

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Министерство образования Республики Беларусь
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»
(ВГУ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА)

УДК 517.956.41+517.956.42+517.956.43
Рег. № 20231262

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе,
д-р. пед.н., профессор
_____ Е.Я. Аршанский
« _____ » _____ 2025 г.

ОТЧЕТ
о научно-исследовательской работе

СИСТЕМЫ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
С ПОГЛОЩЕНИЕМ
(заключительный)

договор с БРФФИ № Ф23М-021 от 02.05.2023 г.

Руководитель НИР,
доцент кафедры прикладного
и системного программирования
кандидат физико-математических наук

_____ А. И. Никитин

Начальник
научно-исследовательского сектора,
кандидат геолого-минералогических наук,
доцент

_____ И.А. Красовская

Витебск 2025

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель НИР, доцент
кафедры прикладного
и системного программирования,
кандидат физико-математических наук,
ВГУ имени П.М. Машерова

_____ А.И. Никитин
(раздел 1, 4, 5, 8)

Исполнители темы:

Аспирант ВГУ
имени П.М. Машерова

_____ Д.В.Шидловская
(раздел 2)

Магистрант механико-математического
факультета Белорусского
государственного университета

_____ Д.А. Булыно
(раздел 3,6,7)

Нормоконтроль

_____ Т.В. Харкевич

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

РЕФЕРАТ

Отчет 41 с., 1 кн., 25 источников

ПОЛУЛИНЕЙНЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ,
НЕЛОКАЛЬНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ, ЛОКАЛЬНОЕ
СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЯ, ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ,
НЕЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ, ПРИНЦИП СРАВНЕНИЯ

Объект исследования – поведение решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и с нелокальными граничными условиями.

Цель работы – исследование начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и с нелокальными граничными условиями.

Рассмотрены начально-краевые задачи для полулинейных параболических уравнений с поглощением и с нелинейными нелокальными граничными условиями. Построен механизм доказательства локального существования решения для начально-краевой задачи для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и с нелокальными граничными условиями с переменными коэффициентами. Построен принцип сравнения решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и с нелокальными граничными условиями Неймана с переменными коэффициентами и неотрицательными начальными данными. Построены механизмы доказательства достаточных условий единственности и неединственности решений для начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением. Построен механизм доказательства достаточных условий существования и отсутствия глобальных решений для начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением. Изучен вопрос построения множества разрушения решений для системы полулинейных параболических уравнений с поглощением.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Полученные результаты могут использоваться у специалистов по общей теории дифференциальных уравнений или по дифференциальным уравнениям с частными производными, а также при чтении курсов по теории нелинейных параболических уравнений. Данные начально-краевые задачи описывают математические модели в различных отраслях науки (химия, гидродинамика, генетика и т.д.).

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1 Доказательство существования локального решения начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	9
2 Построение принципа сравнений решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	14
3 Исследование вопроса единственности решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	19
4 Исследование вопроса неединственности решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	20
5 Исследование свойств решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	23
6 Исследование условий существования глобальных решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	24
7 Исследование условий отсутствия глобальных решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями	29
8 Построение асимптотических оценок решений и множества разрушения решений начально-краевых задач для систем полулинейных параболических уравнений с поглощением и нелинейными нелокальными граничными условиями.....	33
9 Изучение перспектив дальнейшего развития исследований и практического использования полученных результатов	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	38

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Никитин, А. И. Локальное существование решений начально-краевой задачи для системы полулинейных параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями / А. И. Никитин // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2015. – №5(89). – С. 14–19.
2. Bedjaoui, N. Critical blowup exponents for a system of reaction-diffusion equations with absorption / N. Bedjaoui, P. Souplet // Z. angew. Math. Phys. – 2002. – Vol. 53. – P. 197-210.
3. Cortazar, C. On the short-time behavior of the free boundary of a porous medium equation / C. Cortazar, M. del Pino, M. Elgueta // Duke Mathematical Journal. – 1997. – Vol. 87. – P. 133–149.
4. Cui, Z. Roles of weight functions to a nonlinear porous medium equation with nonlocal source and nonlocal boundary condition / Z. Cui, Z. Yang // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2008. – Vol. 342, № 1. – P. 559–570.
5. Cui, Z. Blow-up of solutions for nonlinear parabolic equation with nonlocal source and nonlocal boundary condition / Z. Cui, Z. Yang, R. Zhang // Applied Mathematics and Computation. – 2013. – Vol. 224. – P. 1–8.
6. Deng, K. Comparison principle for some nonlocal problems / K. Deng // Quarterly of Applied Mathematics. – 1993. – Vol. 50, № 3. – P. 517–522.
7. Deng, K. Blow-up for a parabolic system coupled in an equation and a boundary condition / K. Deng, C.L. Zhao // Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A: Mathematics. – 2001. – Vol. 131. – P. 1345–1355.
8. Deng, K. Blow-up for the equation with a general memory boundary condition / K. Deng, Z. Dong // Communications on Pure and Applied Analysis. – 2012. – Vol. 11. – P. 2147–2156.
9. Fang, Z. B. Roles of weight functions to a nonlocal porous medium equation with inner absorption and nonlocal boundary condition / Z. B. Fang, J. Zhang, S.-C. Yi // Abstr. Appl. Anal. – 2012. – Vol. 2012. – P. 1–16.

10. Fang, Z. B. Influence of weight functions to a nonlocal p -Laplacian evolution equation with inner absorption and nonlocal boundary condition / Z. B. Fang, J. Zhang // J. Inequal. Appl. – 2013. – Vol. 2013. – P. 1–10.
11. Fang, Z. B. Global and blow-up solutions for the nonlocal p -Laplacian evolution equation with weighted nonlinear nonlocal boundary condition / Z. B. Fang, J. Zhang // J. Integral Equations Appl. – 2014. – Vol. 26, № 2. – P. 171–196.
12. Fang, Z. B. Global existence and blow-up of solutions for p -Laplacian evolution equation with nonlinear memory term and nonlocal boundary condition / Z. B. Fang, J. Zhang // Bound. Value Probl. – 2014. – Vol. 8. – 17 p.
13. Gao, Y. Existence and blow-up of solutions for a porous medium equation with nonlocal boundary condition / Y. Gao, W. Gao // Applicable Analysis. – 2011. – Vol. 90. – P. 799–809.
14. Gladkov A.L. Blow-up of solutions for semilinear heat equation with nonlinear nonlocal boundary condition / A.L. Gladkov, K.I. Kim // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2008. – Vol. 338, no. 1. – P. 264–273.
15. Gladkov A.L. Uniqueness and nonuniqueness for reaction-diffusion equation with nonlocal boundary condition / A.L. Gladkov, K.I. Kim // Advances in Mathematical Sciences and Applications. – 2009. – Vol. 19, no. 1. – P. 39–49.
16. Gladkov, A. Blow-up problem for semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition / A. Gladkov, M. Guedda // Nonlinear Analysis. – 2011. – Vol. 74. – P. 4573–4580.
17. Gladkov, A. Semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition / A. Gladkov, M. Guedda // Applicable Analysis. – 2012. – Vol. 91, № 12. – P. 2267–2276.
18. Gladkov, A. Blow-up problem for semilinear heat equation with nonlinear nonlocal Neumann boundary condition / A. Gladkov // Communications on Pure and Applied Analysis. – 2017. – Vol. 16, № 6. – P. 2053–2068.
19. Gladkov A.L. A reaction-diffusion system with nonlinear nonlocal boundary conditions / A.L. Gladkov, A.I. Nikitin // International Journal Partial

Differential Equations. – 2014. – Vol. 2014. – P. 1–10.

20. Gladkov A.L. On the existence of global solutions of a system of semilinear parabolic equations with nonlinear nonlocal boundary conditions / A.L. Gladkov, A.I. Nikitin // Differential Equations. – 2016. – Vol. 52, no. 4. – P. 467–482.

21. Gladkov A.L. On global existence of solutions of initial boundary value problem for a system of semilinear parabolic equations with nonlinear nonlocal neumann boundary conditions / A.L. Gladkov, A.I. Nikitin // Differential Equations. – 2018. – Vol. 54, no. 1. – P. 88–107.

22. Gladkov, A. Blow-up problem for semilinear heat equation with nonlinear nonlocal boundary condition / A. Gladkov, T. Kavtova // Applicable Analysis. – 2016. – Vol. 95. – P. 1974–1988.

23. Gladkov, A. Initial boundary value problem for a semilinear parabolic equation with nonlinear nonlocal boundary conditions / A. Gladkov, T. Kavtova // Ukrainian Mathematical Journal. – 2016. – Vol. 68, № 2. – P. 162–174.

24. Hu, B. The profile near blowup time for solution of the heat equation with a nonlinear boundary condition / B. Hu, H.-M. Yin // Transactions of the American Mathematical Society. – 1994. – Vol. 346, № 1. – P. 117–135.

25. Hu, B. Critical exponents for a system of heat equations coupled in a non-linear boundary conditions / B. Hu, H.-M. Yin // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 1996. – Vol. 19, № 14. – P. 1099–1120.