

дополнительного образования» (Приказ Министерства здравоохранения и социального развития РФ от 30 октября 2009 №858) [Электронный ресурс] // режим доступа: <http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/96596/>.

7. Указ Президента РФ «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» от 7 мая 2018 года №204 [Электронный ресурс] // Режим доступа: <http://prezident.org>.

## **ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ С ЦИФРОВЫМИ ТЕХНОЛОГИЯМИ**

### **STUDYING MATHEMATICS WITH DIGITAL TECHNOLOGIES**

**Ализарчик Лилия Львовна**, кандидат педагогических наук, доцент, доцент, кафедры алгебры и методики преподавания математики, Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь, [alizarchik@tut.by](mailto:alizarchik@tut.by)

**Аннотация:** в статье представлены направления применения цифровых технологий при изучении математических дисциплин и педагогический опыт подготовки студентов к разработке и использованию современных интерактивных средств обучения.

**Ключевые слова:** цифровые технологии, GeoGebra, интернет-технологии, математика, мобильные технологии.

**Alizarchik Liliya Lvovna**, Vitebsk State University named after P.M. Masherov, Associate Professor of Algebra and Methodology of Learning Mathematics Department, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, [alizarchik@tut.by](mailto:alizarchik@tut.by)

**Annotation:** the article is about application of digital technologies in studying mathematical disciplines and the pedagogical experience of preparing students for the development and implementation of modern interactive learning tools.

**Keywords:** digital technologies, GeoGebra, IT-technologies, mathematics, mobile technologies.

Применение современных информационных технологий позволяет модернизировать процесс изучения математики, так как цифровые учебные ресурсы качественно отличаются от традиционных своей интерактивностью и мультимедийностью [5, с.4].

В условиях цифровой трансформации образования сегодня необходима подготовка «педагога, способного создавать собственные модели электронного обучения и осуществлять сетевое педагогическое взаимодействие» [4, с.8]. Поэтому методические особенности использования образовательных цифровых технологий при изучении математики в течение многих лет исследуются на кафедре алгебры и методики преподавания

математики Витебского государственного университета имени П.М. Машерова. В процессе написания студентами курсовых, дипломных работ и магистерских диссертаций изучаются возможности применения современных интернет-технологий в организации исследовательской деятельности учащихся, использования мобильных технологий и динамических web-приложений при изучении математических дисциплин, разрабатываются и апробируются различные программные средства обучения математике.

Уникальные возможности для проведения различных исследований и самостоятельного получения гипотез при изучении алгебры и геометрии предоставляет динамическое математическое web-приложение GeoGebra, которое можно использовать для визуализации математических объектов и создания их динамических моделей [9].

Приложение GeoGebra предлагает широкий спектр функциональных возможностей. При помощи приложения можно выполнять построения графиков функций, заданных аналитически или параметрически, создавать изображения двумерных и трехмерных геометрических фигур и имитировать их вращение. Также можно находить производные функций, интегралы от элементарных функций, точки пересечения кривых и их координаты, корни уравнения, экстремумы функций, периметр, площадь или объём геометрических фигур.

Студенты факультета математики и информационных технологий исследовали возможности этого уникального интерактивного средства обучения при написании дипломных работ. Результаты проводимых исследований были апробированы в гимназиях г. Витебска при изучении темы «Функции» – одной из основных содержательных линий школьного курса алгебры. Данная тема сложна для восприятия из-за недостатка у школьников наглядных образов и отсутствия четкого понимания объекта изучения.

Как показал эксперимент, приложение GeoGebra предоставляет уникальные дидактические возможности для графической визуализации,

хорошо продуманной и организованной исследовательской деятельности учащихся на уроках при построении графиков и изучении свойств функций, исследовании геометрических преобразований графиков.

С помощью приложения можно организовать исследовательские работы, при выполнении которых учащиеся самостоятельно устанавливают вид и положение графиков функций в зависимости от коэффициентов в их аналитических формулах, а также определяют, например, как с помощью некоторых преобразований плоскости из графика исходной функции  $y = f(x)$  можно получить графики функций вида  $y = af(kx + b) + c$ .

Выполняя задания с помощью приложения GeoGebra, на экспериментальных занятиях учащиеся сами формулировали алгоритмы построения графиков функций  $y = |x + a|$ ,  $y = |x| + b$ ,  $y = |x + a| + b$  (рис.1).

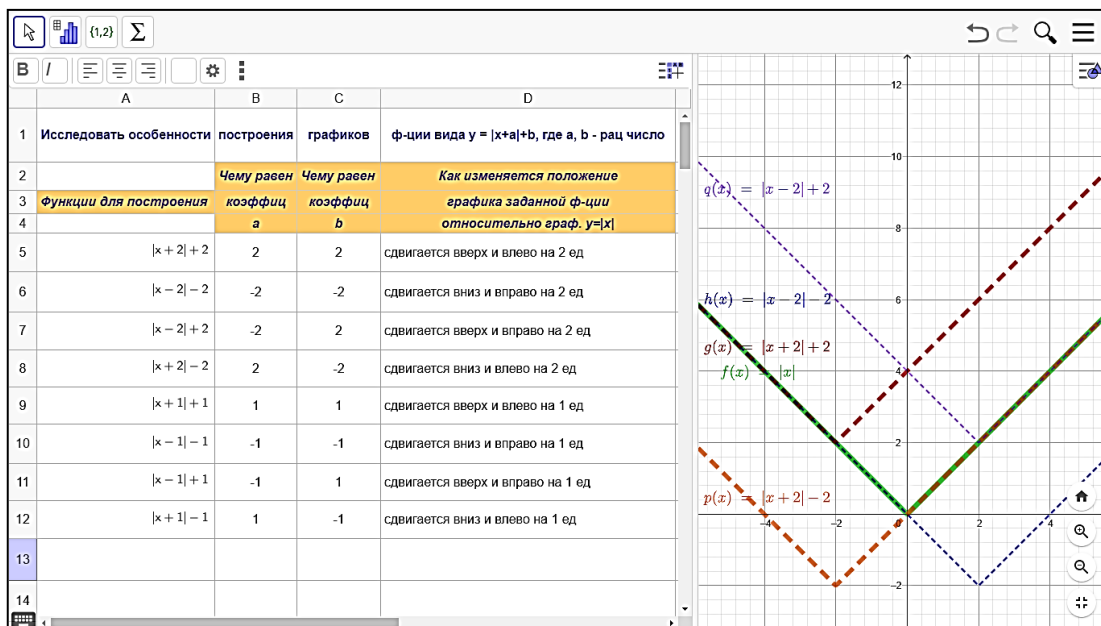


Рисунок 1. Графики функций, построенные в рабочем листе GeoGebra.

Эффективно применение интернет-сервиса GeoGebra и для поиска способа построения графиков более сложных функций путем преобразования графиков элементарных функций.

Проведение исследований с несколькими различными функциями и сравнение полученных изображений с графиками заданных функций,

наблюдение за динамикой преобразования графиков позволяют учащимся формулировать методы построения графиков соответствующих функций.

Приложение GeoGebra можно использовать также при изучении квадратных неравенств, при использовании геометрической интерпретации системы двух линейных уравнений с двумя переменными.

Так как математическая программа GeoGebra имеет и мобильную версию, то ее можно применять в любых школьных аудиториях, даже при отсутствии интернета.

Сегодня становятся особенно актуальными проблемы обучения геометрии в связи с излишней ориентацией учителей Республики Беларусь на задания Централизованного тестирования, в которые не включаются задачи на построение и доказательство, способствующие развитию пространственного воображения и логического мышления [7, с.14]. В школьном курсе геометрии учащиеся, как правило, решают очень мало стереометрических задач на построения на проекционных чертежах, которые развивают пространственный интеллект.

Статические чертежи на доске и в учебных пособиях часто не упрощают изучение стереометрического материала, а создают дополнительные трудности при восприятии изображений. Практика использования современной компьютерной графики подтверждает эффективность работы с виртуальными динамическими изображениями: построения с помощью программных средств проводятся значительно качественнее и быстрее, подвижные чертежи создают сильное впечатление глубины, благодаря обратной связи учащиеся могут контролировать решение задач оперативно и самостоятельно [1, с.111].

При проведении научно-методического исследования магистрантами кафедры была разработана и прошла апробацию в школьной и студенческой аудиториях компьютерная программа «Editor-Sections», позволяющая при изучении геометрии формировать умения решать позиционные и метрические задачи на построение на проекционных чертежах. В

разработанном приложении реализованы несколько основных функций: регистрация и авторизация; управление доступом; составление, редактирование и решение задач; создание и выполнение тестов; запись и просмотр демо-роликов; статистика результатов тестирования [1, с.112].

Приложение «Editor-Sections» содержит более ста задач, дифференцированных по их типам: на развитие пространственных представлений; на построение прямой (плоскости), перпендикулярной (параллельной) заданной прямой (плоскости); на построение сечений многогранников различными методами; на построение угла между скрещивающимися прямыми и между плоскостями; на построение общего перпендикуляра для скрещивающихся прямых.

Благодаря заложенным функциям на созданных изображениях можно проводить следующие геометрические построения: находить точки пересечения прямых, проводить прямые через заданные точки, задавать дополнительные точки и изменять их расположение, строить прямые, параллельные (перпендикулярные) заданным, откладывать отрезки заданной длины (рис. 2). В отличие от школьной доски или тетрадного листа программа «Editor-Sections» моментально реагирует на построение точки пересечения скрещивающихся прямых, а также позволяет вернуться на любой этап построения, удалить ошибочно построенные прямые и точки, узнать о правильности решения задачи [1, с.113].

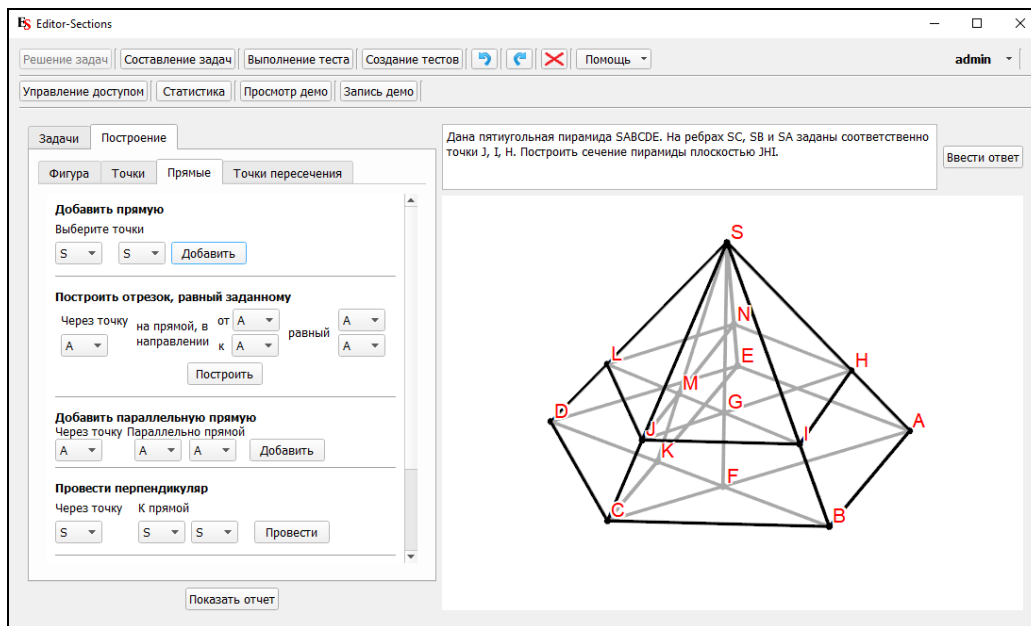


Рисунок 2. Решение задачи с помощью инструментов программы «Editor-Sections».

Как показал проведенный педагогический эксперимент, приложение «Editor-Sections», используя интерактивные методы обучения геометрии, позволяет развивать у учащихся пространственное видение и формировать интерес к предмету. Оно может быть использовано в учреждениях общего среднего, среднего специального и высшего образования для формирования умения решать задачи на построение на проекционных чертежах [1, с.116].

Исследуются также и возможности изучения в профильных классах элементов фрактальной геометрии, так как бесконечно самоподобные геометрические фигуры (фракталы) предлагают принципиально новые возможности в познании окружающего мира, что может способствовать развитию у учащихся интереса к геометрии. В настоящее время студентами разработано и апробировано программное средство «FractalPlus», позволяющее с помощью некоторых аксиом, правил и набора параметров строить и исследовать интересные двумерные фрактальные объекты (рис.3).

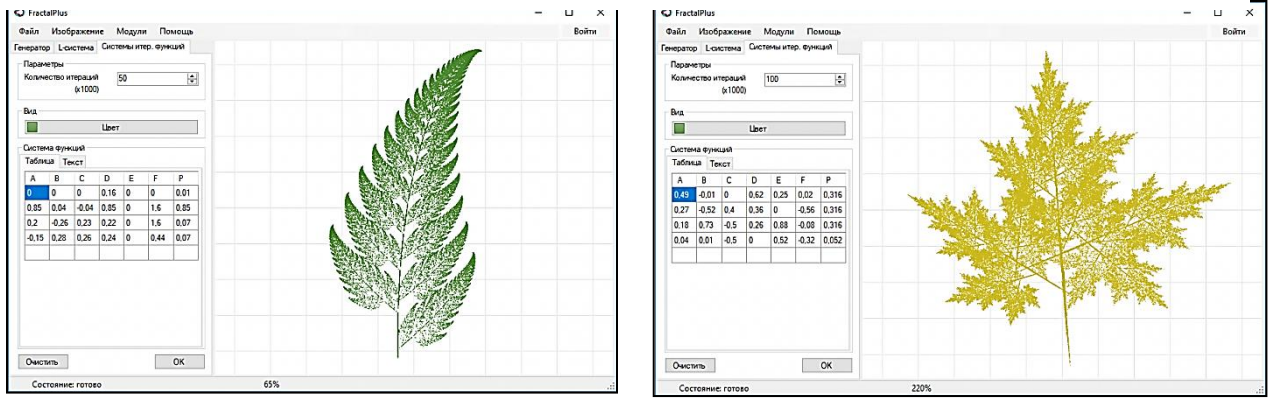


Рисунок 3. Фрактальные объекты, полученные с помощью систем итерируемых функций программы «FractalPlus».

Современные цифровые технологии предоставляют новые возможности в организации исследовательской деятельности в области геометрии. Изменяя чертеж, учащиеся обнаруживают закономерности в поведении фигуры, на основе чего формулируют гипотезы, которые затем либо доказывают, либо опровергают. Например, на рис.4 представлены этапы решения задачи с использованием интернет-сервиса GeoGebra и получение гипотезы, которая позволяет сформулировать так называемую первую теорему Тебо [8].

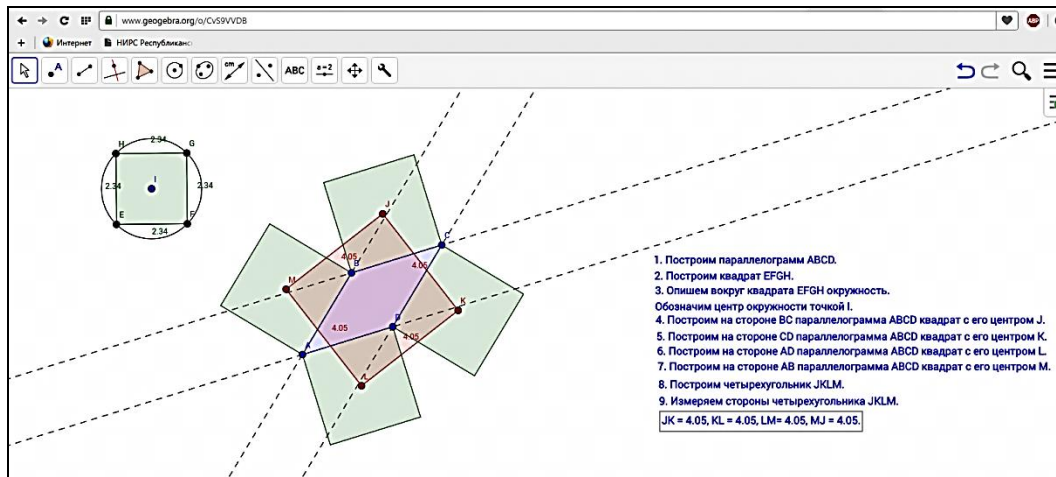


Рисунок 4. Этапы решения задачи и получения гипотезы (сервис GeoGebra).

Программа GeoGebra позволяет создавать апплеты динамических чертежей для проведения исследовательских работ и видеоролики, которые затем находятся в свободном доступе и могут быть использованы учителями.

Применяя интернет-сервис GeoGebra, на основе анализа геометрических фигур и их уравнений можно получить гипотезу об условиях взаимного расположения прямых, прямой и плоскости, а также о взаимном расположении плоскостей (рис.5).

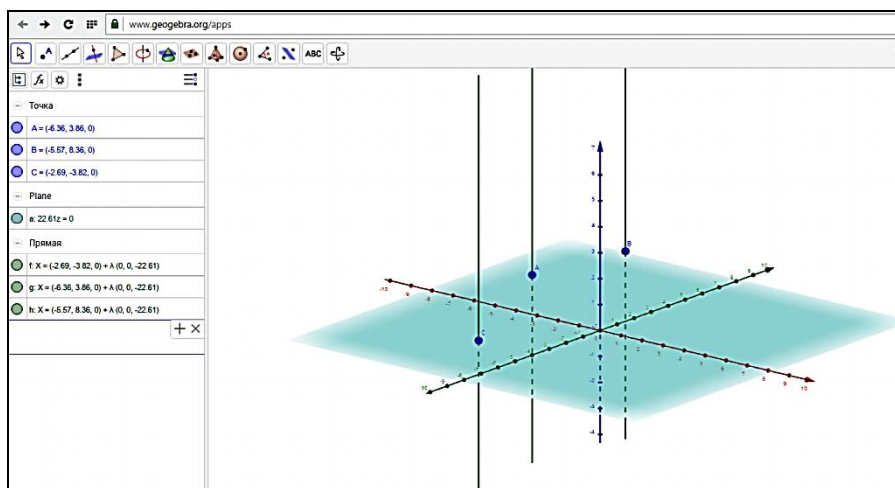


Рисунок 5. Взаимное расположение прямой и плоскости (Сервис GeoGebra).

Одним из удобных инструментов для отображения процесса мышления и структурирования информации в визуальной форме являются, так называемые, ментальные карты, которые помогают ученикам установить и исследовать связи между понятиями в пределах одной большой темы или раздела. Интерес представляет разработанная студентами с помощью сервиса MindMeister ментальная карта «Многогранники», которую можно применять при изучении школьного курса геометрии [6]. Всего в карте «Многогранники» представлена информация о 53 различных видах многогранников. Размещенные на экране изображения можно увеличить для более детального изучения этих уникальных фигур, а по представленным ссылкам перейти на интернет-страницы с подробной интереснейшей информацией, которой нет в школьных и даже вузовских учебных пособиях (рис.6). Поэтому ментальную карту по теме «Многогранники» целесообразно использовать при изучении геометрии в профильных классах [3, с. 80].

Ментальные карты могут разрабатываться и самими учащимися, при этом педагогически целесообразна организация работы в парах или группах благодаря наличию совместного доступа.

Создаваемые математические интернет-страницы и интерактивные средства визуализации информации находятся в свободном доступе в Интернете, поэтому могут быть использованы в процессе изучения различных разделов математики.

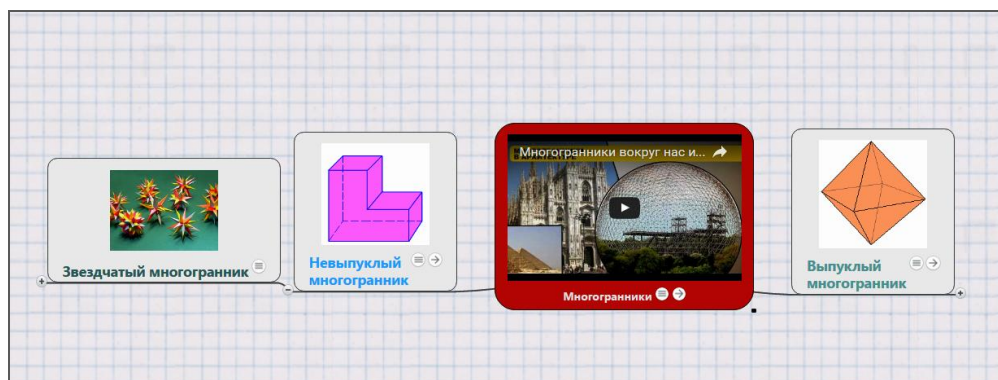


Рисунок 6. Фрагмент ментальной карты «Многогранники» (сервис MindMeister).

Сегодня возрастает значимость применения мобильных приложений в образовании благодаря широкому спектру их дидактических возможностей: совместная работа учащихся над заданиями во время урока и во внеурочной деятельности; обмен файлами между учителями и учениками; создание условий для самостоятельной и исследовательской деятельности; организация дистанционного обучения и взаимодействия с родителями; оперативный и эффективный контроль знаний учащихся; мультимедийность отображения информации в различных форматах [2, с.110].

Компактность технических устройств (смартфонов, планшетов) позволяет использовать мобильные технологии в классах, которые не являются «компьютерными аудиториями», что значительно расширяет возможности применения современных интернет-технологий.

В Интернете в свободном доступе находится достаточное количество математических мобильных приложений. Студенты после апробации многих программ называют приложение Mathway лучшим мобильным приложением,

так как оно позволяет проводить исследовательскую работу с учащимися на уроках математики, проверять правильность решения заданий, которые были предложены ученику, просматривать полное решение введенного в приложение задания. Вводить условие в приложении можно не только с помощью экранной клавиатуры, но и посредством камеры телефона.

Для организации различных видов контроля знаний можно использовать мобильное приложение, разработанное основателем компании Plickers учителем математики Ноланом Эми. Благодаря использованию QR-кодов программа Plickers позволяет мгновенно оценивать ответы большой группы учащихся при проведении фронтального опроса (как письменного, так и устного) [11]. Уже имеется положительный опыт использования данного приложения в школах г. Витебска выпускниками факультета математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова [2].

Для организации занятий с одаренными детьми из разных классов, проведения индивидуальной работы, дифференцированной по уровню сложности заданий, а также для дистанционного самообразования учащихся можно использовать приложение Google Classroom [10]. В период апробации данного приложения в 5-8 классах магистрантами кафедры были выявлены его дидактические возможности: создание среды обучения (Google Класс), позволяющей работать в онлайн-режиме с Google Документами; организация работы в учебном отношении ученик-ученик, учитель-ученик; сохранение ученических работ в структурированном виде в каталогах на Google Диске; проверка, оценка и комментирование выполненных заданий в режиме реального времени [2, с 111]. Как показал педагогический эксперимент, данное мобильное приложение имеет особое значение для учащихся, которые по медицинским показаниям временно или постоянно не могут посещать школы и получают образование на дому [2, с.112].

В статье представлены несколько возможных направлений использования интерактивных средств обучения математике на базе цифровых технологий. Из-за постоянного совершенствования

информационных технологий в перспективе видится необходимым своевременно анализировать и апробировать функциональные и дидактические возможности новых электронных образовательных ресурсов и мобильных интернет-приложений.

### **Литература**

1. Ализарчик Л.Л., Алейников М.А., Хапанков В.И. Разработка и использование приложения «Editor-Sections» для изучения школьного курса геометрии // Вестник ВГУ. – №3(100). – 2018. – С. 100-116.
2. Ализарчик Л.Л., Бондаренко Н.С. Методические особенности использования мобильных технологий при изучении математики // XXIV(71) Региональная научно-практическая конференция преподавателей, научных сотрудников и аспирантов 14 февраля 2019 года.: в 2 т. / Вит.гос. ун-т; редкол.: И.М. Прищепа (гл. ред.) [и др.]. – Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2019. – Т.2. – С. 110-112.
3. Ализарчик Л.Л., Голяс В.О. Применение интернет-технологий при изучении математических дисциплин // Вестник ВГУ. – № 3(92). –2016. – С. 74-82.
4. Жук А.И., Минич О.И. Стратегия подготовки педагогических кадров для развития электронного образования // Адукацыя і выхаванне.– 2018. – № 2. – С. 3-9.
5. Казачёнок В.В. Использование информационно-образовательных ресурсов в учебном процессе // Матэматыка.– 2014. – № 6.– С. 4-9.
6. Многогранники – MindMeister [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mindmeister.com/531125465> – (дата обращения: 14.12.2019).
7. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н., Новашинская С.С. Методические особенности представления геометрических задач в электронных средствах обучения // Матэматыка. – 2014. – № 1. – С. 14-21.
8. Теорема Тебо. – GeoGebra. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.geogebra.org/m/CvS9VVDB> (дата обращения: 14.12.2019).
9. GeoGebra Classic [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.geogebra.org/classic> (дата обращения: 14.12.2019).
10. GoogleClassroom. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://classroom.google.com/h?hl=ru> (дата обращения: 14.12.2019).
11. Plickers is a powerfully simple tool. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.plickers.com> (дата обращения: 14.12.2019).

## **О НАПРАВЛЕНИЯХ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННОГО ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**