О полноте решетки нормальных радикальных множеств в группе

Воробьев Н.Т.
Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, Витебск, Беларусь
ntvorobyov@mail.ru

Стайнова А.А.
Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, Витебск, Беларусь
stainova.aa@mail.ru

Рассматриваемые в работе группы являются конечными и разрешимыми. В определениях и обозначениях следуем [1].

Множество подгрупп $\mathcal{F}$ группы G называется *радикальным множеством* или *множеством Фиттинга* [2], если $\mathcal{F}$ замкнуто относительно нормальных подгрупп, нормальных произведений подгрупп и сопряжений.

В работе [3] была доказана основополагающая в теории нормальных радикальных классов теорема Блессеноля-Гашюца о том, что пересечение любого множества неединичных нормальных радикальных классов является неединичным нормальным радикальным классом. Класс групп $\mathfrak{F}$ называют *нормальным*, если в любой группе G ее $\mathfrak{F}$-радикал является максимальной из подгрупп, принадлежащих $\mathfrak{F}$, т.е. в любой группе G ее $\mathfrak{F}$-инъекторы — нормальные подгруппы G.

Понятие нормального радикального класса можно обобщить, используя понятие радикального множества группы.

Определение. *Радикальное множество $\mathcal{F}$ группы G назовем нормальным, если для любой подгруппы H группы G ее $\mathcal{F}$-радикал является $\mathcal{F}$-максимальной подгруппой H.*

Множество подгрупп $Tr_{\mathfrak{F}}(G) = \{H \leq G | H \in \mathfrak{F}\}$ называется *следом* нормального радикального класса в группе G. В случае $\mathcal{F} = Tr_{\mathfrak{F}}(G)$ получаем в точности определение нормального радикального множества.

В работе доказана

Теорема. *Пусть $\{\mathcal{F}_i | i \in I\}$ — семейство неединичных нормальных радикальных множеств группы G. Если $\mathcal{F} = \cap_{i \in I} \mathcal{F}_i$, то $\mathcal{F}$ — неединичное нормальное радикальное множество группы G и решетка всех неединичных нормальных радикальных множеств является полной.*

Следствие (D. Blessenohl, W. Gaschütz [3]). *Пересечение любого множества неединичных нормальных радикальных классов является* *неединичным нормальным радикальным классом.*

Список литературы

[1] K. Doerk, T. Hawkes. Finite soluble groups. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1992.

[2] Л. А. Шеметков О подгруппах π-разрешимых групп. *Конечные группы : сб.* Минск: Наука и техника. 1975, 207–212.

[3] D. Blessenohl, W. Gaschütz. Über normale Schunk- und Fittingklassen. *Math. Z.* **118**: 1 (1974), 1–8.