлено расписание параллели десятых классов на понедельник, построен соответствующий граф, приведена его визуализация и дана математическая трактовка жадного алгоритма раскраски (рисунок 1).

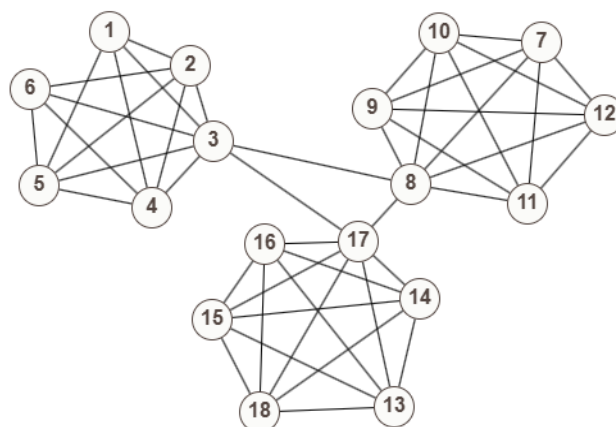


Рисунок 1

Введем обозначения:  $S$  – множество еще неокрашенных вершин,  $k$  – количество использованных цветов,  $\varphi: V(G) \rightarrow N$  – раскраска вершин графа, где  $V(G)$  – множество вершин графа  $G$ ;  $C_k$  – максимальное независимое множество вершин, то есть вершин, не смежных между собой;  $\Gamma(C_k)$  – множество вершин смежных с вершинами из  $C_k$ .

На начальном этапе:  $S := \{v_1, \dots, v_{18}\}$ ,  $k := 0$ ,  $\in \varphi \forall v \in V(v)$  – не определено.

1) Формируем первое максимальное независимое множество вершин:

$k := 1$ ,  $C_1 := \{v_1\}$ .

$\Gamma S$ ;  $C_1 := \{v_1, v_6\}$ .

$\Gamma S$ ;  $C_1 := \{v_1, v_6, v_7\}$ .

$\Gamma S$ .  $C_1 := \{v_1, v_6, v_7, v_{13}\}$ .

$\Gamma S$ .

Красим вершины  $C_1$  в первый цвет, удаляем их из множества неокрашенных:  $\varphi\varphi\varphi(v_1)=(v_6)=(v_7)=(v_{13})$ .

Получаем, что  $S:=\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}\}$ .

2) Формируем второе максимальное независимое множество вершин:

$k:=2, C_2 := \{v_2\}$ .

ГS.

$C_2 := \{v_2, v_8\}$ .

ГS.

$C_2 := \{v_2, v_8, v_{14}\}$ .

ГS.

Аналогично, красим вершины  $C_2$  во второй цвет:

$\varphi\varphi\varphi(v_2)=(v_8)=(v_{14})$ .

Получаем, что  $S:=\{v_3, v_4, v_5, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}\}$ .

3) Формируем третье максимальное независимое множество вершин:

$k:=3, C_3 := \{v_3\}$ .

ГS.

$C_3 := \{v_3, v_9\}$ .

ГS.

$C_3 := \{v_3, v_9, v_{16}\}$ .

ГS.

Аналогично, красим вершины  $C_3$  в третий цвет:

$\varphi\varphi\varphi(v_3)=(v_9)=(v_{16})$ .

Получаем, что  $S:=\{v_4, v_5, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{15}, v_{17}, v_{18}\}$ .

4) Формируем четвертое максимальное независимое множество вершин:  $k:=4, C_4 := \{v_4\}$ .

ГS.

$C_4 := \{v_4, v_{10}\}$ .

ГS.

$C_4 := \{v_4, v_{10}, v_{15}\}$ .

ГS.

Красим вершины  $C_4$  в четвертый цвет, удаляем их из множества неокрашенных:  $\varphi\varphi\varphi(v_4)=(v_{10})=(v_{15})$ .

Получаем, что  $S:=\{v_5, v_{11}, v_{12}, v_{17}, v_{18}\}$ .

5) Формируем пятое максимальное независимое множество вершин:

$k:=5, C_5 := \{v_5\}$ .

ГS;  $C_5 := \{v_5, v_{11}\}$ .

ГS;  $C_5 := \{v_5, v_{11}, v_{17}\}$ .

ГS.

Красим вершины  $C_5$  в пятый цвет, удаляем их из множества неокрашенных:  $\varphi\varphi\varphi(v_5)=(v_{11})=(v_{17})$ . Получаем, что  $S:=\{v_{12}, v_{18}\}$ .

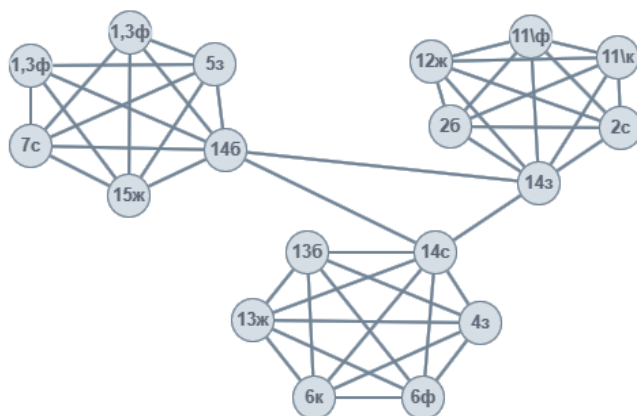
6) Формируем шестое максимальное независимое множество вершин:

$k:=6, C_6 := \{v_{12}\}$ . ГS;  $C_6 := \{v_{12}, v_{18}\}$ .

ГS.

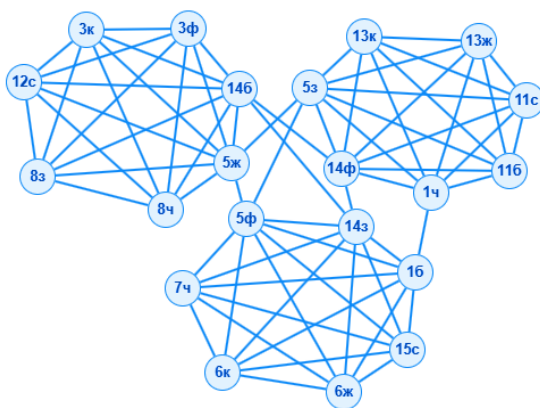
Аналогично, красим вершины  $C_6$  в шестой цвет:  $\varphi\varphi(v_{12})=(v_{18})$ .  $S:=\emptyset$ .

Таким образом, на рисунке 2 представлена одна из возможных раскрасок графа. При этом номерам вершин исходного графа соответствуют следующие учебные дисциплины: 1 – белорусский язык и русский язык, 2 – английский язык, 3 – физическая культура и здоровье, 4 – ДиМП, 5 – информатика, 6 – белорусский язык и русский язык, 7 – биология, 8 – физическая культура и здоровье, 9 – белорусская литература, 10 – физика, 11 – белорусская литература, 12 – биология (\ – разные учителя), 13 – математика, 14 – русская литература, 15 – химия, 16 – химия, 17 – физическая культура и здоровье, 18 – математика.

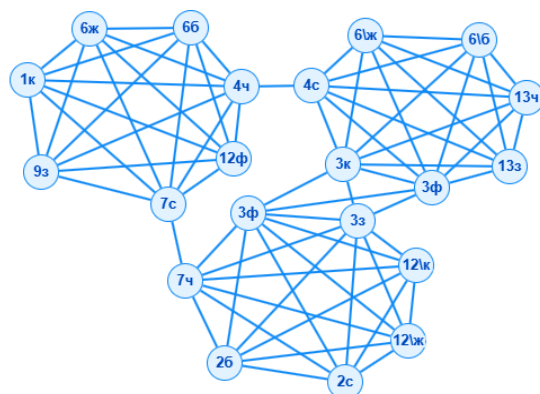


**Рисунок 2 — Понедельник**

Аналогичным образом построим графы для каждого дня недели и раскрасим их (рисунок 3 – 6).



**Рисунок 3 — Вторник**



**Рисунок 4 — Среда**

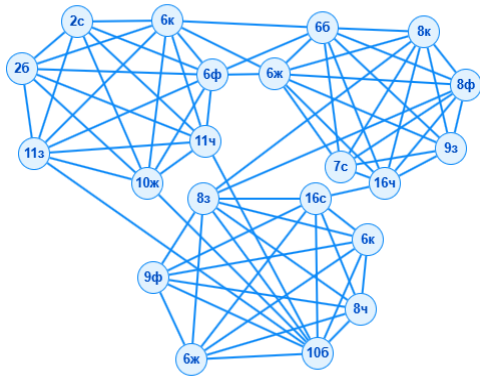


Рисунок 5 — Четверг

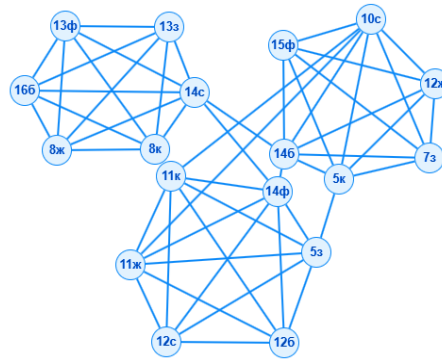


Рисунок 6 — Пятница

В таблицах 2–4 приведен готовый вариант расписания для 10Б, 10Г и 10М классов, составленный на основе раскраски конфликтных графов. Сопоставим цвета следующим номерам уроков: серый (с) – 1 урок, бирюзовый (б) – 2 урок, желтый (ж) – 3 урок, коричневый (к) – 4 урок, фиолетовый (ф) – 5 урок, зеленый (з) – 6 урок, черный (ч) – 7 урок.

Таблица 2 – Итоговое расписание для 10Б

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
	10Б	10Б	10Б	10Б	10Б
1	Бел. лит	Рус. лит.	Биология	Информатика	География
2	Бел. лит	Математика	Биология	Математика	Физ. культ.
3	Физика	Математика	Химия	Математика	Физика
4	Биология	Рус. яз	Химия	Ист. Бел	Англ. яз
5	Биология	Рус. яз	Физ. культура	Ист.Бел	ДиМП
6	Физ. культура	Химия	Англ. яз	Обществ.	Информатика
7		Химия	Бел. яз	Черчение	

Таблица 3 – Итоговое расписание для 10Г

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
	10Г	10Г	10Г	10Г	10Г
1	Информатика	Информатика	Физика	Бел. лит	Физ. культура
2	Физ. культура	Математика	Физ. культура	Бел. лит	Черчение
3	ДиМП	Математика	Англ. яз	География	Ист. Бел
4	Бел./Рус. яз	Бел. яз.	Рус. яз	Математика	Ист. Бел
5	Бел./Рус. яз	Физика	Рус. яз	Математика	Химия
6	Англ. яз	Обществовед.	Ист. Бел	Биология	Химия
7		Рус. лит.	Ист.Бел	Биология	

Таблица 4 – Итоговое расписание для 10М

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
	10М	10М	10М	10М	10М
1	Физ. культура	Бел. лит	ДиМП	Черчение	Физика
2	Химия	Бел. лит	Бел. яз.	География	Физика
3	Химия	Физика	Математика	Математика	Биология
4	Математика	Физика	Математика	Математика	Биология
5	Математика	Рус. яз	Англ. яз	Обществовед.	Физ. культура
6	Рус. лит	Рус. яз	Физ. культура	Ист. Бел	Англ. яз
7		Информатика	Информатика	Ист. Бел	

**Заключение.** В ходе исследования нами были получены следующие результаты: изучены требования к составлению расписания в учреждениях образования; посредством задания множества вершин и ребер графа, описана модель представления учебного расписания; описан жадный алгоритм раскраски применительно к задаче составления расписания; сформирован готовый вариант расписания 10-х классов Лицея ВГУ имени П.М. Машерова.

Таким образом, моделирование учебного расписания с помощью графа позволит облегчить процесс формирования расписания и его корректировку, а также позволит сократить число совпадений и конфликтных связей, что повышает корректность расписания. С практической точки зрения визуализация графа позволяет быстрее выявить причины конфликтов и облегчить процесс принятия решений, позволяет более эффективно распределять аудитории, а также более оперативно вносить изменения в случае, если отсутствует учитель.

Список использованных источников:

1. Тимофеева, Е. А. Практическое применение раскраски графов на примере составления расписания / Е. А. Тимофеева, А. А. Соловцова, Н. В. Русина // 60-я Юбилейная Научная Конференция Аспирантов, Магистрантов и Студентов БГУИР : материалы конф., Минск, 22–26 апреля 2024 г. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: В. Р. Стемпицкий [и др.]. – Минск, 2024. – С. 127–132.
2. Хонина, О. И. Задача раскраски графа в контексте оптимизации расписания: программное решение / О. И. Хонина, А. В. Забродин // Интеллектуальные технологии на транспорте. – 2023. – №35 – С. 32–36.
3. Храмова, Т. В. Лекции по теории графов : учеб. пособие / Т. В. Храмова. – Новосибирск : СибГУТИ, 2011. – 98 с.
4. Постановление Министерства здравоохранения Республики Беларусь от 27 декабря 2012 г. № 206 [Электронный ресурс] // Национальный правовой Интернет-портал Республики Беларусь. – Режим доступа: <https://pravo.by/document/?guid=3871&p0=W21326846p>. – Дата доступа: 05.10.2025.

**Я.В. КУТУЗОВ**

Республика Беларусь, Витебск, Лицей ВГУ имени П.М. Машерова

**А.Э. БУЕВИЧ**

Республика Беларусь, Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ  
В СИСТЕМЕ «УЧЕНИК–ИИ-АССИСТЕНТ»  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ НА ПОВЫШЕННОМ УРОВНЕ**

**Введение.** Современный образовательный процесс переживает трансформацию, связанную с интеграцией технологий искусственного интеллекта (ИИ) в учебную деятельность. Однако большинство доступных решений сводятся к автоматическому поиску ответов или шаблонному решению задач, что формирует у учащихся иллюзию понимания, но не развивает настоящего физического мышления – способности анализировать явление, выделять физическую модель, применять законы в новых контекстах