Этап 2 – определение электродинамических параметров структуры. В процессе вычерчивания модели керамического элемента для каждого слоя указываются электродинамические характеристики (диэлектрическая проницаемость ε, тангенс угла магнитных потерь tg δ и др.) материала, из которого изготовлен слой. На входе и выходе фильтра устанавливаются порты . В качестве портов принимаются части пространства, в котором распространяются электромагнитные волны.

Этап 3 – электродинамический анализ исследуемого объекта. Проводится в автоматическом режиме после подачи соответствующей команды.

Этап 4 – визуализация результатов электродинамического анализа. Заключение. Результаты моделирования многослойного керамического элемента (рисунок 4) достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

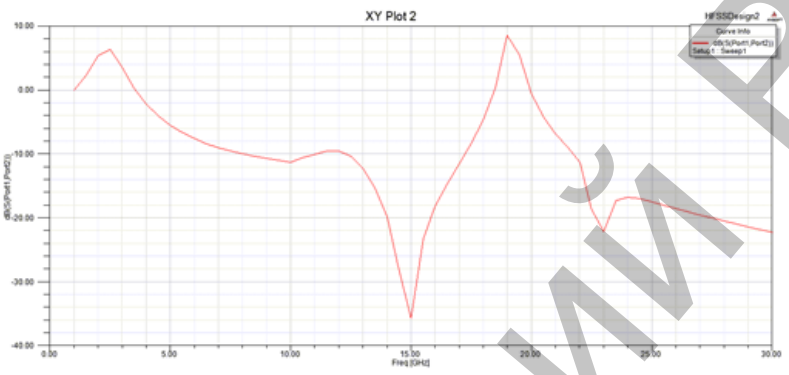

Рисунок 4 – Результаты моделирования АЧХ керамического многослойного элемента из композиционных материалов системы «феррит-сегнетоэлектрик»

Список литературы

1. Банков С. Е., Курушин А. А., Разевиг В. Д. Анализ и оптимизация трехмерных СВЧ структур с помощью HFSS / Под редакцией д.т.н., проф. Банкова С.Е. — М.: СОЛОН-Пресс, 2004.

КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ НА БАЗЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ В ПРОСТРАНСТВЕ L_1.

Ю.В. Трубников, И.А. Орехова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Одна из основных идей большинства методов численного интегрирования состоит в замене подынтегральной функции каким–либо интерполяционным многочленом. Авторами данной статьи построен класс квадратурных формул, основанный на построении полинома наилучшего приближения в пространстве L_1. Полином наилучшего приближения в пространстве L_1 является интерполяционным, а узлами интерполяции являются корни полиномов Чебышева второго рода.

Целью настоящей работы является нахождение экстремальных полиномов $P_n(x)$ для значений n=2,3,…,7 и построение класса квадратурных формул

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx \approx \int_{-1}^{1} P_n(x)\,dx.$$

Рассмотрим пространство $L_1=L_1[a,b]$ суммируемых на промежутке $[a,b]$ функций с нормой

$$\|f\| = \int_a^b |f(x)|dx.$$

Основные результаты работы отражены в следующих двух теоремах.

Репозиторий ВГУ

Теорема 1. Пусть функция f удовлетворяет условиям теоремы из [1, с.40]. Тогда справедливы следующие равенства

$$P_2(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}x + 2x^2\right) f_1 + \left(1 - 2x^2\right) f_2 - \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}x - 2x^2\right) f_3,$$

где

$$f_k = f\left[\cos\left(\frac{k\pi}{4}\right)\right] \qquad (k = 1, 2, 3);$$

$$P_3(x) = c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3 + c_4 f_4,$$

где

$$c_1 = \frac{1}{160}[(\sqrt{5} - 5)(1 + \sqrt{5} + 4x)(\sqrt{5} - 1 - 4x)(\sqrt{5} - 1 + 4x)],$$

$$c_2 = \frac{1}{160}[(\sqrt{5} + 5)(1 + \sqrt{5} - 4x)(\sqrt{5} - 1 + 4x)(\sqrt{5} + 1 + 4x)],$$

$$c_3 = \frac{1}{160}[(\sqrt{5} + 5)(1 + \sqrt{5} + 4x)(\sqrt{5} - 1 - 4x)(\sqrt{5} + 1 - 4x)],$$

$$c_4 = \frac{1}{160}[(\sqrt{5} - 5)(1 + \sqrt{5} - 4x)(\sqrt{5} - 1 + 4x)(\sqrt{5} - 1 - 4x)],$$

$$f_k = f\left[\cos\left(\frac{k\pi}{5}\right)\right] \qquad (k = 1, 2, 3, 4);$$

$$P_4(x) = f_3 + \frac{\sqrt{3}}{6}\left(-f_1 + 3\sqrt{3} f_2 - 3\sqrt{3} f_4 + f_5\right)x + \left(-\frac{1}{3} f_1 + 3 f_2 - \frac{16}{3} f_3 + 3 f_4 - \frac{1}{3} f_5\right)x^2 -$$

$$-\frac{2\sqrt{3}}{3}\left(-f_1 + \sqrt{3} f_2 - \sqrt{3} f_4 + f_5\right)x^3 + \left(\frac{4}{3} f_1 - 4 f_2 + \frac{16}{3} f_3 - 4 f_4 + \frac{4}{3} f_5\right)x^4;$$

$$f_k = f\left[\cos\left(\frac{k\pi}{6}\right)\right] \qquad (k = 1, 2, \ldots, 5);$$

$$P_5(x) = 0{,}0298 f_1 - 0{,}1401 f_2 + 0{,}6102 f_3 + 0{,}6102 f_4 - 0{,}1401 f_5 + 0{,}0298 f_6 - 83{,}592(-0{,}0004 f_1 +$$
$$+0{,}0027 f_2 - 0{,}0328 f_3 + 0{,}0328 f_4 - 0{,}0027 f_5 + 0{,}0004 f_6)x - 83{,}592(-0{,}0359 f_5 + 0{,}0277 f_3 +$$
$$+0{,}0277 f_4 - 0{,}0359 f_2 + 0{,}0081 f_1 + 0{,}0081 f_6)x^2 - 83{,}5918(0{,}009 f_1 - 0{,}0576 f_2 + 0{,}1248 f_3 -$$
$$-0{,}1248 f_4 + 0{,}0575 f_5 - 0{,}009 f_6)x^3 - 83{,}5918(-0{,}0231 f_4 - 0{,}0231 f_3 + 0{,}0416 f_5 +$$
$$+0{,}0417 f_2 - 0{,}0185 f_6 - 0{,}0185 f_1)x^4 - 83{,}592(-0{,}0206 f_1 + 0{,}0669 f_2 - 0{,}1039 f_3 +$$
$$+0{,}1039 f_4 - 0{,}0668 f_5 + 0{,}0205 f_6)x^5;$$

$$P_6(x) = f_4 + \frac{\sqrt{2} - 1}{2}[\sqrt{2 - \sqrt{2}}\,(f_1 - f_7) + \left(\sqrt{2} - 2\right)\left(2\sqrt{2} + 3\right)(f_2 - f_6) + \sqrt{2 - \sqrt{2}} \times$$
$$\times\left(5\sqrt{2} + 7\right)(f_3 - f_5)]x + [\left(3 - 2\sqrt{2}\right)(f_1 + f_7) - f_2 + \left(3 - 2\sqrt{2}\right)\left(12\sqrt{2} + 17\right)(f_3 + f_5) - 10 f_4 - f_6]x^2 +$$

$$+\left(2\sqrt{2} - 1\right)[-\sqrt{2 - \sqrt{2}}\,(f_1 - f_7) + \frac{4}{7}\left(2 - \sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2} + 5\right)(f_2 - f_6) - \frac{1}{7}\sqrt{2 - \sqrt{2}}\left(13\sqrt{2} + 17\right)(f_3 - f_5)]x^3 +$$

$$+[\left(6\sqrt{2} - 10\right)(f_1 + f_7) + 8(f_2 + f_6) + \frac{2}{7}\left(3\sqrt{2} - 5\right)\left(30\sqrt{2} + 43\right)(f_3 + f_5) + 24 f_4]x^4 +$$

Репозиторий ВГУ

$$+[2\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\,(f_1-f_7)-4\sqrt{2}\,(f_2-f_6)+2\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}+1\right)(f_3-f_5)]x^5+[\left(8-4\sqrt{2}\right)\times$$

$$\times(f_1+f_7)-8(f_2+f_6)+4\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}+3\right)(f_3+f_5)]x^6,$$

где

$$f_k = f\left[\cos\left(\frac{k\pi}{8}\right)\right] \qquad (k=1,2,\ldots,7).$$

Заметим, что, так как $f\left[\cos\left(\frac{k\pi}{7}\right)\right]$ $(k=1,2,\ldots,6)$ не выражаются в радикалах, то коэффициенты полинома $P_5(x)$ получаются весьма громоздкими или могут быть выражены в численном виде.

Доказательство теоремы 1 состоит в явном решении соответствующих систем линейных уравнений для построения интерполяционного полинома.

Теорема 2. Справедливы равенства

$$\int_{-1}^{1} P_2(x)\,dx = \frac{2}{3}(f_1+f_2+f_3);$$

$$\int_{-1}^{1} P_3(x)\,dx = -\frac{1}{30}[(\sqrt{5}-15)(f_1+f_4)-(\sqrt{5}+15)(f_2+f_3)];$$

$$\int_{-1}^{1} P_4(x)\,dx = \frac{2}{45}[7(f_1+f_5)+9(f_2+f_4)+13f_3];$$

$$\int_{-1}^{1} P_5(x)\,dx = 0,2269(f_1+f_6)+0,3268(f_2+f_5)+0,4463(f_3+f_4);$$

$$\int_{-1}^{1} P_6(x)\,dx = \frac{2}{7}(1-\frac{4\sqrt{2}}{15})(f_1+f_7)+\frac{2(15-4\sqrt{2})}{20265}\cdot[(195+52\sqrt{2})(f_2+f_6)+(257+120\sqrt{2})(f_3+f_5)+$$

$$+(285+76\sqrt{2})f_4].$$

Вопрос об оценке:

$$\left|\int_{-1}^{1} f(x)\,dx-\int_{-1}^{1} P_n(x)\,dx\right| \le \int_{-1}^{1}\left|f(x)-P_n(x)\right|dx = \int_{-1}^{1}\left[f(x)-P_n(x)\right]sign\left[f(x)-P_n(x)\right]dx =$$

$$=\left|\int_{-1}^{1} f(x)\,signU_{n+1}(x)\,dx\right|,$$

т.е. в качестве оценки выступает

$$\left|\int_{-1}^{1} f(x)\,signU_{n+1}(x)\,dx\right|.$$

где U_{n+1} – полиномы Чебышева 2-го рода.

Основным результатом работы являются сформулированные теорема 1 о виде полинома наилучшего приближения в пространстве L_1 и теорема 2 о виде соответствующей квадратурной формулы.

Список литературы

1. Даугавет, И.К. Введение в теорию приближения функции / И.К. Даугавет. – Ленинград: Изд. Ленинградского ун-та, 1977. – 183 с.

Репозиторий ВГУ