

# СИЛОВОЙ АНАЛИЗ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА ПРОТЯЖКИ ЛЕНТЫ

В.Г. Буткевич, Г.И. Москалев, Д.Т. Дубаневич, О.Н. Юрченко

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

*Представленная статья посвящена изучению работы, проектированию и силовому расчету механизма протяжки ткани аналитическим и графоаналитическим методами. Особенностью данного механизма протяжки ленты является применение двухдиадного кулисного механизма для организации требуемого закона движения ткани. Предложенная работа актуальна, поскольку рассматриваемый способ изучения позволяет рассчитывать сложные механизмы аналитическим методом.*

*Цель исследования — определение кинематических и силовых параметров работы сложного дуального механизма с использованием передаточных отношений и функций. Кроме того, необходимо провести верификацию полученных результатов с последующей апробацией в производственных условиях.*

**Материал и методы.** Для проведения теоретических исследований и практического расчета, а также дальнейшего проектирования оборудования был принят двухдиадный кулисный механизм, использовавшийся как основа для механизма подачи ткани. Указанный механизм исследовался аналитическим и графоаналитическим методами, проводился кинематический и силовой анализ.

**Результаты и их обсуждение.** Авторами применялись теоретические и практические методы исследований, представлен подробный анализ методики проектирования. В результате выполненных работ определены основные силы, действующие в опорах, а также скоростные режимы технологического процесса протяжки материала. Практическая значимость статьи заключается в использовании результатов исследования в действующем производстве при изготовлении текстильных изделий.

**Заключение.** Таким образом, получены основные математические зависимости усилий, действующие в механизме, в зависимости от скоростных режимов. Определены характер влияния скорости входного звена на значения усилий в опорах и критические параметры работы механизма протяжки ленты, а также положения механизма, при которых усилия в опорах принимают максимальные значения. Работоспособность математических моделей продемонстрировала возможность практического применения предложенной методики при проектировании сложных механизмов.

**Ключевые слова:** двухдиадный кулисный механизм, кинематика, скорость, ускорение, сила, звено, механизм протяжки ленты.

## POWER ANALYSIS OF THE SLIDE BLOCK FABRIC BROACHING MECHANISM

V.G. Butkevich, G.I. Moskalev, D.T. Dubanevich, O.N. Yurchenko

Education Establishment "Vitebsk State Technological University"

*This work is concerned with the study of the operation, design and force calculation of the mechanism of fabric broaching by analytical and graphoanalytical methods. A special feature of this fabric broaching mechanism is the use of a two-stage slide block mechanism to organize the required rule of motion of the fabric. The topic of the article is relevant, since the method of study under consideration allows you to calculate complex mechanisms using the analytical method.*

*The purpose of the research is to identify kinematic and force parameters of the operation of a complex dual mechanism using gear ratios and functions. In addition, it is necessary to verify the results obtained with subsequent testing in production conditions.*

**Materials and methods.** To carry out theoretical research and practical calculations, as well as further design of the equipment, a two-stage slide block mechanism was adopted, which was used as the basis for the fabric feeding mechanism. The two-stage slide block mechanism was investigated by analytical and graphoanalytical methods, kinematic and force analysis was carried out.

**Findings and their discussion.** Theoretical and practical research methods were used in the work; a detailed analysis of the design methodology is presented. As a result of the work performed, the main forces acting in the supports, as well as the speed modes of the technological process of fabric broaching, were identified. The practical significance of the work lies in the use of the results of the work in the current manufacture of textiles.

**Conclusion.** As a result of the work, the basic mathematical dependences of the forces acting in the mechanism, depending on the speed modes, were obtained. The nature of the influence of the speed of the input link on the values of the forces in the supports and the critical parameters of the operation of the fabric broaching mechanism is determined. The positions of the mechanism at which the forces in the supports take maximum values are determined. The efficiency of mathematical models has shown the possibility of practical application of the developed methodology in the design of complex mechanisms.

**Key words:** slide block mechanism, kinematics, speed, acceleration, force, link, fabric broaching mechanism.

**В** настоящее время при изучении существующих и проектировании новых механизмов используют методы кинематического и силового анализа, применяя как аналитический, так и графоаналитический способы. Однако разрабатываемые современные механизмы не всегда можно спроектировать классическими методами. Приходится применять сочетание аналитического и графоаналитического методов изучения механизмов, используя передаточные отношения и передаточные функции. Этим же способом, сочетанием аналитического и графоаналитического методов, была решена актуальная практическая задача синтеза, проектирования и расчета отдельного механизма протяжки ткани лентопротяжного станка. Актуальность статьи подтверждается запросами предприятий на разработку новых механизмов, обеспечивающих высокую производительность и кинематическую точность выполняемых движений, в частности создание конструкции лентопротяжного механизма.

Цель настоящего исследования — определение кинематических и силовых параметров работы сложного дуального механизма с использованием передаточных отношений и функций. Кроме того, необходимо провести верификацию полученных результатов с последующей апробацией в производственных условиях.

**Материал и методы.** В настоящее время для верификации методов кинематического и силового анализа используются образцы различных механизмов, обладающих разнообразной структурой. За основу эксперимента принимают механизмы первого, второго и третьего классов. Повсеместно применяется известный метод замкнутых векторных контуров, позволяющий осуществить единый подход к различным механизмам, тем самым сделать единообразным алгоритм поиска кинематических параметров движения звеньев механизма. Кроме того, полученные результаты кинематического анализа в дальнейших расчетах являются входными параметрами для силового анализа механизма при определении сил инерции, активных сил и реакций связи [1; 2].

При проектировании и изучении процесса протяжки ленты был установлен закон подачи ткани к исполнительному механизму. В качестве базового механизма, наиболее полно отвечающего всем требованиям и обеспечивающим необходимый циклический знакопеременный закон движения ленты, был выбран двухдиадный кулисный механизм, рассмотренный в [3]. Кроме того, данный механизм наиболее полно подходил по конструктивным и технологическим признакам к действующему оборудованию поточной линии.

Двухдиадный кулисный механизм исследовался аналитическим и графоаналитическим методами, проводился кинематический и силовой анализ.

**Результаты и их обсуждение.** Последовательность действий аналитического метода поиска неизвестных сил, действующих в механизме, мало отличается от графоаналитического метода планов сил. Поэтому разработка алгоритма расчета сил в аналитическом виде не вызывает особых сложностей. Причем в силовом анализе, как и в кинематическом, графический метод выступает в качестве и тестового, и контрольного метода [4]. Последовательность действий силового анализа решена на примере двухдиадного кулисного механизма протяжки ленты (рис. 1).

Уравнение замкнутого контура  $O_1O_2A$  имеет вид:

$$\vec{l}_0 + \vec{l}_1 = \vec{l}_{3A}. \quad (1)$$

Уравнение замкнутости в проекциях на координатах оси X и Y:

$$\begin{aligned} 0 + l_1 \cdot \cos \varphi_1 &= l_{3A} \cdot \cos \varphi_3, \\ l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1 &= l_{3A} \cdot \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Решая совместно систему уравнений (2), получим:

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \sin \varphi_1}{l_1 \cos \varphi_1}. \quad (3)$$

Передаточное отношение между качающимися звеньями 3 и 1  $U_{31}$  определяется дифференцированием уравнения (3) по углу  $\varphi_1$ :

$$U_{31} = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \cos^2 \varphi_3 \cdot \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \sin \varphi_1}{l_1^2 \cos^2 \varphi_1} = \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \sin \varphi_1}{l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \sin \varphi_1}. \quad (4)$$

Передаточная функция ускорений рассчитывается уравнением (5):

$$U'_{31} = \frac{d^2 \varphi_3}{d\varphi_1^2} = \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (l_0^2 - l_1^2)}{(l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \sin \varphi_1)^2}. \quad (5)$$

Тогда угловую скорость кулисы можно найти из выражения (6)

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot U_{31}. \quad (6)$$

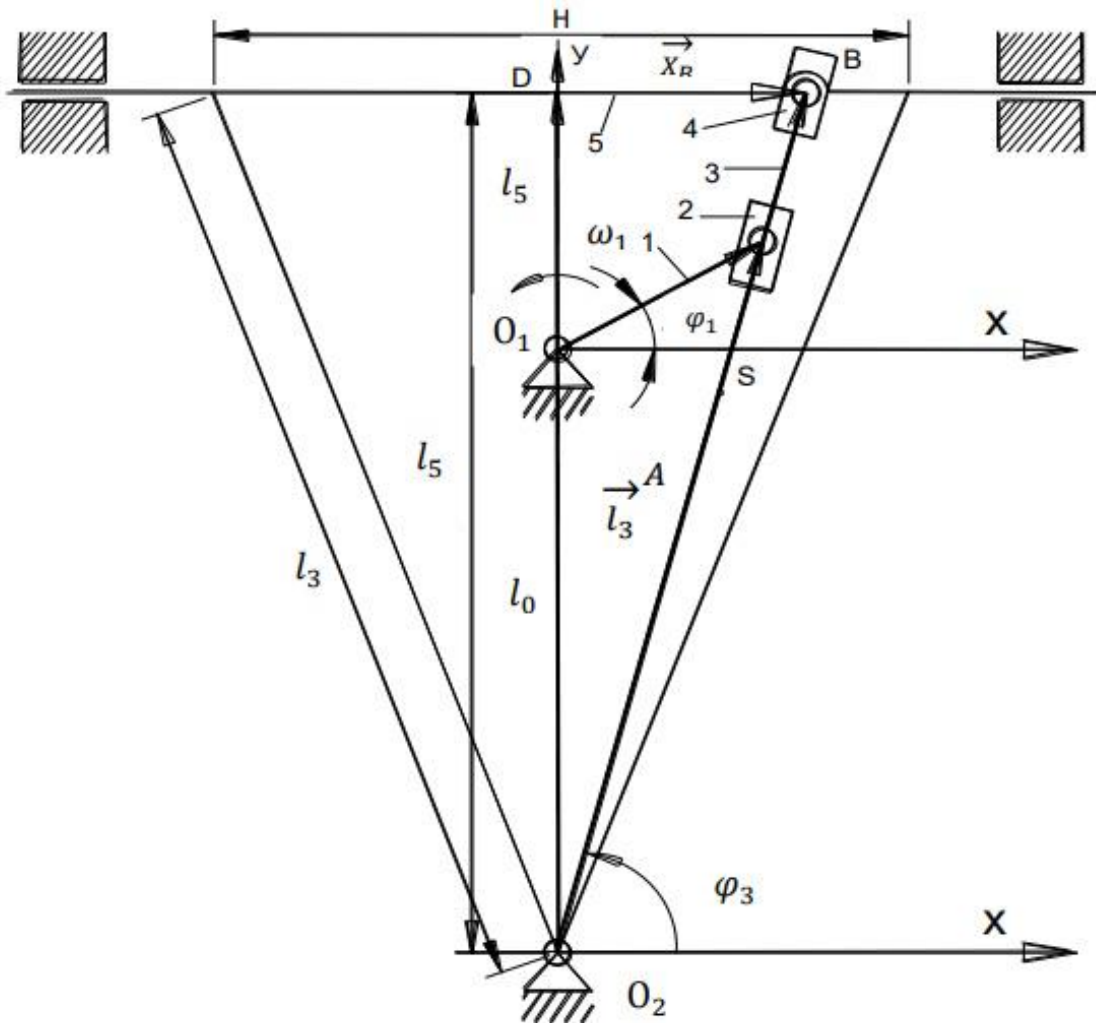


Рис. 1. Схема двухдвух кулисного механизма  
1 — кривошип; 2, 4 — кулисные камни; 3 — кулиса; 5 — ползун

Входными параметрами кинематического анализа являются  $l_0, l_1, l_5, H, \omega_1, \varphi_1$ . Положение звеньев ориентировано в системе координат XY посредством векторов, связанных со звеньями, и углов  $\varphi_1, \varphi_3$ . В механизме выделено два векторных контура  $O_1O_2A$  и  $DO_2B$ . Угловое ускорение кулисы определяется формулой (7):

$$\varepsilon_3 = \omega_1^2 * U'_{31} + \varepsilon_1 * U_{31} . \quad (7)$$

Уравнение замкнутого контура  $DO_2B$  имеет вид:

$$\bar{l}_3 + \bar{x}_B = \bar{l}_3 . \quad (8)$$

Уравнение замкнутости в проекциях на координатные оси X и Y принимает вид:

$$\begin{cases} 0 + x_B = l_3 * \cos\varphi_3 , \\ l_5 + 0 = l_3 * \sin\varphi_3 . \end{cases} \quad (9)$$

Решая совместно уравнения системы (9), получим:

$$x_B = l_5 * \operatorname{ctg} \varphi_3 . \quad (10)$$

Дифференцированием (11) по параметру  $j_3$  получается передаточная функция скоростей  $U_{53}$ :

$$U_{53} = \frac{dx_B}{d\varphi_3} = \frac{l_5}{\sin^2\varphi_3} . \quad (11)$$

Передаточная функция ускорений определяется уравнением (12):

$$U'_{53} = \frac{d^2x_B}{d\varphi_3^2} = \frac{2 * l_5 * \cos\varphi_3}{\sin^3\varphi_3} . \quad (12)$$

Тогда скорость точки B ползуна можно рассчитать из уравнения (13):

$$v_B = \omega_3 * U_{53} . \quad (13)$$

Формула для нахождения ускорения точки B ползуна имеет вид:

$$a_B = \omega_3^2 * U'_{53} + \varepsilon_3 * U_{53} . \quad (14)$$

Входные параметры силового анализа: сила Q; массы звеньев  $m_3, m_5$ ; момент инерции  $J_{S3}$ ; параметры, полученные в результате кинематического анализа.

Последовательность поиска реакций следующая [5, с. 63–64].

Определяются силы тяжести звеньев:

$$G_5 = m_5 * q, G_3 = m_3 * q, G_{5y} = -G_5, G_{3y} = -G_3 . \quad (15)$$

Затем устанавливается сила инерции звена 5 как произведение массы на ускорение:

$$U_5 = m_5 * a_B . \quad (16)$$

Составляется уравнение равновесия сил диады 4–5 в проекциях на ось X:

$$\begin{aligned} \sum X(4,5) &= 0, \\ R_{43}^x + Q + U_5 &= 0 \Rightarrow R_{43}^x = -(Q + U_5) . \end{aligned} \quad (17)$$

Проекция реакции  $R_{43}$  на ось Y равна:

$$R_{43}^y = R_{43}^x * \operatorname{tg}(\varphi_3 + \pi/2) . \quad (18)$$

Силовой анализ механизма представлен на рис. 2.

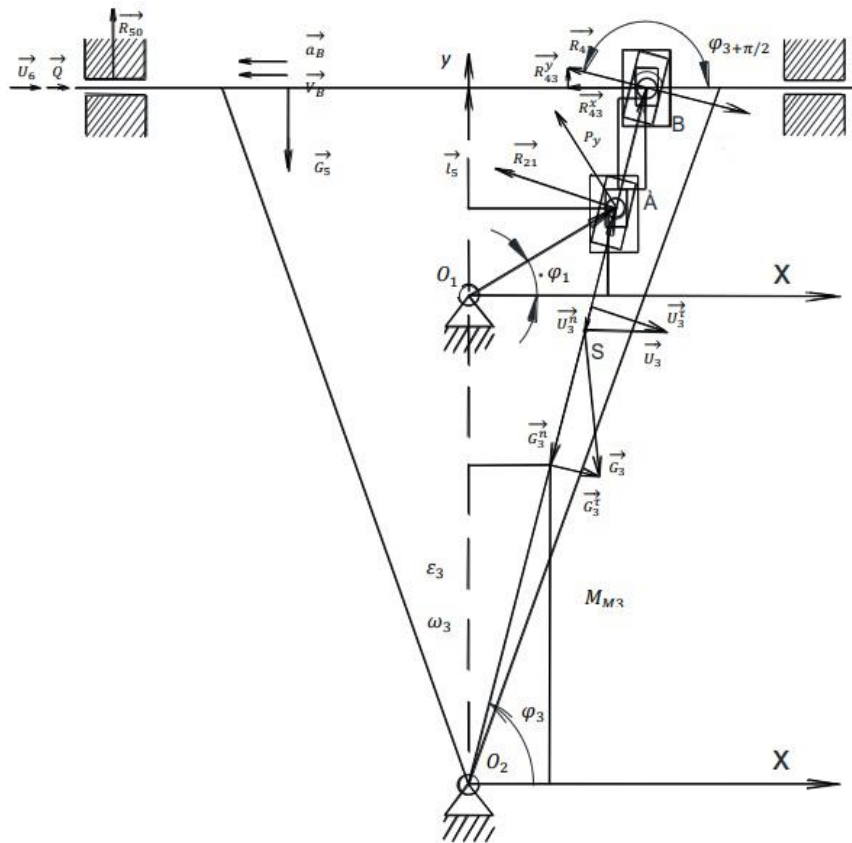


Рис. 2. Схема нагружения механизма силами:  
 $G_3, G_5$ , — силы тяжести соответствующих звеньев;  $U_3, U_5$  — силы инерции соответствующих звеньев;  
 $Q$  — сила полезного сопротивления

Реакция  $R_{43}$  определяется по следующей формуле:

$$R_{43} = \sqrt{(R_{43}^y)^2 + (R_{43}^x)^2}. \quad (19)$$

Уравнение равновесия сил диады 4–5 в проекциях на ось Y имеет вид:

$$\sum Y(4,5) = 0; \\ G_3 + R_{43}^y + R_{50} = 0, \Rightarrow R_{50} = -(G_3 + R_{43}^y). \quad (20)$$

Касательная и нормальная составляющая силы инерции  $U_3$  вычисляются из следующих уравнений:

$$U_3^t = -\varepsilon_3 * l_s * m_3; U_3^n = -\omega_3^2 * l_s * m_3. \quad (21)$$

Касательная и нормальная составляющая силы тяжести  $G_3$  равны соответственно:

$$G_3^t = G_{3y} * \sin(\varphi_3 + 3\pi/2), \\ G_3^n = G_{3y} * \cos(\varphi_3 + 3\pi/2). \quad (22)$$

Момент сил инерции  $M_{43}$ :

$$M_{43} = -\varepsilon_3 * J_{S3}. \quad (23)$$

Уравнения равновесия моментов сил, приложенных к диаде 2–3, относительно точки  $O_2$  имеют вид:

$$\sum M_{O_2}(2,3)=0, \\ R_{34} * l_{3B} + U_3^T * l_3 + M_{u3} + R_{21} * l_{3A} = 0. \quad (24)$$

Реакция  $R_{21}$  определяется из уравнения (24):

$$R_{21} = - \left( \frac{R_{34} * l_{3B} + U_3^T * l_3 + M_{u3}}{l_{3A}} \right). \quad (25)$$

Уравнение равновесия сил диады 2–3 в проекциях на нормаль звена 3:

$$\sum P^T(2,3)=0; R_{34} + R_{21} + G_3^T + U_3^T + R_{30}^T = 0, \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{30}^T = - (R_{34} + R_{21} + G_3^T + U_3^T). \quad (26)$$

Уравнение равновесия сил диады 2–3 в проекциях на звено 3:

$$\sum P^n(2,3)=0; G_3^n + U_3^n + R_{30}^n = 0, \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{30}^n = - (G_3^n + U_3^n). \quad (27)$$

Тогда реакция  $R_{30}$  равна:

$$R_{30} = \sqrt{(R_{30}^T)^2 + (R_{30}^n)^2}. \quad (28)$$

Уравновешенная сила  $P_y$  находится из уравнения равновесия звена 1:

$$\sum M_{O_1}(1)=0; \\ P_y = R_{21} * (\cos\varphi_3 * \cos\varphi_1 + \sin\varphi_3 * \sin\varphi_1). \quad (29)$$

Реакция стойки на звено 1:

$$R_{10} = \sqrt{(R_{12}^2)^2 - (P_y)^2}. \quad (30)$$

Для практической проверки полученных формул был рассчитан и построен график зависимости реакции опоры от угла поворота ведущего звена, представленный на рис. 3.

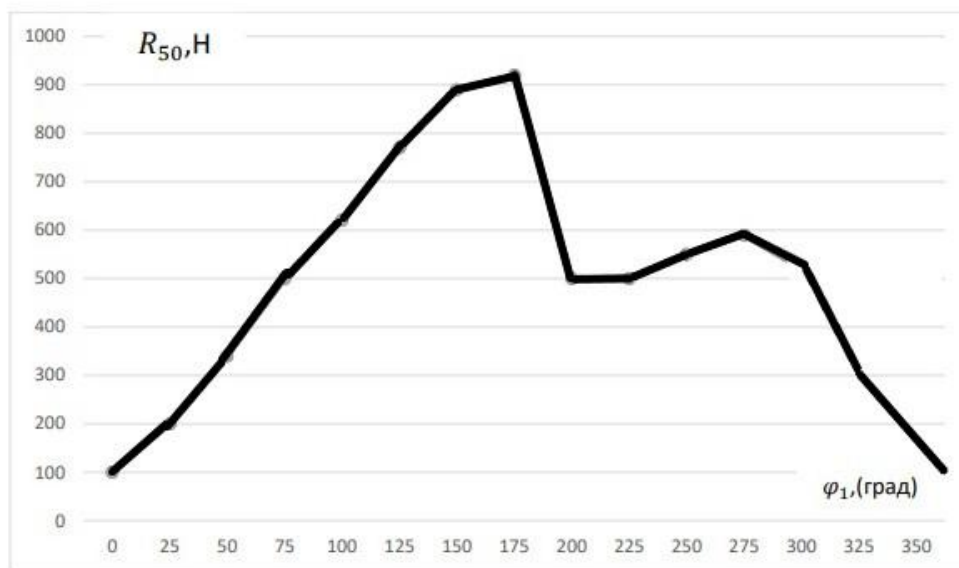


Рис. 3. График зависимости  $R_{50}(\varphi_1)$

Данные, полученные в ходе расчета, использовались в дальнейшем при определении основных конструктивных размеров и практическом расчете конструкции опорного узла, в частности определении типоразмера подшипникового узла и конструктивных размеров направляющих, способных выдержать подобные нагрузки без деформаций.

Данную задачу определения неизвестных реакций опор также можно решить методом жесткого рычага Жуковского, используя полученные ранее результаты аналитических исследований.

**Заключение.** В результате выполнения работы были получены основные математические зависимости усилий, действующие в механизме, в зависимости от скоростных режимов. Определены характер влияния скорости входного звена на значения усилий в опорах и критические параметры работы механизма протяжки ткани. Установлены положения механизма, при которых усилия в опорах принимают максимальные значения.

Данная работа носит непосредственный практический характер. Полученные математические зависимости позволяют выполнить необходимые конструкторские расчеты исполнительных механизмов, работающих в реальных производственных условиях.

Проверка полученных результатов проведена при проектировании механизма протяжки ткани на модернизированном транспортирующем устройстве. Это спроектированное устройство реализовано в поточной линии действующего производства [6].

Работоспособность математических моделей показала возможность практического применения предложенной методики при проектировании сложных механизмов.

Представленная работа имеет научное и практическое значение, может использоваться специалистами при преподавании дисциплины технической механики и специальных расчетов при проектировании сложных механизмов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и механика машин: учебник / Г.А. Тимофеев, А.К. Мусатов, С.А. Попов, К.В. Фролов; под ред. Г.А. Тимофеева. — 8-е изд., перераб. и доп. — М.: МГТУ им. Баумана, 2017. — 568 с. — ISBN 978-5-7038-4151-8. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1962503> (дата обращения: 12.06.2025).
2. Мамаев, А.Н. Теория механизмов и машин: учебник / А.Н. Мамаев, Т.А. Балабина. — М.: Экзамен, 2008. — 253 с.
3. Кинематический расчет рычажных механизмов методом замкнутых векторных контуров / А.В. Котович, В.Г. Буткевич, А.В. Ильющенко [и др.] // Материалы докладов 50-й Международной научно-технической конференции преподавателей и студентов, посвященной Году науки: в 2 т. / Вит. гос. техн. ун-т. — Витебск, 2017. — Т. 1. — С. 364–366.
4. Пейсах, Э.Е. Методика автоматизированного структурного синтеза плоских шарнирных механизмов / Э.Е. Пейсах // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2009. — № 1. — С. 73–82.
5. Стариков, С.П. Новые решения в задачах кинематического исследования плоских групп Ассур высоких классов / С.П. Стариков, Л.Т. Дворников // Сборник докладов международной конференции по теории механизмов и машин / Кубан. гос. технол. ун-т. — Краснодар, 2006. — 297 с.
6. Разработка технологического процесса производства одноразовых медицинских халатов / А.Г. Коган, В.Г. Буткевич, Г.И. Москалев [и др.] // Вестник Санкт-Петербургского университета технологии и дизайна. Серия № 4, Промышленные технологии. — 2024. — № 3. — С. 80–84.

## REFERENCES

1. Timofeev G.A., Musatov A.K., Popov S.A., Frolov K.V. *Teoriya mekhanizmov i mekhanika mashin: uchebnik* [Theory of mechanisms and mechanics of machines: textbook], Moscow: MG TU im. Bauman, 2017, 568 p. — ISBN 978-5-7038-4151-8. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1962503> (Accessed: 12.06.2025).
2. Mamayev A.N., Balabina T.A. *Teoriya mekhanizmov i mashin: uchebnik* [Theory of mechanisms and machines: textbook], Moscow: Ekzamen, 2008, 254 p.
3. Kotovich A.V., Butkevich V.G., Ilyushchenko A.V. *Materialy докладov 50-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhneskoi konferentsii prepodavatelei i studentov, posviashchenoi godu nauki* [Proceedings of the reports of the 50th International scientific and technical conference of teachers and students in honor of the Year of Science], Vitebsk, 2017, 1, pp. 364–366.
4. Peisakh E.E. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin* [Problems of mechanical engineering and machine reliability], 2009, 1, pp. 73–82.
5. Starikov S.P., Dvornikov L.T. *Sbornik докладov mezhdunarodnoi konferentsii po teorii mekhanizmov i mashin* [Collection of reports of the international conference on the theory of mechanisms and machines], Krasnodar, 2006, 297 p.
6. Kogan A.G., Butkevich V.G., Moskalov G.I. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta tekhnologii i dizaina. Seriya No. 4, Promyshlenniye tekhnologii* [Bulletin of St. Petersburg University of Technology and Design. Series No. 4, Industrial technologies], 2024, 3, pp. 80–84.

Поступила в редакцию 03.09.2025

Адрес для корреспонденции: e-mail: butkevich@mail.ru — Буткевич В.Г.