

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Министерство образования Республики Беларусь
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»
(ВГУ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА)

УДК 512.542:512.56
Рег.№ 20230466

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе,
профессор

_____ Е.Я. Аршанский
" " _____ 20__ г.

О Т Ч Е Т О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

РЕШЕТКИ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

(заключительный)

Грант аспирантов, докторантов и студентов
Министерства образования Республики Беларусь

Ответственный исполнитель НИР,
аспирант

И.И. Стаселько

Научный руководитель

Н.Н. Воробьев

Нормоконтроль

Т.В. Харкевич

Витебск 2023

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

РЕФЕРАТ

Отчет 31 с., 1 кн., 63 источника.

КОНЕЧНАЯ ГРУППА, КЛАСС ФИТТИНГА, ПОЛНАЯ РЕШЕТКА КЛАССОВ ФИТТИНГА, ФУНКЦИЯ ХАРТЛИ, АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ РЕШЕТКА, МОДУЛЯРНАЯ РЕШЕТКА, ИНДУКТИВНАЯ РЕШЕТКА

Объектом исследования являются n -кратно ω -композиционные классы Фиттинга, σ -локальные классы Фиттинга.

Цель работы – разработка новых решеточных методов в теории классов конечных групп и их применение в изучении свойств решеток n -кратно ω -композиционных и σ -локальных классов Фиттинга.

Методы исследования – используются методы теории классов конечных групп, а также методы общей теории решеток.

Работа выполнена на базе кафедры математики учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Полученные результаты и их новизна – доказана полнота решетки всех n -кратно ω -композиционных классов Фиттинга, найдены новые серии алгебраических решеток всех n -кратно ω -композиционных классов Фиттинга, найдены достаточные условия модулярного равенства для семейств n -кратно ω -композиционных классов Фиттинга, предложено описание минимальной σ -функции Хартли порожденного (тотально) σ -локального класса Фиттинга, выявлены новые серии индуктивных решеток σ -локальных классов Фиттинга. Все результаты являются новыми.

Область применения результатов – полученные результаты могут быть использованы при изучении структуры классов Фиттинга и их классификации для исследований, проводимых в Белорусском государственном университете, Гомельском, Витебском, Брестском, Полоцком государственных университетах; Университете Науки и Технологий Китая, Яньнанском университете; университетах Памплоны, Сарагоссы и Валенсии (Испания), Тюбингенском университете (Германия). Все исследования проводятся в рамках задания «Арифметические и решеточные методы исследования алгебр мальцевских многообразий с условиями конечности» ГПНИ «Конвергенция–2025» (Рег.№ 20210495), подпрограмма «Математические модели и методы».

Итоги внедрения результатов НИР – результаты главы 3 внедрены в учебный процесс кафедры математики при чтении спецкурсов по теории классов групп для студентов математических специальностей, а также для написания курсовых, дипломных проектов и магистерских диссертаций.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящем отчёте о НИР применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Все рассматриваемые группы конечны. В определениях мы следуем [1–21]. В настоящем отчете о НИР применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Термин	Определение
Абелева группа	Группу называют <i>абелевой</i> , если операция, определенная на множестве G , коммутативна, т. е. $(\forall a, b \in G) (a * b = b * a)$
Алгебраическая решетка	Такая полная решетка, что любой ее элемент является решеточным объединением компактных элементов
Гомоморф, или класс групп, замкнутый относительно фактор-групп	Класс $\mathfrak{X}$ называется <i>замкнутым относительно фактор-групп</i> или <i>гомоморфом</i> , если выполняется требование: если $G \in \mathfrak{X}$ и $N \triangleleft G$, то $G/N \in \mathfrak{X}$
Группа	Непустое множество G элементов произвольной природы называется <i>группой</i> , если выполняются следующие аксиомы: 1) На множестве G определена бинарная алгебраическая операция «*», т. е. $(\forall a, b \in G) \text{ упорядоченной паре } (a, b) \text{ ставится в соответствие единственное}$ $(c = a * b \in G)$ 2) Операция «*» ассоциативна, т. е. $(\forall a, b, c \in G) (a * (b * c) = (a * b) * c)$ 3) Существует нейтральный элемент относительно операции «*», т. е. $(\forall a \in G) (\exists e \in G) (a * e = e * a = a)$ 4) Для каждого элемента G существует симметричный ему такой, что под действием операции мы получаем нейтральный элемент. $(\forall a \in G) (\exists a' \in G) (a * a' = a' * a = e)$

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Термин	Определение
p -Группа	Группа, порядок которой есть степень простого числа p
σ -Взаимно простые целые числа	Целые числа n и m называются σ -взаимно простыми, если $\sigma(n) \cap \sigma(m) = \emptyset$
π -Замкнутая группа	Конечная группа с нормальной π -холловской подгруппой называется π -замкнутой
c_ω^n -Значная ω -композиционная H -функция	ω -Композиционная H -функция f называется c_ω^n -значной, если все ее значения принадлежат решетке c_ω^n
l_σ^∞ -Значная H_σ -функция	H_σ -Функция f называется l_σ -значной, если каждое ее непустое значение принадлежит решетке l_σ
Изоморфизм групп	Две группы G и G_1 называются <i>изоморфными</i> , если существует биекция $f: G \rightarrow G_1$ такая, что $f(ab) = f(a)f(b)$ для всех $a, b \in G$. Для обозначения изоморфизма используется запись $G \simeq G_1$
Индуктивная решетка классов Фиттинга	Полная решетка Θ^{σ_l} называется <i>индуктивной</i> , если для произвольной совокупности классов Фиттинга $\{\mathfrak{F}_j = LR_\sigma(f_j) \mid j \in J\}$, где f_j является внутренней H_σ -функцией класса Фиттинга $\mathfrak{F}_j \in \Theta^{\sigma_l}$, имеет место $\vee_{\Theta^{\sigma_l}}(\mathfrak{F}_j \mid j \in J) = LR_\sigma(\vee_\Theta(f_j \mid j \in J))$
Класс групп	Множество групп, которое вместе с каждой своей группой содержит все ей изоморфные группы
Класс Фиттинга	Класс групп $\mathfrak{F}$, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$ -подгрупп
Коммутант	Подгруппа, порожденная коммутаторами всех элементов группы G , называется <i>коммутантом</i> группы G и обозначается через G' . Таким образом, $G' = \langle [a, b] \mid a, b \in G \rangle$
Коммутатор	<i>Коммутатором</i> элементов a и b называют элемент $a^{-1}b^{-1}ab$, который обозначают через $[a, b]$. Ясно, что $ab = ba[a, b]$
Комонолитическая группа (комонолит группы)	Такая группа G , в которой имеется нормальная подгруппа M (<i>комонолит группы G</i>), что G/M – простая группа и любая собственная нормальная подгруппа N группы G содержится в M

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Термин	Определение
Компактный элемент	Такой элемент c полной решетки L , что для любого подмножества $X \subseteq L$ из неравенства $c \leq \sup_L X$ вытекает существование такого конечного подмножества $X_0 \subseteq X$, что $c \leq \sup_L X_0$.
Композиционный ряд группы	Субнормальный ряд $(A_i)_{i=0, \dots, a}$ конечной группы G называется <i>композиционным</i> , если подгруппа A_{i-1} является максимальной нормальной подгруппой в A_i , $i = 1, \dots, a$
Конечная группа	Если G – конечное множество, являющееся группой, то G называют конечной группой
$\mathfrak{F}$ -корадикал группы	Пусть $\mathfrak{F}$ – формация и G – группа. Пересечение всех нормальных подгрупп группы G , фактор-группы по которым принадлежат $\mathfrak{F}$, обозначим через $G^{\mathfrak{F}}$ и называется <i>$\mathfrak{F}$-корадикалом</i> группы G
Максимальная подгруппа	Собственная подгруппа M неединичной группы G называется <i>максимальной подгруппой</i> , если M не содержится ни в какой другой подгруппе, отличной от всей группы G , т. е. если из условия $M \leq H \leq G$ следует, что $M = H$ или $H = G$. Для максимальной подгруппы M используется запись $M < \cdot G$
Минимальная нормальная подгруппа	<i>Минимальной нормальной подгруппой</i> группы G называют такую нормальную подгруппу N , что $N \neq E$ и в N нет нетривиальных нормальных подгрупп группы G
Модулярная решетка	Решетка L называется <i>модулярной</i> , если для любых $x, y, z \in L$ имеет место импликация $x \leq y \Rightarrow x \vee (y \wedge z) = y \wedge (x \vee z)$, называемая <i>модулярным законом</i>
Нильпотентная группа	Группа называется <i>нильпотентной</i> , если все ее силовские подгруппы нормальны
Нормальная подгруппа группы	Подгруппа H называется <i>нормальной подгруппой</i> группы G , если $xH = Hx$ для всех $x \in G$. Запись $H \triangleleft G$ читается: « H – нормальная подгруппа группы G ».
Нормальный ряд группы	Ряд $(A_i)_{i=0, \dots, a}$ называется <i>нормальным</i> , если $A_i \triangleleft G$ для всех i
π -Подгруппа	Подгруппа H группы G называется <i>π-подгруппой</i> , если $ H $ есть π -число

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Термин	Определение
σ_i -Подгруппа	Подгруппа, порядок которой является σ_i -числом
Полная решетка классов Θ	Такая непустая совокупность классов групп, что пересечение любой совокупности классов из Θ снова принадлежит Θ , и во множестве Θ имеется такой класс $\mathfrak{F}$, что $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}$ для любого другого класса $\mathfrak{H} \in \Theta$
Порядок группы	Число $ G $ элементов в G
Примарная группа	<i>Примарной</i> называют группу, которая является p -группой для некоторого простого p
Произведение групп	<i>Произведение</i> AB определяется как множество элементов ab , где $a \in A$, $b \in B$. Если $AB = G$, то говорят, что группа G является <i>произведением</i> своих подгрупп A и B . В этом случае каждый элемент $g \in G$ представим в виде $g = ab$, где $a \in A$, $b \in B$
Прямое произведение	Произведение $G = AB$ называется <i>прямым</i> , если подгруппы A и B нормальны в G и $A \cap B = E$. Запись $G = A \times B$ означает, что группа G является прямым произведением своих подгрупп A , B
$\mathfrak{X}$ -Радикал группы	Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Фиттинга. Произведение всех нормальных $\mathfrak{X}$ -подгрупп группы G называется <i>$\mathfrak{X}$-радикалом группы G</i> и обозначается через $G_{\mathfrak{X}}$. Ясно, что $\mathfrak{X}$ -радикал $G_{\mathfrak{X}}$ является наибольшей нормальной подгруппой группы G , содержащейся в $\mathfrak{X}$
Разбиение множества	<i>Разбиением множества A</i> называется такое семейство его непустых подмножеств, что каждый элемент множества A входит в точности в один член семейства
Разрешимая группа	Для любой неединичной группы G можно построить цепочку коммутантов $G \geq G' \geq G'' \geq \dots \geq G^{(i)} \geq G^{(i+1)} \geq \dots$ Если существует номер n такой, что $G^{(n)} = E$, то группа G называется <i>разрешимой</i>
Решетка	<i>Решеткой</i> называется частично упорядоченное множество, в котором каждое двухэлементное подмножество обладает как точной верхней, так и точной нижней гранью

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Термин	Определение
Ряд группы	Цепочка подгрупп $E = A_0 < A_1 < \dots < A_{i-1} < A_i < \dots < A_{a-1} < A_a = G$ называется <i>рядом</i> длины a неединичной группы G и обозначается через $(A_i)_{i=0,\dots,a}$
Силовская p -подгруппа	<i>Силовской p-подгруппой</i> конечной группы G называют такую p-подгруппу, индекс которой не делится на p
Субнормальный ряд группы	Ряд $(A_i)_{i=0,\dots,a}$ называется <i>субнормальным</i>, если $A_{i-1} \triangleleft A_i$ для всех i
Фактор-группа	Группа $\bar{G}$ называется <i>фактор-группой</i> группы G по подгруппе H и обозначается через G/H
Формация	<i>Формацией</i> называется класс групп, замкнутый относительно факторгрупп и подпрямых произведений
π -Холлова подгруппа	Подгруппа H называется <i>π-холловой подгруппой</i>, если H есть π-число, а индекс $G : H$ есть π'-число
Циклическая подгруппа	Зафиксируем в группе G элемент a. Пересечение всех подгрупп группы G, содержащих элемент a, назовем <i>циклической подгруппой, порожденной элементом a</i>, и обозначим через $\langle a \rangle$. Таким образом, $\langle a \rangle = \bigcap_{a \in H \leq G} H$
Цоколь	<i>Цоколем</i> группы G называется подгруппа, являющаяся произведением всех минимальных нормальных подгрупп группы G. Цоколь группы G обозначают через $\text{Soc}G$. Таким образом, $\text{Soc}G = \prod_{N \triangleleft G} N$
π -Число	Зафиксируем множество простых чисел π. Если $\pi(m) \subseteq \pi$, то число m называется <i>π-числом</i>
σ_i -Число	Натуральное число называется <i>σ_i-числом</i>, если все его простые делители принадлежат σ_i

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

В настоящем отчете о НИР применяют следующие сокращения и обозначения (в обозначениях мы следуем [1–21]):

$\mathbb{P}$	– множество всех простых чисел;
p, q, m	– некоторые простые числа;
ω	– некоторое непустое множество простых чисел;
ω'	– $\mathbb{P} \setminus \omega$;
G	– группа;
$ G $	– порядок группы G ;
$\pi(G)$	– множество всех различных простых делителей порядка группы G ;
e	– единичный элемент группы G ;
E	– единичная подгруппа, единичная группа;
$H \leq G$	– H является подгруппой группы G ;
$H < G$	– H является собственной подгруппой группы G ;
$H \triangleleft G$	– H является собственной нормальной подгруппой группы G ;
$H \trianglelefteq G$	– H является нормальной подгруппой группы G ;
$H \triangleleft\triangleleft G$	– H является субнормальной подгруппой группы G ;
$ G : H $	– индекс подгруппы H в группе G ;
$A \times B$	– прямое произведение подгрупп A и B ;
$A^x = x^{-1}Ax$	– множество, сопряженное с множеством A посредством элемента x ;
G/N	– факторгруппа группы G по подгруппе N ;
σ	– произвольное разбиение множества всех простых чисел;
$\sigma(G)$	– множество вида $\{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(G) \neq \emptyset\}$;
$O_{\sigma_i}(G)$	– наибольшая нормальная σ_i -подгруппа группы G ;
$O_{\sigma'_i, \sigma_i}(G)$	– наибольшая нормальная σ'_i -замкнутая подгруппа группы G ;
$K \times N$	– прямое произведение групп K и N ;
$A \simeq B$	– группы A и B изоморфны;
$\mathfrak{X}$	– класс групп;
(1)	– класс всех единичных групп;
$\emptyset$	– пустой класс групп и пустое множество;
$\mathfrak{G}$	– класс всех конечных групп;

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

$\mathfrak{S}$	– класс всех конечных разрешимых групп;
$\mathfrak{S}_\Pi$	– класс всех Π -групп;
$\mathfrak{S}_{cp}$	– класс всех таких групп, все главные p -факторы которых центральны;
$\mathfrak{S}_{\sigma_i}$	– класс всех σ_i -групп;
$\mathfrak{S}_{\sigma'_i}$	– класс всех σ'_i -групп;
$\mathfrak{S}_\omega$	– класс всех разрешимых ω -групп;
$\mathfrak{S}_{\sigma_i}$	– класс всех разрешимых σ_i -групп;
$\mathfrak{S}_{\sigma'_i}$	– класс всех разрешимых σ'_i -групп;
$E(\mathfrak{T})$	– класс всех групп, чьи композиционные факторы принадлежат классу простых групп $\mathfrak{T}$;
$\mathcal{K}(G)$	– класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G ;
$\mathcal{K}(\mathfrak{X})$	– $\bigcup_{G \in \mathfrak{X}} \mathcal{K}(G)$;
$\text{Com}(\mathfrak{X})$	– класс всех простых абелевых групп A таких, что $A \cong H/K$, для некоторого композиционного фактора H/K группы $G \in \mathfrak{X}$;
$R^\omega(G) = G^{\mathfrak{S}_\omega}$	– $\mathfrak{S}_\omega$ -корадикал группы G ;
$C_p(G) = G^{\mathfrak{S}_{cp}}$	– $\mathfrak{S}_{cp}$ -корадикал группы G ;
$F^{\sigma_i}(G) = G^{\mathfrak{S}_{\sigma_i} \mathfrak{S}_{\sigma'_i}}$	– $\mathfrak{S}_{\sigma_i} \mathfrak{S}_{\sigma'_i}$ -корадикал группы G ;
c_ω^n	– совокупность всех n -кратно ω -композиционных классов Фиттинга;
l_σ	– совокупность всех n -кратно σ -локальных классов Фиттинга;
l_σ^∞	– совокупность всех totally σ -локальных классов Фиттинга;
$\text{fit}(\mathfrak{X})$	– пересечение всех классов Фиттинга, содержащих совокупность групп $\mathfrak{X}$;
$c_\omega^n \text{fit}(\mathfrak{X})$	– пересечение всех n -кратно ω -композиционных классов Фиттинга, содержащих совокупность групп $\mathfrak{X}$;
$l_\sigma \text{fit}(\mathfrak{X})$	– пересечение всех тех классов Фиттинга из l_σ , которые содержат совокупность групп $\mathfrak{X}$;
$l_\sigma^\infty \text{fit}(\mathfrak{X})$	– пересечение всех тех классов Фиттинга из l_σ^∞ , которые содержат совокупность групп $\mathfrak{X}$;
$\sigma(\mathfrak{X})$	– $\bigcup_{G \in \mathfrak{X}} \sigma(G)$;
Θ^{σ_l}	– совокупность всех классов Фиттинга, имеющих σ -локальное Θ -значное задание;

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

$\text{Supp}(f)$	– множество $\{a \in \omega \cup \{\omega'\} \mid f(a) \neq \emptyset\}$;
$\mathfrak{M} \vee_{\Theta} \mathfrak{N}$	– класс Фиттинга $\Theta\text{fit}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{N})$;
$V_{\omega}^n(\mathfrak{F}_i \mid i \in I)$	– класс Фиттинга $c_{\omega}^n\text{fit}(\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i)$;
$\vee_{\Theta}(\mathfrak{F}_j \mid j \in J)$	– класс Фиттинга $\Theta\text{fit}(\bigcup_{j \in J} \mathfrak{F}_j)$;
$f_1 \vee_{\Theta} f_2$	– такая H -функция f , что $f(p) = \Theta\text{fit}(f_1(p) \cup f_2(p))$ для всех $p \in \omega$;
$\vee_{\Theta}(f_j \mid j \in J)$	– такая H -функция f , что $f(p) = \Theta\text{fit}(\bigcup_{j \in J} f_j(p))$ для всех $p \in \omega$;
$f_1 \vee_{\Theta} f_2$	– такая H_{σ} -функция f , что $f(\sigma_i) = \Theta\text{fit}(f_1(\sigma_i) \cup f_2(\sigma_i))$ для всех $\sigma_i \in \sigma$;
$\vee_{\Theta}(f_j \mid j \in J)$	– такая H_{σ} -функция f , что $f(\sigma_i) = \Theta\text{fit}(\bigcup_{j \in J} f_j(\sigma_i))$ для всех $\sigma_i \in \sigma$;

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	Ошибка! Закладка не определена.
1 Полнота решетки всех кратно ω -композиционных классов Фиттинга.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.1 Вспомогательные результаты.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.2 Доказательство основного результата.....	Ошибка! Закладка не определена.
2 Алгебраичность и модулярность решетки всех кратно ω -композиционных классов Фиттинга.....	Ошибка! Закладка не определена.
2.1 Вспомогательные результаты.....	Ошибка! Закладка не определена.
2.2 Алгебраичность решетки всех кратно ω -композиционных классов Фиттинга.....	Ошибка! Закладка не определена.
2.3 Достаточные условия модулярного равенства для семейств n -кратно ω -композиционных классов Фиттинга.....	Ошибка! Закладка не определена.
3 Решетки классов Фиттинга, заданных разбиениями множеств простых чисел.....	Ошибка! Закладка не определена.
3.1 Основные результаты.....	Ошибка! Закладка не определена.
Заключение.....	Ошибка! Закладка не определена.
Список использованных источников.....	12

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).
- 2 Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1989. – 256 с. – (Соврем. алгебра).
- 3 Doerk K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).
- 4 Скиба, А.Н. Алгебра формаций. / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
- 5 Guo, Wenbin. The Theory of Classes of Groups / Wenbin Guo. – Beijing–New York–Dordrecht–Boston–London : Science Press / Kluwer Academic Publishers, 2000. – 261 p. – (Mathematics and Its Applications ; vol. 505).
- 6 Ballester-Bolinches, A. Classes of Finite Groups / A. Ballester-Bolinches, L.M. Ezquerro. – Dordrecht : Springer, 2006. – 385 p. (Mathematics and Its Applications ; vol. 584).
- 7 Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов: Учебное пособие / В.С. Монахов. – Мн.: Выш. шк., 2006. – 207 с.
- 8 Guo, Wenbin. Structure Theory for Canonical Classes of Finite Groups / Wenbin Guo. – Berlin : Springer, 2015. – 359 p.
- 9 Скиба, А.Н. Кратно ω -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. – 1999. – Т.2, № 2. – С. 114–147.
- 10 Скиба, А.Н. Кратно $\mathfrak{L}$ -композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
- 11 Ведерников, В.А. Ω -расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп / В.А. Ведерников, М.М. Сорокина // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13, вып. 3. – С. 125–144.
- 12 Артамонов, В.А. Общая алгебра. Т. 2 / В.А. Артамонов, В.Н. Салий, Л.А. Скорняков [и др.] // под общ. ред. Л.А. Скорнякова. М.: Наука, 1991. – 280 с.
- 13 Ван дер Варден, Б.Л. Алгебра / Б.Л. ван дер Варден. – М.: Мир, 1975. – 649 с.
- 14 Виленкин, Н.Я. Популярная комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
- 15 Воробьев, Н.Н. Алгебра классов конечных групп: монография / Н.Н. Воробьев. – Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2012. – 322 с.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

- 16 Chi, Z. On one application of the theory of n -multiply σ -local formations of finite groups / Z. Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2018. – № 2 (35). – P. 85–88.
- 17 Chi, Z. On n -multiply σ -local formations of finite groups / Z. Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Comm. Algebra. – 2019. – Vol. 47, № 3. – P. 957–968.
- 18 Guo, W. On σ -local Fitting classes / W. Guo, Li Zhang, N.T. Vorob'ev // J. Algebra. – 2020. – V. 546. – P. 116–129.
- 19 Skiba, A.N. On one generalization of local formations / Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – вып. 1. – С. 79–82.
- 20 Yang, N. On the modularity property of the lattice of partially composition Fitting classes / N. Yang, N.N. Vorob'ev, A.R. Filimonova // Rend. Semin. Mat. Univ. Padova. – 2021. – Vol. 146. – P. 43–55.
- 21 Чи, Ч. О Σ_t^σ -замкнутых классах конечных групп / Ч. Чи, А.Н. Скиба // Укр. мат. журн. – 2019. – Т. 70, № 12. – С. 1707–1716.
- 22 Скиба, А.Н. О локальных формациях длины 5 / А.Н. Скиба // Арифметическое и подгрупповое строение конечных групп : труды Гомельского семинара / Ин-т математика АН БССР ; под ред. М.И. Салука. – Минск : Наука и техника, 1986. – С. 135–149.
- 23 Ballester-Bolinches, A. On lattices of p -local formations of finite groups / A. Ballester-Bolinches, L.A. Shemetkov // Math. Nachr. – 1997. – Vol. 186. – P. 57–65.
- 24 Reifferscheid, S. A note on subgroup-closed Fitting classes of finite soluble groups / S. Reifferscheid // J. Group Theory. – 2003. – Vol. 6, № 3. – P. 331–345.
- 25 Safonov, V.G. On a question of the theory of totally saturated formations of finite groups / V.G. Safonov // Algebra Colloquium. – 2008. – Vol. 15, № 1. – P. 119–128.
- 26 Safonov, V.G. On modularity of the lattice of totally saturated formations of finite groups / V.G. Safonov // Comm. Algebra. – 2007. – Vol. 35, № 11. – P. 3495–3502.
- 27 Шабалина, И.П. О решетке τ -замкнутых n -кратно ω -локальных формаций конечных групп / И.П. Шабалина // Весці НАН Беларусі. Сер. фір. матэм. навук. – 2003. – № 1. – С. 28–30.
- 28 Щербина, В.В. О подрешетках решетки частично totally насыщенных формаций конечных групп / В.В. Щербина, В.Г. Сафонов // Научн. ведомости БелГУ. Сер. Матем. и Физика. – 2019. – Т. 51, № 1. – С. 64–87.
- 29 Щербина, В.В. О некоторых свойствах решетки частично totally насыщенных формаций конечных групп / В.В. Щербина, В.Г. Сафонов // Научн. ведомости БелГУ. Сер. Матем. и Физика. – 2019. – Т. 51, № 2. – С. 227–244.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

- 30 Shemetkov, L.A. On lattices of formations of finite groups / L.A. Shemetkov, A.N. Skiba, N.N. Vorob'ev // *Algebra Colloquium*. – 2010. – Vol. 17, № 4. – P. 557–564.
- 31 Shemetkov, L.A. On laws of lattices of partially saturated formations / L.A. Shemetkov, A.N. Skiba, N.N. Vorob'ev // *Asian–European Journal of Mathematics*. – 2009. – Vol. 2, № 1. – P. 155–169.
- 32 Tsarev, A.A. On the lattice of all totally composition formations of finite groups / A.A. Tsarev // *Ric. Mat.* – 2019. – Vol. 68, № 2. – P. 693–698.
- 33 Tsarev, A.A. Lattices of composition formations of finite groups and the laws / A.A. Tsarev, N.N. Vorob'ev // *J. Algebra and Appl.* – 2018. – Vol. 17, № 5. – P. 1850084–1–1850084–17.
- 34 Tsarev, A.A. On a question of the theory of partially composition formations / A.A. Tsarev, N.N. Vorob'ev // *Algebra Colloquium*. – 2014. – Vol. 21, № 3. – P. 437–447.
- 35 Воробьев, Н.Н. О дистрибутивности решетки разрешимых totally локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев, А.Н. Скиба // *Матем. заметки*. – 2000. – Т. 67, вып. 5. – С. 662–673.
- 36 Воробьев, Н.Н. Тождества решеток частично композиционных формаций / Н.Н. Воробьев, А.Н. Скиба, А.А. Царев // *Сибирский матем. журн.* – 2011. – Т. 22, № 5. – С. 1011–1024.
- 37 Воробьев, Н.Н. О модулярности решетки τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формаций / Н.Н. Воробьев, А.А. Царев // *Украинский матем. журн.* – 2010. – Т. 62, № 4. – С. 453–463.
- 38 Жизневский, П.А. О модулярности и индуктивности решетки всех τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формаций конечных групп / П.А. Жизневский // *Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины*. – 2010. – № 1 (58). – С. 185–191.
- 39 The Kourovka Notebook. Unsolved Problems in Group Theory. 20th edition / Sobolev Inst. Math. ; editors: Khukhro E.I, Mazurov V.D. Novosibirsk: Sobolev Inst. Math. – 2022. – 269 p.
- 40 Tsarev, A.A. Algebraic lattices of partially saturated formations of finite groups / A.A. Tsarev // *Afr. Mat.* – 2020. – Vol. 31, № 3–4. – P. 701–707.
- 41 Сафонов, В.Г. Об алгебраичности решетки τ -замкнутых totally насыщенных формаций / В.Г. Сафонов // *Алгебра и логика*. – 2006. – Т. 45, № 5. – С. 620–626.
- 42 Шабалина, И.П. Алгебраичность решетки τ -замкнутых n -кратно ω -локальных формаций / И.П. Шабалина // *Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Вопросы алгебры*–18. – 2002. – № 5 (14). – С. 59–67.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

- 43 Щербина, В.В. Алгебраичность решетки τ -замкнутых totally ω -насыщенных формаций конечных групп / В.В. Щербина // Уфимск. матем. журн. – 2020. – Т. 12, № 1. – С. 83–91.
- 44 Tsarev, A.A. Algebraic lattices of solvably saturated formations and their applications / A.A. Tsarev // Bol. Soc. Mat. Mex., III – Vol. 26, № 3. – P. 1003–1014.
- 45 Щербина, В.В. О двух задачах теории частично totally композиционных формаций конечных групп / В.В. Щербина // Прикл. матем. & физика. – 2020. – Т. 52, № 1. – С. 18–32.
- 46 Камозина, О.В. О неоднопорожденных кратно ω -веерных классах Фиттинга конечных групп / О.В. Камозина // Матем. заметки. – 2006. – Т. 79, вып. 3. – С. 396–408.
- 47 Камозина, О.В. Алгебраические решетки кратно Ω -расслоенных классов Фиттинга / О.В. Камозина // Дискретная математика. – 2006. – Т. 18, вып. 2. – С. 139–145.
- 48 Воробьев, Н.Н. Об индуктивных решетках формаций и классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев // Докл. НАН Беларуси. – 2000. – Т. 44, № 3. – С. 21–24.
- 49 Tsarev, A.A. Inductive lattices of totally composition formations / A.A. Tsarev // Rev. Colomb. Mat. – 2018. – V. 52, № 2. – P. 161–169.
- 50 Воробьев, Н.Н. Отделимые решетки кратно σ -локальных формаций / Н.Н. Воробьев, И.И. Стаселько, А. Ходжагулыев // Сибирский матем. журн. – 2021. – Т. 62, № 4. – С. 721–735.
- 51 Safonova, I.N. On σ -inductive lattices of n -multiply σ -local formations of finite groups / I.N. Safonova // Journal of Algebra and Its Appl. – 2022. – P. 2450017. <https://doi.org/10.1142/S0219498824500178>.
- 52 Воробьев, Н.Н. Об одном вопросе теории локальных классов конечных групп / Н.Н. Воробьев // Вопросы алгебры. Гомель : изд-во Гомельского гос. ун-та, 1999. – Вып. 14. – С. 132–140.
- 53 Ведерников, В.А. ω -Веерные формации и классы Фиттинга конечных групп / В.А. Ведерников, М.М. Сорокина // Матем. заметки. – 2002. – Т. 71, вып. 1. – С. 43–60.
- 54 Скачкова, Ю.А. Решетки Ω -расслоенных формаций / Ю.А. Скачкова // Дискретная математика. – 2002. – Т. 14, № 2. – С. 85–94.
- 55 Еловикова, Ю.А. Свойства решетки всех кратно Ω -канонических формаций / Ю.А. Еловикова // Дискретная математика. – 2006. – Т. 18, вып. 2. – С. 146–158.
- 56 Камозина, О.В. Индуктивные решетки кратно Ω -расслоенных классов Фиттинга / О.В. Камозина // Вестник Брянского государственного университета. Точные и естественные науки. – 2015. – Т. 26, № 3. – С. 366–369.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

57 Щербина, В.В. О двух задачах теории частично totally композиционных формаций конечных групп / В.В. Щербина // Прикл. матем. & физика. – 2020. – Т. 52, № 1. – С. 18–32.

58 Каморников, С.Ф. О корадикалах субнормальных подгрупп / С.Ф. Каморников, Л.А. Шеметков // Алгебра и логика. – 1995. – Т. 34, № 5. – С. 493–513.

59 Ян, Н. О модулярности и алгебраичности решетки кратно ω -композиционных классов Фиттинга / Н. Ян, Н.Н. Воробьев, И.И. Стаселько // Известия вузов. Математика. – 2023. – № 4. – С. 76–88.

60 Стаселько, И.И. О минимальной σ -функции Хартли порожденного σ -локального класса Фиттинга / И.И. Стаселько // XVII Машеровские чтения: материалы междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 20 октября 2023 г. : в 2 т. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.] – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2023. – Т. 1. – С. 33–34.

61 Воробьев, Н.Н. О минимальной локальной функции Хартли порожденного totally σ -локального класса Фиттинга / Н.Н. Воробьев, И.И. Стаселько // Наука – образованию, производству, экономике [Электронный ресурс]: материалы 75 Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 3 марта 2023 г. – Витеб. гос. ун-т; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.] – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2023. – Режимы доступа : <https://rep.vsu.by/handle/123456789/1230>; <https://conf.vsu.by/?p=1140>. – С. 29–31.

62 Воробьев, Н.Н. Индуктивные решетки σ -локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев, И.И. Стаселько // Алгебра, теория чисел, дискретная геометрия и многомасштабное моделирование: Современные проблемы, приложения и проблемы истории : Материалы XXII Международной конференции, посвященной 120-летию со дня рождения академика А.Н. Колмогорова и 60-летию со дня открытия школы-интерната № 18 при Московском университете, Тула, 26–29 сентября 2023 года / Тул. гос. пед. ун-т им. Л.Н. Толстого ; редкол.: В.Н. Чубариков [и др.]. – Тула, 2023. – С. 44–46.

63 Акт о внедрении результатов НИОКР в учебный процесс учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Авторы: И.И. Стаселько по теме: «Индуктивные решетки σ -локальных классов Фиттинга конечных групп» от 1 ноября 2023 года.