где

$$C_k^{-1} = \prod_{j=p+1}^{n-1}\left(\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{k_j}{2}\right)\Gamma^{-1}\left(\frac{k_j+1}{2}\right)\right), \quad \beta = \frac{m}{2(m+2)}, \quad \gamma = p + \sum_{j=n-p}^{n-1} k_j,$$

$$\rho_{xx_0}^2 = \sum_{i=1}^{n-1}(x_i - x_{i0})^2 + \frac{4}{(m+2)^2}\left(x_n^{(m+2)/2} - x_{n0}^{(m+2)/2}\right)^2,$$

$\mathcal{E}^*(x;x_0)$ — регулярная в точке x_0 функция.

Очевидно, что фундаментальное решение уравнения (1) обладает следующими свойствами:

$$\mathcal{E}(\xi;x) = o(1) \quad \text{при} \quad x_p \to 0,$$

$$\frac{\partial\mathcal{E}(\xi;x)}{\partial x_p} = o(1) \quad \text{при} \quad \xi_p \to 0, \qquad \frac{\partial\mathcal{E}(\xi;x)}{\partial x_p} = O(1) \quad \text{при} \quad x_p \to 0,$$

$$\mathcal{E}(x;x_0) = O((\rho_{xx_0}^2)^{-(\gamma-2)/2-(m+4)/(2m+4)}) \quad \text{при} \quad |x| \to \infty,$$

$$A[\mathcal{E}(x;x_0)] = O((\rho_{xx_0}^2)^{-\gamma/2-(m+4)/(2m+4)}) \quad \text{при} \quad |x| \to \infty,$$

где $A[\cdot] = \xi_n^m \sum_{i=1}^{n-1} \cos(\mathrm{n},\xi_i)\frac{\partial}{\partial\xi_i} + \cos(\mathrm{n},\xi_n)\frac{\partial}{\partial\xi_n}$ — конормальная производная, n — внешняя нормаль к границе Г.

Литература

1. Смирнов М.М. *Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения* М.: Наука, 1966.

2. Нигмедзянова А.М. *Исследование краевых задач* **N** *для одного многомерного вырождающегося эллиптического уравнения первого рода методом потенциалов* // Вестн. Татарского гос гуманитарно-педагогического ун-та. Математика. 2008. № 9. С. 17–20.

3. Нигмедзянова А.М. *Исследование краевых задач* N *для одного вырождающегося эллиптического уравнения первого рода методом интегральных уравнений* // Тр. Российской школы «Математическое моделирование в системах компьютерной математики» и Российского семинара «Нелинейные поля в теории гравитации и космологии». Казань; Яльчик, 2010. С. 66–72.

4. Чеботарева Э.В. *Решение краевых задач для многомерного вырождающегося B-эллиптического уравнения первого рода* // Филология и культура. 2007. № 9–10. С. 9–14.

МНОЖЕСТВО РАЗРУШЕНИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

А.И. Никитин

Рассмотрим начально-краевую задачу для системы полулинейных параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями:

$$\begin{cases} u_t = \Delta u + c_1(x,t)v^p, \quad v_t = \Delta v + c_2(x,t)u^q, & x \in \Omega, \quad t > 0, \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu} = \displaystyle\int_\Omega k_1(x,y,t)u^m(y,t)\,dy, & x \in \partial\Omega, \quad t > 0, \\ \dfrac{\partial v}{\partial \nu} = \displaystyle\int_\Omega k_2(x,y,t)v^n(y,t)\,dy, & x \in \partial\Omega, \quad t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x), \quad v(x,0) = v_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

где p,q,m,n — положительные постоянные, Ω — ограниченная область в $\mathbb{R}^N$ $(N \geqslant 1)$ с гладкой границей $\partial\Omega$, ν — единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Будем предполагать, что для задачи (1) выполнено следующее:

$$c_i(x,t) \in C^{\alpha}_{\mathrm{loc}}(\overline{\Omega} \times [0,+\infty)), \quad 0 < \alpha < 1, \quad c_i(x,t) \geqslant 0, \quad i = 1,2;$$

$$k_i(x,y,t) \in C(\partial\Omega \times \overline{\Omega} \times [0,+\infty)), \quad k_i(x,y,t) \geqslant 0, \quad i = 1,2;$$

$$u_0(x), v_0(x) \in C^1(\overline{\Omega}), \quad u_0(x) \geqslant 0, \quad v_0(x) \geqslant 0 \ \text{ в } \ \Omega;$$

$$\frac{\partial u_0(x)}{\partial \nu} = \int\limits_{\Omega} k_1(x,y,t) u_0^m(y)\,dy, \quad \frac{\partial v_0(x)}{\partial \nu} = \int\limits_{\Omega} k_2(x,y,t) v_0^n(y)\,dy \ \text{ на } \ \partial\Omega.$$

Определение. Точку $x_0 \in \overline{\Omega}$ будем называть точкой разрушения решения (u,v) задачи (1) в $\Omega \times (0,T^*)$, если существует последовательность $\{(x_n,t_n)\}$, $x_n \in \Omega$, $t_n < T^*$, $(x_n,t_n) \to (x_0,T^*)$ при $n \to \infty$ и $\lim\limits_{n\to\infty} (u(x_n,t_n) + v(x_n,t_n)) = \infty$. Множество разрушения решения есть множество всех точек разрушения.

Введем обозначения:

$$J_1(t) = \int\limits_0^t \int\limits_{\Omega} u^m(x,\tau)\,dx\,d\tau, \quad J_2(t) = \int\limits_0^t \int\limits_{\Omega} v^n(x,\tau)\,dx\,d\tau.$$

Лемма. *Пусть решение $(u(x,t),v(x,t))$ задачи (1) разрушается при $t = T$. Тогда если $m > 1$ и $\inf\limits_{\partial\Omega\times Q_T} k_1(x,y,t) > 0$, то для $t \in [0,T)$*

$$J_1(t) \leqslant s_1(T-t)^{-1/(m-1)}, \quad s_1 > 0,$$

или если $n > 1$ и $inf_{\partial\Omega\times Q_T} k_2(x,y,t) > 0$, то для $t \in [0,T)$

$$J_2(t) \leqslant s_2(T-t)^{-1/(n-1)}, \quad s_2 > 0.$$

Теорема. *Пусть $p,q \leqslant 1, m,n > 1$ и выполнены условия Леммы. Тогда решение задачи (1) разрушается только на границе $\partial\Omega$.*

Литература

1. Гладков А.Л., Никитин А.И. *О глобальном существовании решений начально-краевой задачи для системы полулинейный параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями Неймана* // Дифференц. уравнения. 2018. Т. 54. № 1. С. 88–107.

2. Gladkov A., Kavitova T. *Blow-up problem for semilinear heat equation with nonlinear nonlocal boundary condition* // Applicable Analysis. 2016. V. 95. № 9. P. 1974–1988.

УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ МОДЕЛИ

Я.А. Окрут, А.С. Федотов

Рассмотрим двухтемпературную модель, описывающую перенос энергии на малых временных масштабах, применяемую для расчета тепловых полей при нагреве металлов фемтосекундными лазерными импульсами. При низких мощностях импульсов двухтемпературная модель имеет прикладное значение для расчета оптоакустических и оптоакустоплазмонных задач, а характеристики среды можно считать не зависящими от температуры.