



# МАТЭМАТЫКА

УДК 533.9-1 12+53.083.72

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДИСПЕРСИИ НА ПРОЦЕСС ФИЛАМЕНТАЦИИ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕВЫХ ПУЧКОВ УЛЬТРАКОРОТКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Н.Ю. Вислобоков

Витебский филиал Международного университета «МИТСО»

Одними из наиболее важных научно-исследовательских направлений сегодня являются численное исследование и моделирование. Особенно актуальны они в такой научно-исследовательской области, как фотоника, например, для изучения процессов, связанных с распространением и филаментацией импульсного лазерного излучения высокой интенсивности и оптических вихревых пучков ультракороткой длительности в диэлектрических средах. Результаты этих исследований могут быть востребованы в сверхскоростной передаче данных, спектроскопии, при производстве монохроматоров, для разработки других инновационных высокотехнологичных устройств.

Цель исследования — изучить влияние дисперсии групповой скорости на процесс филаментации оптических вихревых пучков ультракороткого излучения в кристаллах LiF.

**Материал и методы.** В процессе распространения в кристалле диэлектрика импульсное оптическое излучение подвергается воздействию целого ряда эффектов и явлений, от обусловленных особенностями среды распространения до индуцированных электромагнитным полем импульса, влияние которых во многом определяется как мощностью и интенсивностью излучения, так и параметрами импульсного пучка. Численное моделирование и исследование влияния дисперсии на процесс филаментации будем проводить при помощи математической модели, основанной на модифицированных уравнении Шредингера и волновом уравнении, позволяющей учесть влияние всех необходимых эффектов и наблюдать эволюцию параметров и характеристик оптических вихревых пучков в процессе распространения и филаментации.

**Результаты и их обсуждение.** В данной статье приводятся основные результаты численного моделирования процесса филаментации оптических вихревых пучков фемтосекундного излучения в кристалле фторида лития, анализируется влияние дисперсии групповой скорости и индуцированной электронной плазмы на динамику распространения и эволюцию пространственно-временного профиля интенсивности, а также другие параметры рассматриваемых импульсных пучков.

**Заключение.** Выявлено, что для исследованных видов оптических пучков влияние индуцированной электронной плазмы не оказывает значимого влияния на параметры излучения, а дефокусировка обусловлена преимущественно дифракцией элементов дуги оптического вихря. Показано, что аномальная дисперсия групповой скорости оказывает значимое влияние и во многом определяет динамику процесса филаментации исследованных оптических вихревых пучков. Так, например, при распространении фемтосекундных вихревых пучков с топологическим зарядом  $m=1$  в кристалле LiF в полосе сильной аномальной дисперсии наблюдалось формирование световых пульс с пиковой интенсивностью, достигающей  $58 \text{ TWt/cm}^2$ , при этом первый нелинейный фокус формировался на расстоянии менее 1 см, а при уменьшении дисперсии расстояние до первого фокуса увеличивалось, значения же пиковых интенсивностей снижались.

**Ключевые слова:** численное исследование, численное моделирование, математическое моделирование, ультракороткий импульс, оптические вихревые пучки, дисперсия, индуцированная ионизация.

---

---

# NUMERICAL MODELING OF THE IMPACT OF DISPERSION ON THE FILAMENTATION PROCESS OF ULTRASHORT RADIATION OPTIC VOR-TEX BEAMS

N.Yu. Vislobokov

*International University MITSO Vitebsk Branch*

*Numerical research and modeling is one of the most important research trends of today. They are most relevant in the research field of photonics, for example, in the study of the processes connected with the propagation and filamentation of high intensity pulse laser radiation and ultrashort radiation optic vortex beams in dielectric media. The research findings can be required in super speed data transfer, spectroscopy, in monochromator manufacture, in the development of other innovation high technology devices.*

*The research purpose is to study the impact of group speed dispersion on the process of ultrashort radiation optic vortex beams filamentation in LiF crystals.*

**Material and methods.** *While propagating in the dielectric crystal pulse optic radiation is under the impact of a number of effects and phenomena, from those conditioned by the features of the propagation medium to those induced by the pulse electromagnetic field the influence of which is determined to a large extent both by the power and intensity of radiation, and by the parameters of the pulse beam. Numerical modeling and the study of the impact of dispersion on the filamentation process will be conducted with the help of a mathematic model based on the modified Schrödinger equation and wave equation which make it possible to take into account the influence of all necessary effects and watch the evolution of the parameters and characteristics of optic vortex beams in the process of propagation and filamentation.*

**Findings and their discussion.** *The article presents basic findings of the numerical modeling of the process of filamentation of femtosecond radiation optic vortex beams in the lithium fluoride crystal, the impact of the group speed dispersion and induced electron plasma on the propagation dynamics and the evolution of the space and time intensity profile as well as other parameters of the impulse beams under consideration.*

**Conclusion.** *It was found out that the impact of the induced electron plasma is not significant on the parameters of radiation for the studied types of optic beams while the defocusing is mainly due to the defraction of the elements of the optic vortex arc. It is shown that abnormal dispersion of group speed significantly influences and to a great extent determines the dynamics of the filamentation process of the studied optic vortex beams. Thus, for example, in the course of propagation of femtosecond vortex beams with the topological charge  $m=1$  in LiF crystal the formation of light bullets with the peak intensity up to  $58 \text{ TBm/cm}^2$  in the strip of heavy abnormal dispersion was observed; the first non-linear focus was formed at the distance of less than 1 cm, and with the reduction of dispersion the distance to the first focus increased while the peak intensity indications reduced.*

**Key words:** *numerical study, numerical modeling, mathematic modeling, ultra short pulse, optic vortex beams, dispersion, induced ionization.*

**В** настоящее время численное исследование и моделирование, основанные на построении математических моделей различных явлений и процессов, представляются одними из наиболее актуальных научно-исследовательских направлений. Обусловлено это тем, что при несомненной значимости экспериментальных изысканий на современном уровне технического развития диапазон различных параметров и условий для осуществления данных исследований слишком велик даже для реализации самых перспективных из них. В подобной ситуации численное исследование, по сути, позволяет проводить эксперименты в виртуальной среде, тем самым посредством анализа и интерпретации результатов расчетов значительно сужая круг научного поиска и направляя исследования экспериментальные. Особенно важно это в наше время в таких приоритетных научно-исследовательских областях, как сложные функциональные системы и фотоника, в частности, для изучения процессов, связанных с распространением и филаментацией импульсного лазерного излучения высокой интенсивности и оптических вихревых пучков ультракороткой (в первую очередь фемтосекундной) длительности, в том числе с топологическим зарядом, в твердотельных средах, широко используемых при изготовлении компонентов современных лазерных систем и оптических преобразователей.

Явление филаментации лазерного излучения представляет собой динамическую локализацию электромагнитного поля с высокой плотностью мощности, которая может сохраняться на достаточно большом расстоянии благодаря установлению динамического равновесия между фокусирующими (определяющимися особенностями среды распространения) и дефокусирующими эффектами,

обусловленными преимущественно наведенной плазмой свободных электронов, плотность которой заметно возрастает с ростом пиковой интенсивности импульсов [1; 2]. Роль и значимость различных эффектов зависит в том числе и от такого параметра, как длительность лазерных импульсов [3].

Например, при фемтосекундной длительности кроме керровской самофокусировки и индуцированной электронной плазмы заметное влияние на динамику распространения излучения оказывает дисперсия групповой скорости (ДГС). Как было показано в наших предыдущих исследованиях [4; 5], в средах с нормальной дисперсией гауссов на входе тераваттный импульсный пучок в большинстве случаев распадается на субимпульсы, которые некоторое время продолжают распространяться в непосредственной близости друг от друга, но со временем интервал между ними увеличивается и они разбегаются. При аномальной ДГС — наоборот: должна наблюдаться компрессия импульсных пучков по временной координате, что, например, в кристаллах  $\text{Bk7}$  и  $\text{CaF}$  (как уже было продемонстрировано автором в работе [5]) при определенных благоприятствующих начальных параметрах излучения приводит к формированию отдельных или серий т.н. «световых пульс» с различными длинами пробега.

Следует отметить, что большинство исследований, посвященных изучению филаментации, рассматривает данное явление для гауссовских импульсных пучков ультракороткой длительности, в то же время современные лазерные системы позволяют генерировать излучение тераваттной мощности с гораздо более сложной формой пространственно-временного профиля. При этом для кольцевых пучков с винтовым фазовым фронтом волны, называемых оптическими вихрями, уже при топологическом заряде  $m=1$  благодаря фазовой сингулярности критическая мощность самофокусировки будет в 4 раза выше таковой для обычного гауссова пучка, что делает их более перспективными для изучения явления филаментации.

Соответственно вопросы исследования условий стабильности параметров при распространении и изучения закономерностей процесса филаментации оптических вихревых пучков фемтосекундного излучения и влияния на него как нормальной, так и аномальной дисперсии групповой скорости в диэлектрике  $\text{LiF}$  являются открытыми и одними из интересных сегодня для изучения при помощи экспериментальных, и в первую очередь на основе численных, исследований. Обусловлено это широким спектром возможных применений результатов указанных исследований, например, они могут быть востребованы в сверхскоростной передаче данных, спектроскопии, при производстве монокроматоров и других компонентов лазерных систем (и для задержки старта множественной филаментации), для разработки высокотехнологичных устройств, а также совершенствования уже известных технологий [1; 2; 5].

В представленной статье приведены основные результаты численного моделирования процесса филаментации оптических вихревых пучков фемтосекундного излучения в кристалле фторида лития, анализируется влияние дисперсии групповой скорости и индуцированной электронной плазмы на динамику распространения, эволюцию пространственно-временного профиля интенсивности и другие параметры рассматриваемых импульсных пучков.

Цель исследования — изучить влияние дисперсии групповой скорости на процесс филаментации оптических вихревых пучков ультракороткого излучения в кристаллах  $\text{LiF}$ .

**Материал и методы.** Известно, что в процессе распространения в кристалле диэлектрика импульсное оптическое излучение подвергается воздействию целого ряда эффектов и явлений, от обусловленных особенностями среды распространения до индуцированных электромагнитным полем импульса, влияние которых во многом определяется как мощностью и интенсивностью излучения, так и параметрами импульсного пучка: его длительностью, шириной, формой профиля огибающей интенсивности и топологическим зарядом для вихревых пучков. Соответственно для излучения тераваттной мощности при построении математической модели необходимо учитывать керровскую самофокусировку, нелинейность среды, дисперсию, дифракцию и воздействие плазмы свободных электронов [5]. В процессе численного моделирования начальные параметры излучения будем варьировать в пределах возможностей существующих лазерных систем при длине волны в рамках полосы аномальной дисперсии. Кроме того, можно отметить, что в последнее время с экспериментальной точки зрения благодаря возможности записывать плазменные каналы филаментов

всё больший интерес представляют исследования по распространению лазерного излучения тераваттной интенсивности и ультракороткой длительности в кристаллах такого диэлектрика, как фторид лития (LiF), поэтому параметры среды распространения установим соответствующими характеристикам данного кристалла.

**Результаты и их обсуждение.** Численное моделирование и исследование процесса филаментации высокоинтенсивных фемтосекундных оптических вихревых пучков с учетом их топологического заряда будем проводить при помощи математической модели, основанной на модифицированных по специальным методикам уравнениям Шредингера и волновом уравнении, позволяющей учесть влияние всех необходимых эффектов и явлений и наблюдать эволюцию параметров и характеристик оптического вихря в процессе распространения и филаментации [5]. Соответственно уравнение, описывающее динамику изменения напряженности электромагнитного поля ( $E$ ) оптического вихря с топологическим зарядом  $m$ , распространяющегося вдоль координаты  $z$ , можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2k} \left( 1 + \frac{i}{\omega \tau_p} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right) E - , \quad (1)$$

$$-\hat{D}E + ik_0 n_2 \hat{T}E^3 + ik_0 n_4 \hat{T}E^5 - N_{PL}E$$

где  $k$  — волновой вектор,  $\omega$  — частота излучения, а  $r$  и  $\tau$  — радиальная и временная координаты соответственно,  $n_i$  — коэффициенты нелинейности  $(i+1)$ -го порядка. Волновая нестационарность учтена через оператор  $\hat{T}$ :

$$\hat{T} = \left( \frac{i\partial}{\omega \tau_p \partial \tau} + 1 \right).$$

Влияние дисперсии групповой скорости в среде распространения (фториде лития) в уравнении (1) описывается через оператор  $\hat{D}$ , который и определяется формулой

$$\hat{D} = \left( \beta_1 - \frac{\alpha_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{m=2}^{\infty} \left[ \left( \frac{\beta_m}{m!} + i \frac{\alpha_m}{2m!} \right) \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right)^m \right],$$

$$\beta_m = \left( \frac{\partial \omega}{\partial k} \right)^{-m}.$$

Подчеркнем, что дефокусирующее влияние фотоионизации и индуцированной электронной плазмы на профиль огибающей интенсивности электромагнитного поля оптического вихря, распространяющегося в диэлектрической среде, в (1) характеризуется множителем  $N_{PL}$ , который должен учитывать влияние как туннельной ионизации  $N_{PL1}$ , определяющееся плотностью плазмы ( $\rho$ ), интервалом между коллизиями электронов  $\tau_c$  и характерным параметром тормозного излучения  $\sigma$

$$N_{PL1} = \frac{\sigma}{2} \hat{T}^{-1} (1 + i\omega \tau_c) \rho ,$$

так и многофотонное поглощение  $N_{PL2}$ , напрямую зависящее от скорости фотонной ионизации  $W$ :

$$N_{PL2} = \frac{1}{2} \frac{W \cdot U}{I} ,$$

где  $U$  — ширина запрещенной зоны диэлектрика в эВ.

Исходя из результатов анализа динамики изменения  $W$  как функции интенсивности ( $I$ ) лазерного импульса, проведенного автором в [5], можно отметить, что при рассматриваемых начальных и граничных параметрах данная скорость будет прямо пропорциональна плотности  $\rho$  и  $I^n$  ( $n$  — порядок многофотонного перехода) с коэффициентом пропорциональности  $\sigma_n$ , значение которого для LiF известно из экспериментальных исследований, соответственно

$$W = \sigma_n I^n \rho.$$

Тогда  $N_{PL}$  может быть определено по формуле:

$$N_{PL} = \frac{1}{2} \left( \sigma \hat{T}^{-1} (1 + i\omega\tau_c) \rho + \frac{\sigma_n I^n \rho \cdot U}{|E|^2} \right).$$

Одновременно нельзя забывать и о том, что плотность электронной плазмы изменяется при прохождении через кристалл диэлектрика мощного оптического излучения и при рассматриваемых здесь условиях численного исследования динамика изменения плотности электронной плазмы при движении вдоль временной координаты соответствует закономерностям, описанным в [5].

Учитывая повышенное внимание ученых к исследованиям по распространению и филаментации ультракоротких (фемтосекундной длительности) кольцевых оптических пучков с винтовым фазовым фронтом волны в кристаллах типа фторида лития (LiF), именно этот диэлектрик и определим в качестве среды распространения.

Одним из основных преимуществ вихревых (кольцевых) импульсных пучков является то, что вихревая фаза создает сингулярность, благодаря которой заметным становится интерференционный эффект, а также критическая мощность фокусировки для них в несколько раз выше, по сравнению с гауссовыми пучками. Так, например, если критическая мощность фокусировки, при которой неминуемо наступает коллапс, для гауссова пучка

$$P_{cr} = \frac{3,77\lambda^2}{8\pi n_0 n_2},$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения), то для оптического вихря с аналогичными параметрами и  $m=1$  эта мощность будет равна  $P_{cr}^{(1)} = 4P_{cr}$ .

Уравнение для начальной ( $z = 0$ ) напряженности электромагнитного поля оптического осесимметричного вихря с топологическим зарядом  $m$  можно записать в виде:

$$E^{(m)}(r, z = 0, \tau) = E_0 \left( \frac{r}{w_0} \right)^m \exp \left[ -\frac{r^2}{w_0^2} \right] \exp \left[ -\frac{\tau^2}{\tau_p^2} \right] \exp[i m \varphi].$$

Максимальная интенсивность такого оптического пучка может быть определена как  $I_{max} = 0.36I_0$ , где начальная интенсивность

$$I_0 = \frac{cn_0 \varepsilon_0 |E_0|^2}{2}.$$

В процессе численного моделирования начальная длительность импульса варьировалась в пределах от  $\tau_p = 10$  фс до  $\tau_p = 100$  фс, начальная ширина пучка в пределах от  $w_0 = 5$  мкм до  $w_0 = 80$  мкм, начальные длины волны излучения изменялись в пределах от  $\lambda = 1200$  нм до 1800 нм, а топологический заряд  $m$  считался равным 1. При  $m = 1$  максимальная мощность такого излучения может быть вычислена как  $P_{max} = \pi r_0^2 I_0$ .

На рис. 1 приведены начальные пространственно-временной (рис. 1а) и пространственный (рис. 1б) профили огибающей нормированной интенсивности данного оптического вихревого пучка.

По изображению на рис. 1 отчетливо видно: специфической особенностью такого оптического пучка является то, что вдоль всего импульса интенсивность поля излучения на оптической оси нулевая. Благодаря фазовой сингулярности данная особенность сохраняется и под воздействием самофокусировки в процессе распространения.

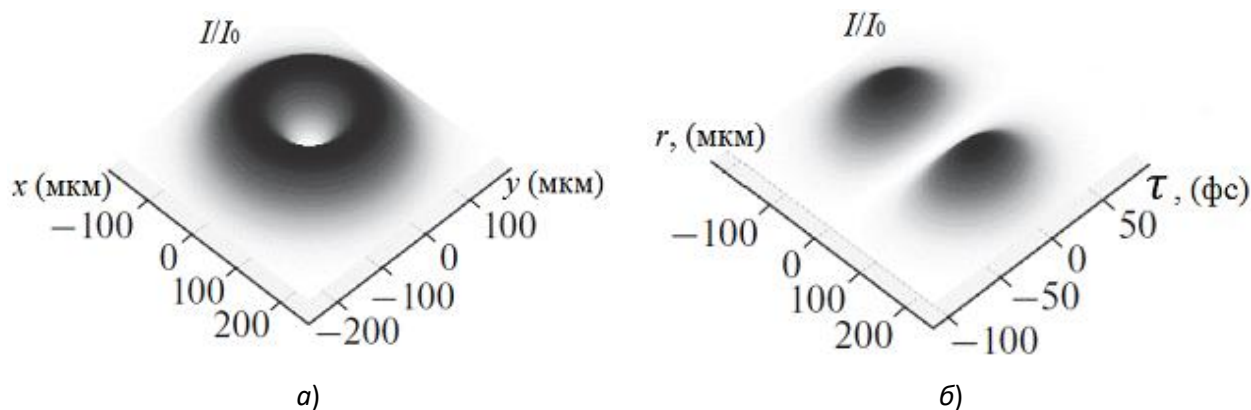


Рис. 1. Пространственно-временной (а) и пространственный (б) профили огибающей нормированной интенсивности вихревого оптического пучка

После попадания в диэлектрическую среду, например, кристалл LiF, ширина кольца вихревого импульсивного пучка под воздействием эффекта самофокусировки начинает сужаться. Кроме того, если несущая длина волны излучения соответствует полосе аномальной дисперсии, то оптический вихрь подвергается также эффекту самокомпрессии по временной координате  $\tau$ . Соответственно пиковая интенсивность излучения значительно возрастает и достигает уровня порядка  $40 \text{ ТВт}\cdot\text{см}^{-2}$ , так формируется первый нелинейный фокус или кольцевая пространственно-временная локализация электромагнитной энергии, называемая также световой пулей. В процессе численных экспериментов ширина формировавшихся световых пульс составляла порядка  $10 \text{ мкм}$  при длительности от 1 до 2 оптических осцилляций (в среднем около  $10 \text{ фс}$ ).

Причем если для гауссовских фемтосекундных импульсных пучков рост пиковой интенсивности приводил к значительному росту плотности плазмы свободных электронов  $\rho$ , оказывающей существенное дефокусирующее воздействие на распространяющееся излучение, то для вихревых пучков такой же длительности заметного увеличения плотности  $\rho$ , как мы видим на рис. 2, не наблюдалось, а значит дефокусировка в индуцированной полем электронной плазме в данном случае не может оказать существенного воздействия, а тем более остановить процесс фокусировки, и ее влияние на динамику изменения параметров излучения в целом будет незначительным.

При филаментации в указанных условиях основным эффектом, останавливающим коллапс, является линейная дифракция элементов дуги сфокусированного кольцевого оптического вихря, воздействие которой заметно возрастает с уменьшением ширины пучка.

На некотором расстоянии от первой световой пули, как правило, формировалась вторая с пиковой интенсивностью, достигающей  $58 \text{ ТВт}\cdot\text{см}^{-2}$ , и длительностью примерно такой же, как и у первой, однако переносимая ею энергия высокой плотности уже составляла только несколько процентов от начальной энергии импульса, соответственно третьей локализации энергии уже не наблюдалось, излучение постепенно поглощалось диэлектриком.

Далее более детально остановимся на влиянии аномальной дисперсии групповой скорости на процесс филаментации и формировании нелинейных фокусов оптических вихревых пучков.

Для этого рассмотрим эволюцию вихревого импульсивного излучения фемтосекундной длительности в одном и том же диэлектрике для разных начальных длин волн лазерного излучения, соответствующим разным значениям коэффициента дисперсии  $\beta$ :  $\lambda = 1800 \text{ нм}$  (полоса сильной аномальной дисперсии),  $\lambda = 1500 \text{ нм}$  (средняя аномальная дисперсия),  $\lambda = 1235 \text{ нм}$  (нулевой уровень дисперсии). При этом для каждой из длин волн начальные параметры вихрей выберем так, чтобы у них была одинаковая

дифракционная длина, длительность импульса  $\tau_p = 40$  фс и соотношение начальной и критической мощностей  $\frac{P_{in}}{P_{cr}} = 5$ . Динамика изменения пиковой интенсивности оптических вихрей с данными параметрами для перечисленных длин волн, соответствующих разным уровням дисперсии, распространяющихся во фториде лития вдоль продольной координаты  $z$  вблизи первого нелинейного фокуса, приведена на рис. 3.

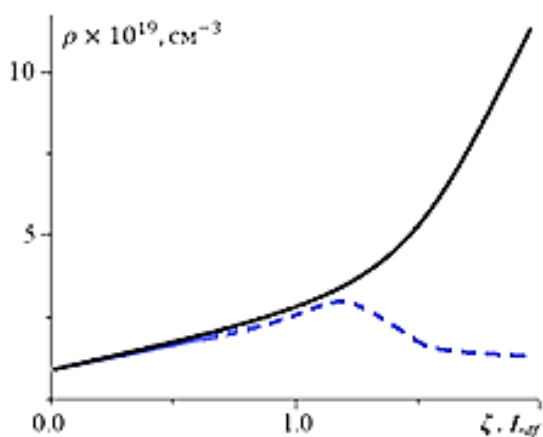


Рис. 2. Динамика изменения плотности плазмы свободных электронов в LiF для гауссова пучка (сплошная кривая) и вихревого оптического пучка (штриховая кривая) при распространении излучения вдоль нормированной на дифракционную длину продольной координаты  $\zeta$

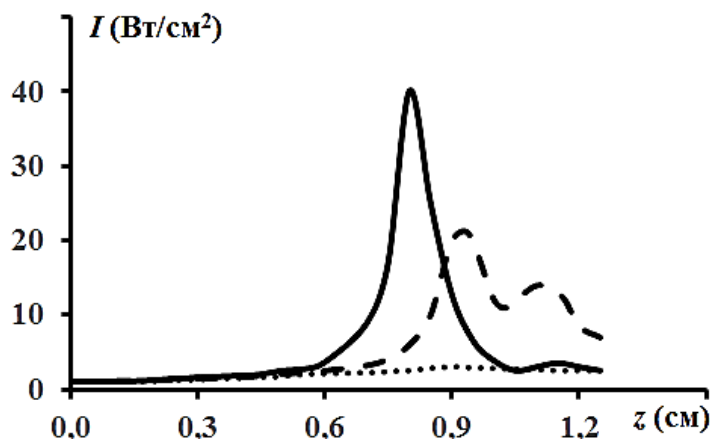


Рис. 3. Динамика изменения пиковой интенсивности вдоль продольной координаты  $z$  при распространении ультракоротких оптических вихрей во фториде лития при начальной длине волны излучения 1800 нм (сплошная кривая, сильная аномальная дисперсия), 1500 нм (штриховая кривая, средняя аномальная дисперсия) и 1235 нм (точечная кривая, нулевая дисперсия)

По графику на рис. 3 достаточно хорошо видно, что при начальной длине волны  $\lambda = 1800$  нм, соответствующей полосе сильной аномальной дисперсии, в кристалле диэлектрика уже на расстоянии 0,8 см от входа в среду формируется нелинейный фокус, в котором пиковая интенсивность излучения достигает уровня порядка 40 ТВт/см<sup>2</sup>. При  $\lambda = 1500$  нм, соответствующей меньшей аномальной дисперсии, первый фокус наблюдается уже немного дальше — на интервале от 0,9 см до 1 см, при этом максимальная пиковая интенсивность достигает уровня только порядка половины от максимума предыдущего случая.

В то же время можно заметить, что при средней дисперсии вскоре после первого нелинейного фокуса формируется второй, в котором пиковая интенсивность достигает уровня порядка 15 ТВт/см<sup>2</sup>.

Для излучения с  $\lambda = 1235$  нм, соответствующей нулевой дисперсии (точечная кривая), после попадания в диэлектрическую среду будет наблюдаться самофокусировка, т.е. уменьшение ширины пучка, а вот дисперсионного сжатия импульса по временной координате  $\tau$  фиксироваться не будет. Поэтому в данном случае заметных скачков интенсивности в процессе распространения наблюдаться не будет, а электромагнитная энергия оптического вихря будет перемещаться к оси импульсного пучка, что приведет к постепенному изменению формы профиля огибающей его интенсивности.

Кроме того, с уменьшением длины волны  $\lambda$  происходило и увеличение диаметра вихревого пучка, что обусловило усиление влияния дифракции на больших длинах волн.

**Заключение.** Таким образом, в данной работе получены основные результаты численного моделирования процесса филаментации оптических вихревых пучков фемтосекундного излучения в кристалле фторида лития, анализируется влияние дисперсии групповой скорости и индуцированной электронной плазмы на динамику распространения и эволюцию пространственно-временного профиля огибающей интенсивности, а также другие параметры лазерного излучения.

Выявлено, что для исследованных видов оптических пучков индуцированная электронная плазма не оказывает заметного воздействия на параметры излучения, а дефокусировка обусловлена преимущественно дифракцией элементов дуги оптического вихря. Показано, что аномальная дисперсия групповой скорости оказывает значимое влияние и во много определяет динамику процесса

филаментации исследованных оптических вихревых пучков. Так, например, при распространении фемтосекундных вихревых пучков с топологическим зарядом  $m=1$  в кристалле LiF в полосе сильной аномальной дисперсии наблюдалось формирование световых пучков с пиковой интенсивностью, достигающей  $58 \text{ ТВт/см}^2$ , при этом первый нелинейный фокус формировался на расстоянии менее 1 см, а при уменьшении дисперсии расстояние до первого фокуса увеличивалось, значения же пиковых интенсивностей снижались.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Spectral probing of an extremely compressed femtosecond wave packet in calcium fluoride / I.Y. Geints, V.O. Kompanets, A.A. Melnikov, S.V. Chekalin, A.E. Dormidonov, V.P. Kandidov // *Laser physics letters*. — 2023. — Vol. 20, № 1. — P. 015401–015405.
2. Fu, W. High-power femtosecond pulses without a modelocked laser / W. Fu, L.G. Wright, F.W. Wise // *JOSA Optica*. — 2023. — Vol. 12, № 7. — P. 831–834.
3. Распространение мощного светового импульса с учетом отражения от нелинейного фокуса / О.Х. Хасанов, Т.В. Смирнова, О.М. Федотова, А.П. Сухоруков, Н.Ю. Вислобоков // *Известия РАН. Серия физическая*. — 2006. — Т. 70, № 12. — С. 1740–1744.
4. Вислобоков, Н.Ю. Численное моделирование процесса формирования пульсирующего канала распространения мощного светового импульса в прозрачных диэлектриках / Н.Ю. Вислобоков // *Вестник Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта*. — 2018. — № 4(101). — С. 29–37.
5. Вислобоков, Н.Ю. Численное исследование процесса распространения оптических вихревых пучков фемтосекундного излучения в прозрачных диэлектриках / Н.Ю. Вислобоков // *Вестник Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта*. — 2025. — № 2(127). — С. 5–11.

### REFERENCES

1. Spectral probing of an extremely compressed femtosecond wave packet in calcium fluoride / I.Y. Geints, V.O. Kompanets, A.A. Melnikov, S.V. Chekalin, A.E. Dormidonov, V.P. Kandidov // *Laser physics letters*. — 2023. — Vol. 20, № 1. — P. 015401–015405.
2. Fu, W. High-power femtosecond pulses without a modelocked laser / W. Fu, L.G. Wright, F.W. Wise // *JOSA Optica*. — 2023. — Vol. 12, № 7. — P. 831–834.
3. Khasanov O.Kh., Smirnova T.V., Fedotova O.M., Sukhorukov A.P., Vislobokov N.Yu. *Izvestiya RAN. Seriya fizicheskaya* [Journal of RAS. Physics], 2006, 70(12), pp. 1740–1744.
4. Vislobokov N.Yu. *Vesnik Vitsebskaga dziazhaunaga universiteta* [Journal of Vitebsk State University], 2018, 4(101), pp. 29–37.
5. Vislobokov N.Yu. *Vesnik Vitsebskaga dziazhaunaga universiteta* [Journal of Vitebsk State University], 2025, 2(127), pp. 5–11.

*Поступила в редакцию 08.12.2025*

**Адрес для корреспонденции:** e-mail: nkt\_2004@mail.ru — Вислобоков Н.Ю.