

ванной методики оцифровки для различных типов материалов, масштабирование процесса на всю коллекцию кафедры ДПИ и ТГ, интеграция созданных 3D-моделей в интерактивные онлайн-платформы и VR/AR-приложения, а также использование коллекции цифровых двойников в качестве уникального материала для междисциплинарных учебных курсов по информационным технологиям, дизайну, искусствоведению и музыкальному делу.

Таким образом, проект выступает примером успешного сочетания гуманитарного знания и цифровых технологий, закладывая основу для современной цифровой экосистемы, обеспечивающей сохранение, исследование и актуализацию культурного наследия в новом, цифровом формате.

1. Проект «3D-печать в искусстве» – новые горизонты для творчества : [сайт]. – URL: <https://clck.ru/3Qibvs> (дата обращения: 07.12.2022). – Текст : электронный.
2. Мамонтова, М. С. Практика оцифровки музеиных фондов (на примере музеев г. Йошкар-Олы) // Международный научный журнал «Инновационная наука». – 2016. – № 3. – С. 173-175.
3. Юмашева, Ю. Ю. Информационные технологии в научно-исследовательской деятельности музеев: от электронных каталогов к методам искусственного интеллекта / Ю. Ю. Юмашева, Д. Ю. Гук // Историческая информатика. – 2022. – № 3. – С. 144-155. – DOI: 10.7256/2585-7797.2022.3.38813. – Текст : электронный. – EDN: CJEDOV. – URL: https://nbppublish.com/library_read_article.php?id=38813 (дата обращения: 07.12.2022).

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ П-ЗАМКНУТОСТИ ГРУПП ПОСРЕДСТВОМ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ GAP

E.A. Витъко
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Система компьютерной алгебры GAP содержит библиотеку групп малых порядков, что позволяет использовать эту систему в теории конечных групп. Применение GAP для исследования свойств конечных групп описано в работах Вдовина и Зенкова [1], Грицука [2], Залесской и Дрозд [3; 4], Меховица и Столяренко [5]. Цель настоящей работы – разработать функцию в системе компьютерной алгебры GAP для определения, является ли заданная конечная группа П-замкнутой.

Материал и методы. В работе используются методы абстрактной теории групп, а также методы системы компьютерной алгебры GAP.

Результаты и их обсуждение. В определениях и обозначениях мы следуем [6; 7].

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Обозначим $\pi(n)$ – множество всех простых делителей натурального числа n , $\pi(G) = \pi(|G|)$ – множество всех простых делителей порядка группы G . Пусть σ – некоторое разбиение множества всех простых чисел \mathbb{P} , т.е. $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$, где $\mathbb{P} = \bigcup_{i \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$. Пусть Π – некоторое подмножество множества σ и $\Pi' = \sigma \setminus \Pi$. Пусть $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$, $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. Если $\sigma(n) \subseteq \Pi$, то натуральное число n называют Π -числом. Подгруппа H называется холловой Π -подгруппой группы G , если $|H|$ есть Π -число, а индекс $|G : H|$ есть Π' -число. Группа G называется П-замкнутой, если G имеет нормальную холлову Π -подгруппу.

Опишем функцию в системе GAP, которая проверяет является ли заданная конечная группа П-замкнутой. Будем использовать следующие функции системы GAP: PrimeDivisors(n) – множество простых делителей числа n ; Combinations(σ) – множество всех сочетаний, составленных из элементов списка σ ; SmallGroup(n, m) – группа порядка n с номером m в каталоге групп GAP, HallSubgroup(G, Π) – холлова Π -подгруппа группы G , IsNormal(G, H) – проверяет является ли подгруппа H нормальной в группе G .

мальной подгруппой группы G , `StructureDescription(G)` – описывает структуру группы G в обозначениях системы GAP. Приведем программный код функции

```
IsPiClosed:=function(n,m)
local G, setPi, sigma, Pi, H;
G:=SmallGroup(n, m);
sigma:=PrimeDivisors(n);
setPi:=Combinations(sigma);
for Pi in setPi do
  if not IsEmpty(Pi) then
    if HallSubgroup(G,Pi) <> fail then
      H:=HallSubgroup(G,Pi);
      if IsNormal(G,H) then
        Print(StructureDescription(G), " is Pi-closed for Pi=",Pi,"\\n");
      fi;
    fi;
  od;
end;
```

Применим описанную функцию для группы $G = C_{77} \times A_5$, где C_{77} – циклическая группа порядка 77, A_5 – знакопеременная группа степени 5.

```
gap> IsPiClosed(4620,139);
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 2, 3, 5 ]
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 2, 3, 5, 7 ]
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 2, 3, 5, 7, 11 ]
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 2, 3, 5, 11 ]
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 7 ]
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 7, 11 ]
C77 x A5 is Pi-closed for Pi=[ 11 ]
```

Заключение. Описана функция в системе GAP для проверки, является ли заданная группа Π -замкнутой.

1. Вдовин, Е.П. О пересечениях разрешимых холловых подгрупп в конечных группах / Е.П. Вдовин, В.И. Зенков // Труды Института математики и механики УрО РАН. – 2009. – Т. 15, № 2. – С. 74–83.
2. Грицук, Д.В. Построение в системе компьютерной алгебры GAP групп фиксированной производной π -длины / Д.В. Грицук // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя 4. Фізіка. Матэматыка. – 2020. – № 1. – С. 59–64.
3. Залесская, Е.Н. Применение системы компьютерной алгебры GAP в теории конечных групп / Е.Н. Залесская, Е.М. Дрозд // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 72-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, науч. сотрудников и аспирантов, Витебск, 20 февраля 2020 г. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2020. – С. 16–18. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/20789> (дата обращения: 21.12.2025).
4. Залесская, Е.Н. Использование системы компьютерной алгебры GAP при решении задач теории классов групп / Е.Н. Залесская, Е.М. Дрозд // Наука – образованию, производству, экономике : материалы 73-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, науч. сотрудников и аспирантов, Витебск, 11 марта 2021 г. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 31–32. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/26860> (дата обращения: 21.12.2025).
5. Мехович, А.П. Об использовании системы компьютерной алгебры GAP при исследовании свойств решеток подгрупп / А.П. Мехович, А.Ю. Столяренко // Наука – образованию, производству, экономике [Электронный ресурс] : материалы 76-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 1 марта 2024 г. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2024. – С. 39–40. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/42144> (дата обращения: 21.12.2025).
6. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
7. Чжан, Чи. О Σ^{σ} -замкнутых классах конечных групп / Чжан Чи, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2018. – Т. 70, № 12. – С. 1707–1716.