

Министерство образования Республики Беларусь

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»  
(ВГУ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА)

УДК 517.587+512.622.63+512.622.26  
Рег. № 20210494

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе,  
д-р.пед.н., профессор

\_\_\_\_\_ Е.Я. Аршанский

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2026 г.

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Развитие аналитических и аппроксимационных методов для анализа и  
решения задачи системы гравитирующих тел

ГПНИ «Конвергенция – 2025»

*n/n «Математические модели и методы»*

(заключительный)

Заместитель научного  
руководителя НИР,  
старший преподаватель кафедры  
инженерной физики

\_\_\_\_\_ М.М. Чернявский  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2026 г.

**СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ**

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Ю.В. Трубников

Заместитель руководитель темы,  
старший преподаватель кафедры  
инженерной физики

М.М. Чернявский  
(введение, все разделы,  
заключение)

Нормоконтроль

Т.В. Харкевич

## РЕФЕРАТ

Отчет 80 с., 1 кн., 40 источн., 3 рис., 1 приложение.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПОЛИНОМЫ, ЧЕБЫШЕВСКИЕ  
ПРИБЛИЖЕНИЯ, АПРОКСИМАЦИЯ, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ,  
КРАТНЫЙ КОРЕНЬ, РЕЗУЛЬТАНТ, КОМПОЗИЦИЯ ПОЛИНОМОВ

Объектом исследования являются аппроксимация функций экстремальными полиномами и алгоритмы нахождения решений алгебраических уравнений в символьном виде.

Предметы исследования – метод аппроксимации функций экстремальными в чебышевской метрике полиномами, основанный на субдифференциальных конструкциях, и современные алгоритмы анализа корней алгебраических уравнений.

Цель работы – развитие направления конструирования экстремальных полиномов на комплексной плоскости и теории символьного решения алгебраических уравнений для применения в математической модели взаимодействия многих гравитирующих тел и иных задачах теоретической физики.

Получен явный вид экстремальных полиномов с седьмой по одиннадцатую степень включительно, наименее уклоняющихся от нуля на квадрате комплексной плоскости с центром в нуле.

Доказана аналитическая связь между структурами определителей Адамара, составленных из коэффициентов рядов Тейлора и Лорана функции  $P'(z)/P(z)$ , и Вандермонда, составленных из корней полинома  $P(z)$ , что позволило разработать новый приближенный метод вычисления корней полинома, не требующий предварительной локализации корней.

Развит метод вычисления общего кратного корня двух полиномов и построения точных формул, выражающих значение кратного корня полинома в виде рациональной функции от коэффициентов.

Исследованы все случаи представления полиномов восьмой, десятой и двенадцатой степеней в виде композиции полиномов меньших степеней; для каждого случая композиционного представления получены необходимые и достаточные условия наличия композиции и формулы вычисления коэффициентов полиномов, из которых эта композиция составлена.

Результаты работы представляют интерес для специалистов в области прикладной математики и теоретической физики, имеют как теоретическое, так и практическое значение; внедрены в учебный процесс кафедры математики и кафедры инженерной физики ВГУ имени П.М. Машерова.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
1 Экстремальные в чебышевской метрике полиномы высоких степеней, заданные на квадрате комплексной плоскости .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
1.1 Построение полиномов восьмой и девятой степеней, наименее уклоняющихся от нуля на квадрате комплексной плоскости .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
1.2 Построение полиномов десятой и одиннадцатой степеней, наименее уклоняющихся от нуля на квадрате комплексной плоскости .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
1.3 Исследование возможности построения экстремальных полиномов двенадцатой и тринадцатой степеней....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
2 Метод типа Бернулли – Эйлера – Лагранжа – Эйткена нахождения корней полиномов .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
3 Исследование структур частных производных от некоторых результатов многочленов .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
3.1 Предварительные сведения о результатах .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
3.2 Вычисление общего кратного корня двух полиномов .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
3.3 Случай наличия одного кратного корня кратности $k$	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
3.4 Вычисление кратного корня при наличии других корней меньшей кратности .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
4 Исследование алгебраических полиномов высоких степеней, являющихся композициями полиномов меньших степеней .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>

4.1 Декомпозиция полинома восьмой степени на полиномы меньших степеней .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
4.2 Декомпозиция полинома десятой степени на полиномы пятой и второй степеней .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
4.3 Композиционное представление полинома двенадцатой степени .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	5
ПРИЛОЖЕНИЕ А .....	12

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дзядык, В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В. К. Дзядык. – М. : Наука, 1977. – 512 с.
2. Трубников, Ю. В. Экстремальные конструкции в негладком анализе и операторные уравнения с аккретивными нелинейностями / Ю. В. Трубников. – М. : Астропресс-XXI, 2002. – 256 с.
3. Трубников, Ю. В. О численно-аналитическом методе построения экстремальных полиномов комплексного аргумента / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2023. – Т. 59, № 1. – С. 18–36. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-1-18-36>
4. Красносельский, М. А. Позитивные линейные системы / М. А. Красносельский, Е. А. Лифшиц, А. В. Соболев. – М. : Наука, 1985. – 255 с.
5. Приближенное решение операторных уравнений / М. А. Красносельский [и др.]. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. – 455 с.
6. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика / В. И. Лебедев. – М. : Физматлит, 2000. – 296 с.
7. Пашковский, С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева / С. Пашковский ; пер. с польского С. Н. Киро. – М. : Наука, 1983. – 384 с.
8. Коллатц, Л. Теория приближений / Л. Коллатц, В. Крабс. – М. : Мир, 1969. – 447 с.
9. Трубников, Ю. В. О приближенных и точных полиномах типа Чебышева в комплексной области / Ю. В. Трубников // Таврический вестник информатики и математики. – 2003. – № 2. – С. 45–56.
10. Чернявский, М. М. О численном методе нахождения экстремального полинома седьмой степени, определенного на квадрате комплексной

плоскости / М. М. Чернявский, Ю. В. Трубников // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 74-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февр. 2022 г. / Витеб. гос. ун-т; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. – С. 50–52.

11. Трубников, Ю. В. Отличительные особенности свойств экстремальных полиномов действительного и комплексного аргумента / Ю. В. Трубников, М.М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 74-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февр. 2022 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. – С. 48–50.

12. Трубников, Ю. В. Экстремальные полиномы комплексного аргумента высоких степеней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // XX Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2022) : матер. Междунар. науч. конф., Новополоцк, 31 мая – 3 июня 2022 г. : в 2 ч. – Часть 2. – Новополоцк : Полоцкий государственный университет, 2022. – С. 101–103.

13. Лебедев, А. В. О методе Бернулли – Эйлера – Лагранжа – Эйткена вычисления корней полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 5. – С. 359–365. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-5-359-365>

14. Лебедев, А. В. Об определителях Адамара и Вандермонда и методе Бернулли–Эйлера–Лагранжа–Эйткена вычисления корней полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математические заметки. – 2024. – Т. 116, вып. 1. – С. 91–108. <https://doi.org/10.4213/mzm14296>.

15. Lebedev, A. V. On the Hadamard and Vandermonde Determinants and the Bernoulli–Euler–Lagrange–Aitken Method for Calculating the Roots of Polynomials / A. V. Lebedev, Yu. V. Trubnikov, M. M. Chernyavsky //

Mathematical Notes. – 2024. – Vol. 116, № 11. – P. 77–92.  
<https://doi.org/10.1134/S0001434624070071>

16. Эйлер, Л. Введение в анализ бесконечных : в 2 т. / Л. Эйлер ; пер. с лат. Е.Л. Пацановского. – 2-е изд. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961. – Т. 1. – 315 с.

17. Чернявский, М. М. Анализ алгоритмов построения точных формул для кратных корней полинома на примере алгебраического уравнения пятой степени / М. М. Чернявский, Н. С. Грицкевич // XV Машеровские чтения : материалы междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 22 окт. 2021 г. : в 2 т. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2021. – Т. 1. – С. 38–41.

18. Трубников, Ю. В. Об одном алгоритме нахождения кратных корней полинома седьмой степени / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов IX Междунар. науч. конф., посвящ. 85-летию профессора В. И. Потапова, Омск, 19 нояб. 2021 г. / отв. за вып. И. П. Бесценный. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2021. – С. 27–29. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/34065> (дата обращения: 01.12.2025).

19. Трубников, Ю. В. Анализ структур частных производных от результатов многочленов как источник получения точных формул для кратных корней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // XIII Белорусская математическая конференция : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 22–25 нояб. 2021 г. : в 2 ч. / сост. В. В. Лепин ; Национальная академия наук Беларуси, Институт математики, Белорусский государственный университет. – Минск : Беларуская навука, 2021. – Ч. 1. – С. 14–15.

20. Трубников, Ю. В. Свойства структур частных производных от результата многочлена со своей производной при наличии кратных корней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов X Междунар. науч. конф. (Омск, 10 февр.

2023 г.) / отв. за вып. И. П. Бесценный. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2023. – С. 42–44.

21. Трубников, Ю. В. О структурах частных производных высоких порядков от результата многочлена с первой производной при наличии кратных корней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 75 Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 3 марта 2023 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2023. – С. 61–64.

22. Чернявский, М. М. Актуальные алгоритмы построения точных формул для кратных корней полиномов / М. М. Чернявский // Второй Республиканский форум молодых ученых учреждений высшего образования Республики Беларусь : сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: В. М. Пашкевич (общ. ред.) [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2023. – С. 202–203.

23. Грицкевич, Н. С. Исследование границ применимости рациональных формул для вычисления корня кратности 3 полинома произвольной степени / Н. С. Грицкевич, Д. А. Китаров // XVII Машеровские чтения : матер. Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 20 окт. 2023 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2023. – Т. 1. – С. 10–12.

24. Лебедев, А. В. Дифференцирование результатов и общие кратные корни полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2024. – Т. 68, № 4. – С. 282–287.  
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2024-68-4-282-287>

25. Chernyavsky, M. M. Differentiation of resultants and common roots of pairs of polynomials [Electronic resource] / M. M. Chernyavsky, A. V. Lebedev, Yu. V. Trubnikov // arXiv > math > arXiv:2404.08550. – 2024. – URL: <https://arxiv.org/abs/2404.08550> (access date: 01.12.2025).

26. Трубников, Ю. В. Сравнение и развитие современных подходов к получению рациональных формул для кратных корней полиномов / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 76-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 1 марта 2024 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2024. – С. 50–53.

27. Трубников, Ю. В. О получении рациональных формул для кратных корней полиномов без использования конструкций результатов / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов XI Междунар. науч. конф., посвящ. памяти В. А. Романькова, Омск, 15 марта 2024 г. / отв. за вып. И. П. Бесценный. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2024. – С. 30–32.

28. Чернявский, М. М. Актуальные алгоритмы построения точных формул для кратных корней полиномов / М. М. Чернявский // Второй Республиканский форум молодых ученых учреждений высшего образования Республики Беларусь : сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: В. М. Пашкевич (общ. ред.) [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2023. – С. 202–203.

29. Чернявский, М. М. Производные результатов и общие кратные корни пар полиномов / М. М. Чернявский // XIV Белорусская математическая конференция, посвящ. 65-летию Института математики НАН Беларуси : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 28 окт. – 1 нояб. 2024 г. : в 3 ч. – Минск : Белоруская навука, 2024. – Ч. 1. – С. 37–39.

30. Чернявский, М. М. Рациональные выражения для кратных корней полиномов / М. М. Чернявский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2025. – Т. 69, № 2. – С. 95–100. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2025-69-2-95-100>

31. Прасолов, В. В. Многочлены / В. В. Прасолов. – 4-е изд., испр. – М. : МЦНМО, 2014. – 336 с.

32. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник / А. Г. Курош. – 19-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2013. – 432 с.

33. Gelfand, I. M. Discriminants, Resultants, and Multidimensional Determinants / I. M. Gelfand, M. M. Kapranov, A. V. Zelevinsky. – Boston : Birkhäuser, 1994. – 528 p.

34. Kozen, D. Polynomial Decomposition Algorithms / D. Kozen, S. Landau // Journal of Symbolic Computation. – 1989. – Vol. 7, № 5. – P. 445–456.

35. Перминова, М. Ю. Алгоритм декомпозиции полиномов, основанный на разбиениях / М. Ю. Перминова, В. В. Кручинин, Д. В. Кручинин // Доклады ТУСУРа. – 2015. – № 4(38). – С. 102–107.

36. Трубников, Ю. В. Об условиях представимости полиномов четвертой и шестой степени в виде суперпозиции полиномов второй и третьей степени / Ю. В. Трубников, В. В. Юргелас // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2019. – № 1(102). – С. 17–24.

37. Грицкевич, Н. С. Декомпозиция полиномов восьмой степени на полиномы второй и четвертой степеней / Н. С. Грицкевич, Д. А. Китаров // XVI Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 21 окт. 2022 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2022. – Т. 1. – С. 15–16.

38. Чернявский, М. М. Аналитические условия представимости полинома восьмой степени в виде композиции полиномов меньших степеней / М. М. Чернявский, Н. С. Грицкевич // XVI Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 21 окт. 2022 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2022. – Т. 1. – С. 48–51.

39. Чернявский, М. М. Условия декомпозиции полинома двенадцатой степени на полиномы четвертой и третьей степеней / М.М. Чернявский, Д. А. Китаров // XVIII Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 25

окт. 2024 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2024. – Т. 1. – С. 60–62.

40. Трубников, Ю. В. О представимости полинома двенадцатой степени в виде композиции трех полиномов меньших степеней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 77-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 28 февр. 2025 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2025. – С. 49–51.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Перечень публикаций исполнителей НИР за 2021–2025 годы

Статьи в изданиях из перечня ВАК Республики Беларусь  
и зарубежных изданиях

1. Чернявский, М. М. Модификация формул Эйткена и алгоритмы аналитического нахождения кратных корней полиномов / М. М. Чернявский, Ю. В. Трубников // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2021. – № 1(110). – С. 13–25.
2. Подоксёнов, М. Н. Инвариантные подпространства однопараметрической группы подобий пространства Минковского / М. Н. Подоксёнов, Е. А. Иванова // Математические структуры и моделирование. – 2021. – № 1(57). – С. 41–45.
3. Трубников, Ю. В. О неполной факторизации полиномов / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский, В. В. Юргелас // Вестник Воронежского государственного университета. Сер.: Физика. Математика – 2021. – № 2. – С. 86–94.
4. Гуц, А. К. Четырёхмерные самоподобные однородные многообразия группы Ли  $NS \times R^+$  / А. К. Гуц, М. Н. Подоксёнов // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя П.М. Машэрава. – 2022. – № 1(114). – С. 5–10.
5. Подоксёнов, М. Н. Максимальная группа изометрий лоренцевой группы Ли  $A^+(1) \times A^+(1)$  / М. Н. Подоксёнов, Я. В. Горовая // Математические структуры и моделирование. – 2022. – № 2(62). – С. 154–162.
6. Трубников, Ю. В. О численно-аналитическом методе построения экстремальных полиномов комплексного аргумента / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2023. – Т. 59, № 1. – С. 18–36. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-1-18-36>
7. Лебедев, А. В. О методе Бернулли – Эйлера – Лагранжа – Эйткена вычисления корней полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников,

М. М. Чернявский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2023. – Т. 67, № 5. – С. 359–365. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2023-67-5-359-365>

8. Лебедев, А. В. Об определителях Адамара и Вандермонда и методе Бернулли–Эйлера–Лагранжа–Эйткена вычисления корней полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математические заметки. – 2024. – Т. 116, вып. 1. – С. 91–108. <https://doi.org/10.4213/mzm14296>

9. Lebedev, A. V. On the Hadamard and Vandermonde Determinants and the Bernoulli–Euler–Lagrange–Aitken Method for Calculating the Roots of Polynomials / A. V. Lebedev, Yu. V. Trubnikov, M. M. Chernyavsky // Mathematical Notes. – 2024. – Vol. 116, № 11. – P. 77–92. <https://doi.org/10.1134/S0001434624070071>

10. Лебедев, А. В. Дифференцирование результатов и общие кратные корни полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2024. – Т. 68, № 4. – С. 282–287. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2024-68-4-282-287>

11. Чернявский, М. М. Анализ корней триномиальных полиномов / М. М. Чернявский // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. фіз.-мат. навук. – 2024. – Т. 60, № 4. – С. 280–294. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2024-60-4-280-294>

12. Чернявский, М. М. Рациональные выражения для кратных корней полиномов / М. М. Чернявский // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2025. – Т. 69, № 2. – С. 95–100. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2025-69-2-95-100>

### **Публикации в сборниках материалов научных и научно-практических конференций**

1. Подоксёнов, М. Н. Автоизометрии четырехмерной алгебры Ли IV типа Бианки / М. Н. Подоксёнов, А. К. Гуц // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 73-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 11 марта

2021 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 48–50.

2. Трубников, Ю. В. Об одном способе нахождения кратных корней алгебраического уравнения пятой степени / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 73-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 11 марта 2021 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 55–57.

3. Чернявский, М. М. Модификация формул Бернулли – Эйткена для приближенного нахождения корней алгебраических уравнений / М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 73-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 11 марта 2021 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 59–61.

4. Иванова, Е. А. Автоморфизмы четырехмерной алгебры Ли IV типа Бианки / Е. А. Иванова // Молодость. Интеллект. Инициатива : материалы IX Междунар. науч.-практ. конф. студентов и магистрантов, Витебск, 23 апр. 2021 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 15–17.

5. Ivanova, E. A. Invariant subspaces of the one-parametric group of similarities of the Minkowski space / E. A. Ivanova // Молодость. Интеллект. Инициатива : материалы IX Междунар. науч.-практ. конф. студентов и магистрантов, Витебск, 23 апр. 2021 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 17–18.

6. Морозов, И. В. О численно-аналитическом методе нахождения точек альтернанса / И. В. Морозов // Молодость. Интеллект. Инициатива : материалы IX Междунар. науч.-практ. конф. студентов и магистрантов,

Витебск, 23 апр. 2021 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2021. – С. 26–27.

7. Чернявский, М. М. Анализ алгоритмов построения точных формул для кратных корней полинома на примере алгебраического уравнения пятой степени / М. М. Чернявский, Н. С. Грицкевич // XV Машеровские чтения : материалы междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 22 окт. 2021 г. : в 2 т. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2021. – Т. 1. – С. 38–41.

8. Трубников, Ю. В. Об одном алгоритме нахождения кратных корней полинома седьмой степени / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов IX Междунар. науч. конф., посвящ. 85-летию профессора В. И. Потапова, Омск, 19 нояб. 2021 г. / отв. за вып. И. П. Бесценный. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2021. – С. 27–29.

9. Трубников, Ю. В. Анализ структур частных производных от результатов многочленов как источник получения точных формул для кратных корней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // XIII Белорусская математическая конференция : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 22–25 нояб. 2021 г. : в 2 ч. / сост. В. В. Лепин ; Национальная академия наук Беларуси, Институт математики, Белорусский государственный университет. – Минск : Беларуская навука, 2021. – Ч. 1. – С. 14–15.

10. Подоксёнов, М. Н. К-потенты группы унитарных автоморфизмов метабелевой алгебры Ли / М. Н. Подоксёнов, А. Н. Кабанов // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 74-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февр. 2022 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2022. – С. 38.

11. Трубников, Ю. В. Отличительные особенности свойств экстремальных полиномов действительного и комплексного аргумента / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству,

экономике : материалы 74-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февр. 2022 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. – С. 48–50.

12. Чернявский, М. М. О численном методе нахождения экстремального полинома седьмой степени, определенного на квадрате комплексной плоскости / М. М. Чернявский, Ю. В. Трубников // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 74-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февр. 2022 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. – С. 50–52.

13. Грицкевич, Н. С. О построении и использовании формул приближенного выражения всех корней алгебраического уравнения через коэффициенты / Н. С. Грицкевич, Д. А. Китаров // Молодость. Интеллект. Инициатива : материалы X Междунар. науч.-практ. конф. студентов и магистрантов, Витебск, 22 апр. 2022 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. – С. 12–13.

14. Чернявский, М. М. Исследование модифицированного метода Бернулли – Эйткена – Никипорца / М. М. Чернявский // I Республиканский форум молодых ученых учреждений высшего образования : сб. материалов форума / редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БНТУ, 2022. – С. 81–83.

15. Трубников, Ю. В. Экстремальные полиномы комплексного аргумента высоких степеней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // XX Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2022) : материалы Междунар. науч. конф., Новополоцк, 31 мая – 3 июня 2022 г. : в 2 ч. – Часть 2. – Новополоцк : ПГУ, 2022. – С. 101–103.

16. Никитин, А. И. Принцип сравнения решений начально-краевой задачи для системы полулинейных параболических уравнений с нелинейными

нелокальными граничными условиями Неймана / А. И. Никитин, Д. А. Булыно // *Advances in Science and Technology* : сб. ст. XLVI междунар. науч.-практ. конф., Москва, 31 июля 2022 года. – Москва ООО «Актуальность.РФ», 2022. – С. 128–129.

17. Булыно, Д. А. Глобальное существование решений начально-краевой задачи для системы полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями / Д. А. Булыно // XVI Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 21 окт. 2022 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2022. – Т. 1. – С. 14–15.

18. Грицкевич, Н. С. Декомпозиция полиномов восьмой степени на полиномы второй и четвертой степеней / Н. С. Грицкевич, Д. А. Китаров // XVI Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 21 окт. 2022 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2022. – Т. 1. – С. 15–16.

19. Чернявский, М. М. Аналитические условия представимости полинома восьмой степени в виде композиции полиномов меньших степеней / М. М. Чернявский, Н. С. Грицкевич // XVI Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 21 окт. 2022 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2022. – Т. 1. – С. 48–51.

20. Трубников, Ю. В. Свойства структур частных производных от результата многочлена со своей производной при наличии кратных корней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов X Междунар. науч. конф. (Омск, 10 февр. 2023 г.) / отв. за вып. И. П. Бесценный. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2023. – С. 42–44.

21. Трубников, Ю. В. О структурах частных производных высоких порядков от результата многочлена с первой производной при наличии

кратных корней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 75 Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 3 марта 2023 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2023. – С. 61–64.

22. Чернявский, М. М. Актуальные алгоритмы построения точных формул для кратных корней полиномов / М. М. Чернявский // Второй Республиканский форум молодых ученых учреждений высшего образования Республики Беларусь: сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: В. М. Пашкевич (общ. ред.) [и др.]. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2023. – С. 202–203.

23. Грицкевич, Н. С. Исследование границ применимости рациональных формул для вычисления корня кратности 3 полинома произвольной степени / Н. С. Грицкевич, Д. А. Китаров // XVII Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 20 окт. 2023 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2023. – Т. 1. – С. 10–12.

24. Трубников, Ю. В. Сравнение и развитие современных подходов к получению рациональных формул для кратных корней полиномов / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 76-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 1 марта 2024 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2024. – С. 50–53.

25. Трубников, Ю. В. О получении рациональных формул для кратных корней полиномов без использования конструкций результатов / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов XI Междунар. науч. конф., посвящ. памяти В. А. Романькова, Омск, 15 марта 2024 г. / отв. за вып. И.П. Бесценный. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2024. – С. 30–32.

26. Никитин, А. И. Единственность решения начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями / А. И. Никитин, Д. А. Булыно // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов XI Междунар. науч. конф., посвященной памяти В. А. Романькова, Омск, 15 марта 2024 г. – Омск : Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, 2024. – С. 70–71.

27. Булыно, Д. А. Неединственность решений начально-краевой задачи для системы полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями / Д. А. Булыно // Молодость. Интеллект. Инициатива : материалы XII Международной науч.-практ. конф. студентов и магистрантов, Витебск, 26 апр. 2024 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2024. – С. 21–22.

28. Чернявский, М. М. Условия декомпозиции полинома двенадцатой степени на полиномы четвертой и третьей степеней / М. М. Чернявский, Д. А. Китаров // XVIII Машеровские чтения : материалы Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 25 окт. 2024 г. : в 2 т. / ВГУ имени П.М. Машерова ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2024. – Т. 1. – С. 60–62.

29. Лебедев, А. В. Об определителях Адамара и Вандермонда и методе Бернулли – Эйлера – Лагранжа – Эйткена вычисления корней полиномов / А. В. Лебедев, Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // XIV Белорусская математическая конференция, посвящ. 65-летию Института математики НАН Беларуси : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 28 окт. – 1 нояб. 2024 г. : в 3 ч. – Минск : Беларуская навука, 2024. – Ч. 1. – С. 66–67.

30. Чернявский, М. М. Производные результатов и общие кратные корни пар полиномов / М. М. Чернявский // XIV Белорусская математическая конференция, посвящ. 65-летию Института математики НАН Беларуси : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 28 окт. – 1 нояб. 2024 г. : в 3 ч. – Минск : Беларуская навука, 2024. – Ч. 1. – С. 37–39.

31. Трубников, Ю. В. О представимости полинома двенадцатой степени в виде композиции трех полиномов меньших степеней / Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 77-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 28 февр. 2025 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2025. – С. 49–51.

32. Чернявский, М. М. Рациональные выражения для корня кратности 4 полинома шестой степени / М. М. Чернявский, Д. А. Китаров // Молодежь XXI века: образование, наука, инновации : материалы XII Междунар. конф. аспирантов и молодых ученых, Витебск, 5 дек. 2025 г. : в 2 т. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е. Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2025. – Т. 1. – С. 39–42.

### Препринты

1. Chernyavskij, M. M. Hadamard and Vandermonde determinants and Bernoulli – Euler – Lagrange – Aitken – Nikiporets type numerical method for roots of polynomials [Electronic resource] / M. M. Chernyavskij, A. V. Lebedev, Yu. V. Trubnikov // arXiv > math > arXiv:2303.13142. – 2023. – URL: <https://arxiv.org/abs/2303.13142> (access date: 01.12.2025).

2. Chernyavsky, M. M. Differentiation of resultants and common roots of pairs of polynomials [Electronic resource] / M. M. Chernyavsky, A. V. Lebedev, Yu. V. Trubnikov // arXiv > math > arXiv:2404.08550. – 2024. – URL: <https://arxiv.org/abs/2404.08550> (access date: 01.12.2025).