О ПРОИЗВЕДЕНИИ σ-ЛОКАЛЬНОГО МНОЖЕСТВА ФИТТИНГА И σ-ЛОКАЛЬНОГО КЛАССА ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьёв, Д.А. Китаров, С.Н. Воробьёв
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. В терминологии и обозначениях следуем [1]. Классом Фиттинга называют класс групп F, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных F-подгрупп. Известно, что произведение множества Фиттинга группы и класса Фиттинга – множество Фиттинга [2]. Пусть σ-некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, т.е. $\sigma = \{\sigma_i : i \in I\}$, $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$ и $\mathbb{P} = \bigcup_{i \in I} \sigma_i$. В связи с этим *актуальна задача о том, является ли произведение* σ*-локального множества Фиттинга* $\mathcal{F}$ *группы* G *и* σ*-локального класса Фиттинга* X *является* σ*-локальным множеством Фиттинга* G. Решение указанной задачи – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. Напомним, что непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называется множеством Фиттинга группы G [1], если выполняются следующие условия:

(1) если $T \trianglelefteq\trianglelefteq S \in \mathcal{F}$, то $T \in \mathcal{F}$;

(2) если $S, T \in \mathcal{F}$ и $S, T \trianglelefteq ST$, то $ST \in \mathcal{F}$;

(3) если $S \in \mathcal{F}$ и $x \in G$, то $S^x \in \mathcal{F}$.

Если $\mathcal{F}$ – непустое множество Фиттинга группы G, то для любой группы G существует наибольшая из нормальных $\mathcal{F}$-подгрупп G. Ее называют $\mathcal{F}$-радикалом G и обозначают $G_{\mathcal{F}}$.

Пусть $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и X – класс Фиттинга. Множество $\mathcal{F} \odot X = (H \leq G : H/H_{\mathcal{F}} \in X)$ подгрупп группы G называется произведением множества Фиттинга группы G и класса Фиттинга. В работе [2] было доказано, что произведение $\mathcal{F} \odot X$ является множеством Фиттинга группы G.

Классом Фиттинга [1] называют класс групп F, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных F-подгрупп.

Результаты и их обсуждение. В работах А.Н. Скибы [3-5] был предложен σ-метод исследования групп и их классов при помощи разбиения множества простых чисел σ. Основополагающие результаты по развитию и применению этого метода в теории локальных классов Фиттинга полученые Н.Т. Воробьевым, Го Вэньбинем и Ли Жангом [6] были расширены на случай так называемых σ-локальных классов Фиттинга (см. теорема 1.2 [6]). Пусть σ-некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, т.е.
$\sigma = \{\sigma_i : i \in I\}$, где $\mathbb{P} = \bigcup_{i \in I} \sigma_i, \sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$, для всех $i \neq j$; $\sigma(n) = \{\sigma_i : \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. Если X – класс групп, то $\sigma(X) = \bigcup_{G \in X} \sigma(G)$. Назовем любую функции f вида $f : \sigma \longrightarrow \{$классы Фиттинга$\}$ σ-функцией Хартли или просто H_σ-функцией. Пусть $P = \mathrm{Supp}(f) = \{\sigma_i : f(\sigma_i) \neq \emptyset\}$ – носитель H_σ-функции f. Тогда $LR_\sigma(f) = E_P \cap (\cap_{\sigma_i \in P} f(\sigma_i) E_{\sigma_i} E_{\sigma'_i})$ это класс Фиттинга.

Определение 1[6]. Класс Фиттинга F называется σ-локальным, если существует H_s-функция f такая, что $F = LR_s(f)$.

Аналогично введем определение σ-локального множества Фиттинга.

Всякое отображение вида f: $\sigma \rightarrow \{$множества Фиттинга группы $G\}$ называется σ-функцией Хартли (или кратко H_σ-функцией) группы G. Если f – H_σ-функция, то символом Supp(f) обозначают носитель f, т. е. множество всех σ_i таких, что $f(\sigma_i) \neq \emptyset$.

Пусть $LFS_\sigma(f) = \{S \le G$: $S = 1$ или $S \neq 1$ и $S^{E_{\sigma_i}E_{\sigma'_i}} \in f(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \sigma(S)\}$, где E_{σ_i} и $E_{\sigma'_i}$ – класс всех σ_i-групп и всех σ'_i-групп соответственно, символом $S^{E_{\sigma_i}E_{\sigma'_i}}$ обозначен $E_{\sigma_i}E_{\sigma'_i}$-корадикал группы S – наименьшая нормальная подгруппа S, фактор-группа по которой σ_i-замкнута.

Определение 2[7]. *Множество Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G называется σ-локальным, если $\mathcal{F} = LFS_\sigma(f)$ для некоторой H_σ-функции f.*

В случае, если $\sigma = \sigma^1 = \{\{2\},\{3\},\{5\},...\}$, то $\mathcal{F}$ называют локальным множеством Фиттинга G.

Основным результатом работы является следующая

Теорема. *Если $\mathcal{F}$ – σ-локальное множество Фиттинга группы G и $\mathfrak{X}$ – σ-локальный класс Фиттинга, то произведение $\mathcal{F} \odot \mathfrak{X}$ является σ-локальным множеством Фиттинга группы G.*

Заключение. В работе описывается новый метод построения σ-локального множества Фиттинга конечной группы посредством произведения σ-локального множества Фиттинга и σ-локального класса Фиттинга.

1. Doerk, K. Finite Solube Groups / K. Doerk, T.O. Hawkes // De Gruyter Exp. In Math. – Vol. 4. – Berlin – New York, 1992.– P. 891.
2. Vorob’ev, N.T. On F-injectors of Fitting set of a finite group / N.T. Vorob’ev, Nanying Yang, W. Guo // Com. in Algebra. – 2018. – Vol. 46, № 1. – P. 217–229.
3. Skiba, A.N. On σ-properties of Finite groups I / A.N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2014. – № 4 (21). – P. 89–96.
4. Skiba, A.N. On σ-properties of Finite groups II / A.N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2015. – № 3 (24). – P. 70–83.
5. Чжан Чи. О Σ_τ^σ-замкнутых классах конечных групп / Чжан Чи, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2018. – Т. 70, № 12. – С. 1707–1716.
6. Wenbin G. On σ-local Fitting classes / Wenbin Guo, Li Zhang, N.T. Vorob’ev // J. Algebra. – 2020. – Vol. 542 – p.116–129.
7. Караулова, Т. Б. Сигма-локальные множества Фиттинга и Сигма-множества Хартли / Т. Б. Караулова, Н. Т. Воробьев // Наука - образованию, производству, экономике : материалы 77-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 28 февраля 2025 г. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2025. – С. 38-39.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА КОНТИНГЕНТА СТУДЕНТОВ НА ФАКУЛЬТЕТЕ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ВГУ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА

Е.Н. Залесская, Е.А. Капорикова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В условиях цифровой трансформации образования и повышения требований к эффективности управления вузом анализ данных о контингенте студентов становится ключевым инструментом принятия решений. Специфика факультета математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова напрямую связана с обработкой данных, выявлением влияющих факторов и поиском оптимальных решений, поэтому применение современных информационных технологий для анализа данных о контингенте студентов весьма актуально.

Процесс может быть существенно оптимизирован за счет применения специализированных инструментов: от универсальных табличных процессоров до мощных программ статистического анализа и платформ искусственного интеллекта. В данной статье рассматриваются преимущества и недостатки применения Microsoft Excel, платформы Loginom и современных ИИ-платформ для анализа показателей факультета.

Материал и методы. В исследовании использованы данные о поступлении студентов факультета математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова специальностей «Управление информационными ресурсами», «Инфор-