

О минимальных τ -замкнутых ω -локальных не π -разложимых формациях

В.М. Селькин

Учреждение образования «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»

Пусть Θ – некоторая непустая совокупность формаций. Формации принадлежащие Θ называются Θ -формациями. Θ -формация F называется H_Θ -критической формацией [1], или минимальной не H_Θ -формацией [2], если $F \not\subseteq H$, но в классе групп H содержится всякая собственная Θ -подформация из F . Если Θ -формации F и H такие, что $F \not\subseteq H$, тогда, в большинстве случаев, можно показать, что F содержит, по крайней мере, одну H_Θ -критическую подформацию. Этот факт указывает на важность изучения критических формаций. Общая проблема изучения H_Θ -критических формаций впервые была поставлена Л.А. Шеметковым в работе [2]. В случае когда $\Theta = 1$ является классом всех локальных формаций, данная проблема была решена А.Н. Скибой в [3]. Описание H_Θ -критических формаций, в случае когда Θ является классом наследственных локальных формаций, представлено в [4]. Основные результаты исследований, проводимых в данном направлении, представлены в книгах Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы [5–6], Венбин Го [7]. Существенный вклад в теорию критических формаций внесли К.П. Шам и Венбин Го [8], где были описаны минимальные тотально-локальные ненильпотентные формации. После выхода работы Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы [9] начались изучения минимальных ω -локальных не H -формаций [10–12]. Следуя основным результатам работ [3, 4, 10–12], мы опишем минимальные τ -замкнутые ω -локальные не π -разложимые формацией.

Теорема. Тогда и только тогда формация F является минимальной τ -замкнутой ω -насыщенной не π -разложимой формацией, когда $F = \tau^w \text{form}(G)$, где G – такая $\bar{\tau}$ -минимальная не π -разложимая группа с нефраттиниевым монолитом $P = G^{G_\pi G_\pi \cap N_\pi G_\pi}$, что G – πd -группа, и если $\pi(P) \cap \omega \neq \emptyset$, то выполняется одно из следующих условий:

- 1) G – простая неабелева группа, не имеющая неединичных собственных τ -подгрупп;
- 2) P – неабелева группа, $\pi(P) \cap \omega \cap \pi = p$ и $\pi(P) \cap \omega \cap \pi' = \emptyset$, G – $\bar{\tau}$ -минимальная не N_p -группа с монолитом $P = G^{N_p}$;
- 3) если P – неабелева группа и $\pi(P) \cap \omega \cap \pi = \emptyset$, то G – $\bar{\tau}$ -минимальная не G_π с монолитом $P = G^{G_\pi}$, являющимся πd -группой;
- 4) $G = [P]H$, $P = C_G(P)$ – абелева p -группа, $p \in \pi$, H – простая группа, не имеющая неединичных собственных τ -подгрупп.
- 5) G – группа Шмидта.

Определения и некоторые предварительные результаты. В группе G выберем некоторую систему подгрупп $\tau(G)$. Следуя А.Н. Скибы [6], τ называется подгрупповым функтором, если выполняются следующие условия:

- 1) $G \in \tau(G)$ для любой группы G ,
- 2) для любого эпиморфизма и любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^\varphi \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$.

Формация F называется τ -замкнутой, если $\tau(G) \cap F$ для любой группы $G \in F$. Для подгрупповых функторов τ_1 и τ_2 полагают $\tau_1 \leq \tau_2$, если $\tau_1(G) \subseteq \tau_2(G)$ для любой группы G . Подгрупповой функтор τ называется замкнутым, если всегда из того, что $T \in \tau(H)$, $H \in \tau(G)$, следует, что $T \in \tau(G)$. Символом $\bar{\tau}$ обозначается наименьший замкнутый подгрупповой функтор со свойством $\tau \leq \bar{\tau}$.

Пусть ω – произвольное непустое множество простых чисел. Всякая функция вида:

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \mapsto \{\text{формации групп}\}$$

называется ω -локальным спутником [9]. Если все значения ω -локального спутника f являются τ -замкнутыми формациями, то f называется τ -замкнутым ω -локальным спутником. Символом $LF_\omega < f >$ обозначим класс групп $(G \mid G/O_\omega(G) \in f(\omega'))$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G)$, для любого произвольного ω -локального спутника f . Пусть $F = LF_\omega < f >$, то говорим, что f – ω -локальный V -спутник формации F . В этом случае мы называем F ω -локальной формацией. Если при этом все значения f лежат в F , то f будем называть внутренним ω -локальным V -спутником формации F .

Пусть X – произвольная совокупность групп, p – простое число. Тогда полагают

$$X(F_p) = \begin{cases} \text{form}(G/F_p(G) \mid G \in X), & \text{для всех } p \in \pi(X); \\ \emptyset, & \text{если } p \in \pi(X). \end{cases}$$

Если формация F такая, что $F = LF_\omega < f >$, где $F(\omega') = F$ и $F(p) = N_p F(F_p)$ для всех $p \in \omega$, тогда спутник F называется каноническим ω -локальным V -спутником формации F . Символом $\tau^\omega \text{form}(X)$ обозначаем пересечение всех τ -замкнутых ω -локальных формаций, содержащих непустое множество групп X . V -спутник формации F называется минимальным τ -значным ω -локальным V -спутником формации F , если $f(\omega') = \text{form}(G/O_\omega(G) \mid G \in F)$ и $f(p) = \text{form}(F(F_p))$ для всех простых $p \in \omega$.

Сформулируем в виде леммы основной результат работ [13].

Лемма 1. Пусть H – ω -насыщенная формация с внутренним τ -значным ω -локальным V -спутником H , F – ω -насыщенная формация с минимальным внутренним τ -значным ω -локальным V -спутником f . Тогда в том и только в том случае F – H_{τ^ω} -критическая формация, когда $F = t^w \text{form}(G)$, где G – такая монолитическая $\bar{\tau}$ -минимальная не H -группа с монолитом $P = G^H$, что-либо $P \subseteq O_\omega(G)$ и $f(p) = (H(p))_{\tau}$ -критическая формация для всех $p \in \pi(P)$, либо $O_\omega(G) = 1$ и $f(\omega') = H_{\tau}$ -критическая формация, $f(p) = (H(p))_{\tau}$ -критическая формация для всех $p \in \pi(P) \cap \omega$.

Лемма 2. Пусть G – монолитическая группа с неабелевым монолитом P . И пусть $\pi(P) \cap \omega \neq \emptyset$ и $\pi(P) \not\subseteq \omega$. Тогда максимальная τ -замкнутая ω -насыщенная подформация M формации $F = t^w \text{form}(G)$ имеет такой внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник m , что

$$m(a) = \begin{cases} \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = q \in \pi = \omega \cap \pi(P), \\ \tau \text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in \omega \cap (\pi(G), \pi(P)), \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = \omega', \end{cases}$$

где X – множество всех собственных τ -подгрупп группы G .

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть f – минимальный τ -значный ω -локальный V -спутник формации F . По лемме 5 [9]

$$f(a) = \begin{cases} \tau \text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in (\omega \cap \pi(G)) \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau \text{form}(G/O_\omega(G)), & \text{если } a = \omega'. \end{cases}$$

Поскольку для каждого $p \in \pi(P)$ имеет место $F_p(G) = 1$ и $O_\omega(G) = 1$, то

$$f(a) = \begin{cases} \tau \text{form}(G), & \text{если } a = q \in \omega \cap \pi(P), \\ \tau \text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in \omega \cap (\pi(G), \pi(P)), \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau \text{form}(G), & \text{если } a = \omega'. \end{cases}$$

Рассмотрим формацию $M = LF_\omega < m >$, где m – V -спутник из условия леммы. Покажем, что M – максимальная τ -замкнутая ω -насыщенная подформация формации F . Пусть H –

произвольная собственная τ -замкнутая ω -насыщенная подформация формации F и h – минимальный τ -значный ω -локальный V -спутник формации H . Тогда ввиду леммы 6 [9] $h \leq f$. Пусть $a \in \omega \cup \omega'$ и $h(a) \subseteq f(a)$. Если $a \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$, то $m(a) = f(a)$. Значит, $h(a) \subseteq m(a)$. В случае, когда $a \in \omega \setminus \pi(G)$ имеем $h(a) = f(a) = m(a) = \emptyset$.

Если $a \in \omega \cap \pi(P)$ или $a = \omega'$, то по лемме 2.1.5 [6] $m(a) = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\})$ – единственная максимальная τ -замкнутая подформация формации $f(a) = \tau\text{form}(G)$. Значит, $h(a) \subseteq m(a)$. Итак, для всех $a \in \omega \cup \omega'$ имеет место $h(a) \subseteq m(a)$. Поэтому $H \subseteq M$. Из описания V -спутника m мы имеем $m \leq f$, т.е. $M \subseteq F$. Предположим, что $M = F$. Тогда $f \leq m$. Значит,

$$\tau\text{form}(G) = f(\omega') \subseteq m(\omega') = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}),$$

что противоречит лемме 2.1.5 [6]. Итак, $M \subsetneq F$. Таким образом, M – единственная максимальная τ -замкнутая ω -насыщенная подформация формации F .

Покажем теперь, что m – внутренний ω -локальный V -спутник формации M . Пусть A – произвольная группа из X . Покажем, что

$$A/F_p(A) \in m(p) = \tau\text{form}(G/F_p(G))$$

для всякого $p \in \omega \cap \pi(P)$. Если $p \in \omega \cap \pi(P)$ то, очевидно,

$$A/F_p(A) \in m(p) = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}).$$

Пусть $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. Тогда $m(p) = \tau\text{form}(G/F_p(G))$. Рассмотрим τ -подгруппу $AF_p(G)/F_p(G)$ группы $G/F_p(G)$. Тогда

$$A/(F_p(G) \cap A) \cong AF_p(G)/F_p(G) \in \tau\text{form}(G/F_p(G)).$$

Но $F_p(G) \cap A \subseteq F_p(A) \subseteq A$. Значит, $A/F_p(A) \subseteq \tau\text{form}(G/F_p(G)) = m(p)$ для всякого $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. При этом очевидно $A/O_\omega(A) \in \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}) = m(\omega')$.

Таким образом, $X \subseteq M = LF_\omega < m >$. Рассмотрим группу G/P . Если $p \in \omega \cap \pi(P)$, то $(G/P)/F_p(G/P) \in m(p) = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\})$. Пусть $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. Тогда $m(p) = \tau\text{form}(G/F_p(G))$. Но

$$(G/P)/F_p(G/P) = (G/P)/(F_p(G/P)) \cong G/F_p(G).$$

Значит, $(G/P)/F_p(G/P) \in m(p) = \tau\text{form}(G/F_p(G))$ для всех $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$.

Кроме того, $(G/P)/O_\omega(G/P) \in \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}) = m(\omega')$. Следовательно, $G/P \in M = LF_\omega < m >$.

Рассмотрим теперь группу $G/F_p(G)$, где p – произвольное число из $\omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. Для произвольного $q \in \omega \cap \pi(G/F_p(G))$ покажем, что $(G/F_p(G))/F_q(G/F_p(G)) \in m(q)$. Пусть $q \in \omega \cap \pi(P)$. Так как P – p' -группа, то $P \in F_p(G)$. Значит, $G/F_p(G) \in \tau\text{form}(X \cup \{G/P\})$. Следовательно,

$$(G/F_p(G))/F_q(G/F_p(G)) \in \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}) = m(q)$$

для всякого $q \in \omega \cap \pi(G/F_p(G))$. Пусть теперь $q \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$, тогда $m(q) = \tau\text{form}(G/F_q(G))$. Так как $F_q(G) \subseteq F_q(G)F_p(G) \subseteq G$, то

$$G/F_q(G)F_p(G) \in \tau\text{form}(G/F_q(G)).$$

Следовательно,

$$(G/F_p(G))/(F_q(G)F_p(G)/F_p(G)) \cong G/F_q(G)F_p(G) \in \tau\text{form}(G/F_q(G)).$$

Но,

$$F_q(G)F_p(G)/F_p(G) \cong F_q(G)/(F_p(G) \cap G) \subseteq G/F_p(G).$$

Таким образом, $F_q(G)F_p(G)/F_p(G) \subseteq F_q(G/F_p(G))$. Значит,

$$(G/F_p(G))/F_q(G/F_p(G)) \in \tau\text{form}(G/F_q(G)) = m(q).$$

Покажем теперь, что $(G/F_p(G))/O_\omega(G/F_p(G)) \in m(\omega') = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\})$ для любого $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. Так как P – p' -группа, то $P \subseteq F_p(G)$ для всякого $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. Следовательно, $G/F_p(G) \in m(\omega') = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\})$. Таким образом, $(G/F_p(G))/O_\omega(G/F_p(G)) \in m(\omega') = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\})$. Следовательно, по определению формации $M = LF_\omega < m >$ имеем, что $G/F_p(G) \in M$ для всякого $p \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \pi(P))$. Значит, m – внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник формации M . Лемма доказана.

Доказательство теоремы. Формация H всех π -разложимых групп может быть представлена в виде $G_\pi G_\pi \cap N_\pi G_\pi$. Ввиду теоремы 1 [9] канонический V -спутник H формации H имеет вид

$$H(a) = \begin{cases} N_p, & \text{если } a = p \in \omega \cap \pi \\ G_{\pi'}, & \text{если } a = q \in \omega, \pi, \\ H, & \text{если } a = \omega'. \end{cases}$$

Необходимость. Так как по условию формация F является минимальной τ -замкнутой ω -насыщенной не π -разложимой формацией, то ввиду леммы 1 $F = t^w \text{form}(G)$, где G – такая монолитическая $\bar{\tau}$ -минимальная не H -группа с монолитом $P = G^H$, что либо $P \subseteq O_\omega(G)$ и $f(p) - (H(p))_\tau$ -критическая формация для всех $p \in \pi(P)$, либо $O_\omega(G) = 1$ и $f(\omega') - H_\tau$ -критическая формация, $f(p) - (H(p))_\tau$ -критическая формация для всех $p \in \pi(P) \cap \omega$. Обозначим через M максимальную ω -насыщенную τ -замкнутую подформацию формации F .

Предположим, что $\pi(G) \cap \pi = \emptyset$. Тогда $G \in G_{\pi'} \subseteq H$. Полученное противоречие показывает, что $G - \pi d$ -группа. Пусть $P -$ неабелева ω' -группа. Тогда, ввиду теоремы 1 [14], формация M имеет такой внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник m , что

$$m(a) = \begin{cases} \tau \text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in (\omega \cap \pi(G)) \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = \omega', \end{cases}$$

где X – множество всех собственных τ -подгрупп группы G . Так как по условию $M \subseteq H$, то $m(\omega') \subseteq H$. Значит, $(X \cup \{G/P\}) \subseteq H$. Очевидно, что $G \notin H$. Значит, $G - \bar{\tau}$ -минимальная не H -группа с монолитом $P = G^H$.

Пусть теперь $\pi(P) \subseteq \omega$. Тогда, ввиду теоремы 2 [14], формация M имеет такой внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник m , что

$$m(a) = \begin{cases} \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = q \in \pi(P), \\ \tau \text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in \omega \cap (\pi(G), \pi(P)), \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau \text{form}(G/O_\omega(G)), & \text{если } a = \omega', \end{cases}$$

где X – множество всех собственных τ -подгрупп группы G . Предположим, что $\pi(P) \cap \pi = p$. Тогда существует такое простое число $q \in \pi(P)$, что $q \neq p$. Так как по условию $M \subseteq H$, то

$$\tau \text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(p) \cap H(q) = N_p \cap G_{\pi'} = 1.$$

Следовательно, $G = P -$ простая неабелева πd -группа, не имеющая собственных τ -подгрупп.

Не теряя общности, предположим, что $\pi(P) \cap \pi = \{p, q\}$. Тогда

$$\tau \text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(p) \cap H(q) = N_p \cap N_q = 1.$$

Таким образом, $G = P -$ простая неабелева πd -группа, не имеющая собственных неединичных τ -подгрупп.

Предположим теперь, что $\pi(P) \cap \pi = \emptyset$. Тогда

$$m(q) = \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(q) = G_{\pi'},$$

где $q \in \pi(P)$. Значит, $G/P \in G_{\pi'}$. Но, ввиду нашего предположения, $P - \pi'$ -группа. Значит, $G \in G_{\pi'} G_{\pi'} = G_{\pi'} \subseteq H$. Полученное противоречие показывает, что данный случай не имеет места.

Рассмотрим случай, когда $\pi(P) \cap \omega \neq \emptyset$ и $\pi(P) \not\subseteq \omega$. Тогда, ввиду леммы 2, формация M имеет такой внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник m , что

$$m(a) = \begin{cases} \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = q \in \pi = \omega \cap \pi(P), \\ \tau \text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in \omega \cap (\pi(G), \pi(P)), \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = \omega', \end{cases}$$

где X – множество всех собственных τ -подгрупп группы G .

Предположим, что $\pi(P) \cap \omega \cap \pi = \{p\}$ и $\pi(P) \cap \omega \cap \pi' = \emptyset$. Тогда $m(p) = \tau \text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(p) = N_p$. Следовательно, $G - \bar{\tau}$ -минимальная не N_p -группа с монолитом $P = G^{N_p}$.

Пусть теперь $\pi(P) \cap \omega \cap \pi = \{p\}$ и $\pi(P) \cap \omega \cap \pi' = \{q\}$. Тогда $\tau\text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(p) \cap H(q) = N_p \cap G_{\pi'} = 1$. Таким образом, $G = P$ – простая неабелева πd -группа, не имеющая собственных неединичных τ -подгрупп.

Если $\pi(P) \cap \omega \cap \pi = \{p, q\}$, то, используя рассуждения приведенные выше, можно показать, что $G = P$ – простая неабелева πd -группа, не имеющая собственных неединичных τ -подгрупп.

Предположим теперь, что $\pi(P) \cap \omega \cap \pi = \emptyset$. Тогда $m(q) = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(q) = G_{\pi'}$, для всякого простого $q \in \pi(P) \cap \omega$. Если P – π' -группа, то $G \in G_{\pi'} G_{\pi'} = G_{\pi'} \subseteq H$. Полученное противоречие показывает, что G – $\bar{\tau}$ -мини-мальная не $G_{\pi'}$ -группа с монолитом $P = G^{G_{\pi'}}$, являющимся πd -группой.

Пусть теперь P – абелева p -группа. Тогда $G = [P]H$, где $P = C_G(P)$ – минимальная нормальная p -подгруппа группы G . Пусть $p \notin \omega$. Тогда, ввиду теоремы 1 [14], формация M имеет такой внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник m , что

$$m(a) = \begin{cases} \tau\text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in (\omega \cap \pi(G)) \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}), & \text{если } a = \omega', \end{cases}$$

где X – множество всех собственных τ -подгрупп группы G . Так как $m(\omega') = \tau\text{form}(X \cup \{G/P\}) \subseteq H(\omega') = H$, то G – $\bar{\tau}$ -мини-мальная не H -группа с монолитом $P = G^H$.

Пусть $p \in \omega$. Тогда, ввиду теоремы 3 [14], формация M имеет такой внутренний τ -значный ω -локальный V -спутник m , что

$$m(a) = \begin{cases} \tau\text{form}(X \cup \{H/Q\}), & \text{если } a = p, \\ \tau\text{form}(G/F_q(G)), & \text{если } a = q \in \omega \cap (\pi(G) \setminus \{p\}), \\ \emptyset, & \text{если } a = q \in \omega, \pi(G), \\ \tau\text{form}(G/O_{\omega}(G)), & \text{если } a = \omega', \end{cases}$$

где X – множество всех собственных τ -подгрупп группы H . Если $p \in \pi$, то $m(p) = \tau\text{form}(X \cup \{H/Q\}) \subseteq H(p) = N_p$. Предположим, что $Q \neq H$. Так как $H/Q \in N_p$ и $H \in H$, то H – p -группа. Таким образом, $G/P \square H \in N_p \subseteq H$. Значит, $G \in H$. Полученное противоречие показывает, что $H = Q$ – простая группа, не имеющая неединичных собственных τ -подгрупп.

Предположим теперь, что $p \notin \pi$. Тогда

$$m(p) = \tau\text{form}(X \cup \{H/Q\}) \subseteq H(p) = G_{\pi'}.$$

Если H – π' -группа, то $G \in G_{\pi'} \subseteq H$. Противоречие. Значит, H – πd -группа. Значит, существует такое простое число $q \in \pi(H) \cap \pi$. Предположим, что $H \neq Q$. Так как $H/Q \in G_{\pi'}$ и $H \in H$, то существует такая нормальная π' -хол-ловская подгруппа K , что $Q \subseteq K$. Но H – πd -группа. Следовательно, существует такая нормальная πd -подгруппа F , что $Q \subseteq F$. Противоречие. Значит, $H = Q$. А так как H – монолитическая группа и $H \in H$, то она является q -группой. Следовательно, $|H| = q \neq p$. Таким образом, G – группа Шмидта.

Доказательство достаточности вытекает непосредственно из леммы 1. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Скиба, А.Н.** О критических формациях / А.Н. Скиба // Доклады АН БССР. – 1983. – Т. 27, № 9. – С. 780–782.
2. **Шеметков, Л.А.** Экраны ступенчатых формаций / Л.А. Шеметков // Труды VI Всесоюзного симпозиума по теории групп. – Киев, 1980. – С. 37–50.
3. **Скиба, А.Н.** О критических формациях / А.Н. Скиба // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. – Киев, 1993. – С. 258–268.
4. **Селькин, В.М.** О наследственных критических формациях / В.М. Селькин, А.Н. Скиба // Сибирский мат. журнал. – 1996. – Т. 37, № 5. – С. 1145–1153.
5. **Шеметков, Л.А.** Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 253 с.
6. **Скиба, А.Н.** Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
7. **Wenbin, Guo.** The Theory of Classes of Groups / Guo Wenbin. – Beijing–New York–Dordrecht–Boston–London: Science Press–Kluwer Academic Publishers, 2000. – 275 p.
8. **Wenbin, Guo.** On totally local formations of groups / Guo Wenbin, K.P. Shum // Comm. Algebra. – 2002. – № 5. – Р. 2117–2131.
9. **Shemetkov, L.A.** Multiply ω -local formations and Fitting classes of finite groups / L.A. Shemetkov, A.N. Skiba // Matem. Trudy. – 1999. – № 2. – Р. 114–147.

10. **Сафонова, И.Н.** О минимальных ω -локальных не- L -формациях / И.Н. Сафонова // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1999. – № 2. – С. 23–27.
11. **Селькин, В.М.** Минимальные наследственные ω -локальные формации / В.М. Селькин // Укр. мат. журнал. – 2002. – № 3. – С. 460–469.
12. **Селькин, В.М.** Об одной проблеме теории ω -локальных формаций / В.М. Селькин // Доклады НАН Беларусі. – 2001. – № 5. – С. 9–11.
13. **Селькин, В. М.** О H_{gr} -критических формациях / В.М. Селькин, А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – 1999. – № 14. – С. 127–131.
14. **Селькин, В.М.** Формации с единственной максимальной τ -замкнутой ω -локальной подформацией / В.М. Селькин // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2002. – № 1. – С. 25–29.

S U M M A R Y

In this paper we describe the minimal τ -closed ω -local non-decomposable-formations.

Поступила в редакцию 11.11.2009