

ЗАМЕЧАНИЕ О ТОЖДЕСТВАХ РЕШЕТОК РАЗРЕШИМО НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЙ

А.А. Царев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машиерова

Все рассматриваемые группы конечны. Напомним, что формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. В дальнейшем символ ω означает некоторое непустое множество простых чисел, τ – подгрупповой функтор (в смысле Скибы, см. [3]).

В 1986 г. А.Н. Скибой [1] была установлена модулярность решетки всех (насыщенных) формаций. Впоследствии этот факт нашел много приложений в вопросах классификации насыщенных формаций и был развит в работах других авторов [2–4]. Это послужило мотивацией для нахождения модулярных и дистрибутивных решеток формаций иных типов (n -кратно насыщенных [2], p -насыщенных [5], n -кратно L -композиционных [6], тотально насыщенных [7, 8], τ -замкнутых тотально насыщенных [9], n -кратно Ω -канонических и n -кратно Ω -биканонических [10], Ω -расслоенных формаций мультиоператорных T -групп, обладающих композиционными рядами [11]).

Относительно включения \subseteq совокупность всех τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формаций $c_{\omega_n}^{\tau}$ является полной решеткой. В [12, 13] было доказано, что решетка $c_{\omega_n}^{\tau}$ модулярна. В 2011 году автором [14] было показано, что решетка всех τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формаций не является дистрибутивной при любом целом неотрицательном n (в случае бесконечного множества ω). В дополнение отмеченных результатов доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть ω — бесконечное множество. Если некоторое тождество не выполняется в решетке всех τ -замкнутых разрешимо ω -насыщенных формаций, то оно не выполняется и в решетке $c_{\omega_n}^{\tau}$ при любом натуральном n .

Список литературы

1. Скиба, А.Н. О локальных формациях длины 5 / А.Н. Скиба // В сб.: Арифметическое и подгрупповое строение конечных групп. – Минск: Наука и техника, 1986. – С. 135–149.
2. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 254 с.
3. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
4. Guo, Wenbin The theory of classes of groups / Wenbin Guo. – Beijing – New York – Dordrecht – Boston – London: Sci. Press-Kluwer Acad. Publ., 2000. – 325 p.
5. Ballester-Bolinches, A. On lattices of p -local formations of finite groups / A. Ballester-Bolinches, L.A. Shemetkov // Math. Nachr. – 1997. – Vol. 186. – P. 57–65.
6. Скиба, А.Н. Кратно L -композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
7. Safonov, V.G. On modularity of the lattice of totally saturated formations of finite groups / V.G. Safonov // Comm. Algebra. – 2007. – Vol. 35, № 11. – P. 3495–3502.
8. Safonov, V.G. On a question of the theory of totally saturated formations of finite groups / V.G. Safonov // Algebra Colloquium. – 2008. – Vol. 15, № 1. – P. 119–128.
9. Сафонов, В.Г. О модулярности решетки τ -замкнутых тотально насыщенных формаций / В.Г. Сафонов // Украинский матем. журн. – 2006. – Т. 58, № 6. – С. 852–858.
10. Скачкова, Ю.А. Решетки Ω -расслоенных формаций / Ю.А. Скачкова // Дискретная математика. – 2002. – Т. 14, вып. 2. – С. 85–94.
11. Ведерников, В.А. Ω -расслоенные формации мультиоператорных T -групп / В.А. Ведерников, Е.Н. Демина // Сибирский матем. журн. – 2010. – Т. 51, № 5. – С. 990–1009.
12. Жизневский, П.А. О модулярности и индуктивности решетки всех τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формаций / П.А. Жизневский // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2010. – № 1 (58). – С. 185–191.
13. Воробьев, Н.Н. О модулярности решетки τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формаций / Н.Н. Воробьев, А.А. Царев // Украинский матем. журн. – 2010. – Т. 62, № 4. – С. 453–463.
14. Царев, А.А. О недистрибутивности решетки всех n -кратно ω -композиционных формаций // ПФМТ, 2011, № 3, 84–88.