О РЕШЕТКЕ ЧАСТИЧНО КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ

Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1, 2].

Напомним, что *формацией* называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

Пусть X – произвольная непустая совокупность групп. Пересечение всех формаций, содержащих X, обозначают через $\mathrm{form}\,X$ и называют *формацией*, *порожденной* X. В частности, пишут $\mathrm{form}\,G$ в случае, когда X = $\{G\}$. Всякая формация такого вида называется *однопорожденной формацией* (см. [1]).

В дальнейшем символ ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = \mathbf{P} \setminus \omega$. Через $\pi(G)$ обозначено множество всех различных простых делителей порядка группы G, $\pi(X)$ – объединение множеств $\pi(G)$ для всех групп G из совокупности групп X. Символами $R_\omega(G)$, $C^p(G)$, обозначаются соответственно наибольшая нормальная разрешимая ω-подгруппа группы G и пересечение централизаторов всех тех главных факторов группы G, у которых композиционные факторы имеют простой порядок p (если в группе G нет таких факторов, то полагают $C^p(G) = G$). Через $\mathrm{Com}(X)$ обозначают класс всех простых абелевых групп A таких, что A ; H/K для некоторого композиционного фактора H/K группы G ™ X.

Пусть f – произвольная функция вида

$$f: \ \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации групп}\}. \qquad (*)$$

Функции f вида (*) сопоставляют класс групп

$$CF_\omega(f) = (G \mid G/R_\omega(G) \in f(\omega') \text{ и } G/C^p(G) \in f(\omega) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(G))).$$

Если формация F такова, что $F = CF_\omega(f)$ для некоторой функции f вида (∗), то F называется *ω-композиционной формацией* с *ω-композиционным спутником* f [3]. В случае, когда $\omega = \{p\}$, то ω-композиционную формацию называют *p-композиционной формацией.*

Элемент a решетки L с нулем называется *атомом*, если для любого $x \in L$ из $0 < x \le a$ следует, что $x = a$.

Для произвольной ω-композиционной формации F через $Lc_\omega(F)$ обозначают решетку всех ω-композиционных подформаций ω-композиционной формации F. Если же F – p-композиционная формация, то через $Lc_p(F)$ обозначают решетку всех p-композиционных подформаций p-композиционной формации F.

Нами доказана следующая

Теорема 1. *Пусть* $F = c_\omega \mathrm{form}\, G$ *– однопорожденная ω-композиционная формация. Тогда решетка* $Lc_\omega(F)$ *имеет лишь конечное число атомов*.

Если $\omega = \{p\}$, то получаем

Следствие 2 [4]. *Пусть* $F = c_p \mathrm{form}\, G$ *– однопорожденная p-композиционная формация. Тогда решетка* $Lc_p(F)$ *имеет лишь конечное число атомов*.

Если ω = П, то получаем

Следствие 3. *Пусть* $F = c\mathrm{form}\, G$ *– однопорожденная композиционная формация. Тогда решетка* $Lc(F)$ *имеет лишь конечное число атомов*.

Список литературы

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).
3. Скиба, А.Н. Кратно L-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
4. Воробьев, Н.Н. Композиционные формации с условием дополняемости / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2012. – № 5 (71). – С. 15–18.

Репозиторий ВГУ