

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ФОРМЫ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ

С.С. Маевская*, Г.И. Михасев**

*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова; **Минск, БГУ

Виброзащита тонкостенных конструкций типа «сэндвич», испытывающих внешние колебательные нагрузки, представляет большой практический интерес и является одной из важнейших задач на этапах проектирования и моделирования подобных структур. Появление группы новых композиционных материалов с активными и адаптивными свойствами, называемых смарт-материалы, открывает новые возможности для решения этих проблем, так как использование МРЭ в качестве вязкоупругих слоев позволяет свести задачу виброзащиты к задаче управления колебаниями.

Цель данной работы – на примере трехслойной магнитореологической пластины продемонстрировать возможности эффективного воздействия постоянного магнитного поля на формы свободных и вынужденных колебаний.

Материал и методы. Объектом исследования является трехслойная композитная пластина, содержащая магнитореологический эластомер. Предмет исследования – свободные и вынужденные колебания трехслойной магнитореологической пластины, с учетом воздействия магнитного поля. Основные методы – точные аналитические методы. Вычисления проводились при помощи математического пакета MathCad 14.

Результаты и их обсуждение. Для исследования движения пластины будем использовать уравнения, получаемые, как частный случай, из уравнений движения многослойной цилиндрической оболочки приведенных в работе [1]:

$$D \left(1 - \frac{\theta h^2}{\beta} \Delta \right) \Delta \Delta \chi + \rho_0 h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \Delta \right) \chi = f(\alpha_1, \alpha_2, t) \quad w = \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \Delta \right) \chi \quad (1)$$

Здесь D – приведенная цилиндрическая жесткость всего пакета, $h = h_1 + h_2 + h_3$

– суммарная толщина пластины, h_1, h_3 – толщины несущих упругих слоев, h_2 – толщина внутреннего вязко-упругого слоя, изготовленного из МРЭ, ρ – приведенная плотность «сэндвича», χ – функция перемещений, w – нормальный прогиб пластины, α_1, α_2 – продольная и поперечная координаты, t – время, θ, β – параметры, зависящие от индукции магнитного поля и характеризующие приведенную жесткость пластины (в частности параметр β характеризует жесткость пластины на поперечные сдвиги), f – интенсивность внешней нагрузки. В нашем случае D, θ, β – комплексные параметры, зависящие от индукции внешнего магнитного поля [2].

В качестве граничных условий будем рассматривать условия шарнирного опирания:

$$\chi = \frac{\partial^2 \chi}{\partial \alpha_1^2} = \frac{\partial^4 \chi}{\partial \alpha_1^4} = 0 \quad \text{при} \quad \alpha_1 = 0, l; \quad \chi = \frac{\partial^2 \chi}{\partial \alpha_2^2} = \frac{\partial^4 \chi}{\partial \alpha_2^4} = 0 \quad \text{при} \quad \alpha_2 = 0, b. \quad (2)$$

Свободные колебания. Получена формула комплексной частоты собственных колебаний:

$$\omega_{m,n} = \sqrt{\frac{D}{\rho_0 h l^4} \pi^4 (m^2 + \lambda^2 n^2)^2 \cdot \frac{1 + \theta K (m^2 + \lambda^2 n^2)}{1 + K (m^2 + \lambda^2 n^2)}}, \quad \lambda = \frac{l}{b}, \quad K = \frac{\pi^2 h^2}{\beta l^2},$$

где l, b – соответственно длина и ширина пластины, m, n – число полуволн в направлениях α_1, α_2 . Исследована зависимость собственной частоты и декремента колебаний от интенсивности внешнего магнитного поля для трехслойной пластины с пара-

метрами $h_1 = h_3 = 0,0005$ м; $h_2 = 0,01$ м; $l=1$ м; $b=0,9$ м; $\nu_1 = \nu_3 = 0,4$; $\nu_2 = 0,42$; $E_1 = E_3 = 1,5 \cdot 10^9$ Па; $\rho_1 = \rho_3 = 1,4 \cdot 10^3$ кг/м³ в случае, когда внутренний слой изготовлен из МРЭ плотностью $\rho_2 = 2,650 \cdot 10^3$ кг/м³. Для определения комплексного модуля упругости E_2 и комплексного модуля сдвига G_2 использовались экспериментально установленные зависимости данных параметров индукции магнитного поля В [3]. Обнаружено, что для первых 10 мод в каждом из направлений α_1, α_2 , соответствующий декремент колебаний $\text{Im } \omega_{m,n}$ возрастает при увеличении индукции магнитного поля до $B \approx 300$ мТл, дальнейшее увеличение индукции магнитного поля приводит к значительному уменьшению значения параметра $\text{Im } \omega_{m,n}$.

Вынужденные колебания. Полагая, что на пластину действует внешняя нагрузка интенсивности:

$$f = F_0(\alpha_1, \alpha_2)e^{i\Omega t}$$

где Ω – частота вынужденных колебаний. Решение уравнения (1) с граничными условиями (2) построены в виде ряда по собственным формам колебаний:

$$z(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_{mn} e^{i\Omega_{mn} t} + \frac{F_{mn}}{\rho_0 h [1 + k(m^2 + \lambda^2 n^2)]} \frac{e^{i\Omega_e t}}{\Omega_{mn}^2 - \Omega_e^2} \sin \frac{\pi m \alpha_1}{l} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b}}{1} \right)$$

где $F_{m,n} = \frac{2}{l} \frac{2}{b} \int_0^l \int_0^b f(\alpha_1, \alpha_2) \sin \frac{\pi m \alpha_1}{l} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b} d\alpha_1 d\alpha_2$ – обобщенная сила. Показано, что увеличение индукции от 0 до $B \approx 300$ мТл приводит к заметному уменьшению амплитуд, соответствующих резонансным колебаниям.

Заключение. В настоящей работе продемонстрирована возможность эффективного воздействия постоянного магнитного поля на формы свободных и вынужденных колебаний трехслойной магнитоэологической пластины. Исследована зависимость собственной частоты и декремента колебаний от интенсивности магнитного поля. Исследована амплитудно-частотная характеристика при различных уровнях постоянного магнитного поля.

Список литературы

1. Григолюк, Э.И. Многослойные армированные оболочки: Расчет пневматических шин / Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов. – М.: Машиностроение, 1988. – 288с.
2. Mikhasev G. Theory of Thin Adaptive Laminated Shells Based on Magnetorheological Materials and its Application in Problems on Vibration Suppression. / G. Mikhasev, M. Botogova, E.Korobko // Shelllike Structures / Advanced Structured Materials; Eds. H. Altenbach and V. Eremeyev. – Springer, 2011. – Vol. 15, Chapter 48. – P. 727–750.
3. Korobko E.V., Mikhasev G.I., Novikova Z.A., Zhurauskii M. A. On Damping Vibrations of Three Layered Beam Containing Magnetorheological Elastomer // Journal of Intelligent Material System and Structures. 2012. – Vol. 23, No. 9. – P. 1019–1023.