Таким образом, для семейства трехмерных многообразий, определяемых векторными раскрасками многогранников, задача нахождения минимального геометрического разложения по Терстону решается эффективно.

Во второй части доклада планируется рассказать о проблеме кохомологической жесткости. Семейство многообразий называется *когомологически жестким* (над кольцом коэффициентов R), если из изоморфизма градуированных колец кохомологий над R любых двух многообразий из семейства следует их диффеоморфность. Построим семейство трехмерных многообразий следующим образом. Все вершины идеального прямоугольного многогранника P в $\mathbb{L}^3$ имеют валентность 4, поэтому его грани можно раскрасить в два цвета так, что грани с общим ребром имеют разный цвет. После срезки всех вершин многогранника P получаем простой многогранник $\hat{P}$ с раскраской граней в три цвета, где новые четырехугольники имеют третий цвет. Если сопоставить трем цветам базисные векторы в $\mathbb{Z}_2^3$, получим векторную раскраску Λ многогранника $\hat{P}$. Положим $M(P) = M(\hat{P}, \Lambda)$.

Теорема. [5,4] Семейство трехмерных многообразий $\{M(P)\}$, параметризуемое идеальными прямоугольными многогранниками в $\mathbb{L}^3$, является кохомологически жестким над $\mathbb{Z}_2$.

Автор благодарен В.М. Бухштаберу за постоянное внимание к работе.

Литература

1. Buchstaber V.M., Panov T.E., *Toric Topology*. Math. Surv. and Monogr., 204, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2015.
2. Aschenbrenner M., Friedl S., Wilton H. 3-manifold groups. EMS Series of Lectures in Mathematics, 2015.
3. Erokhovets N. *Canonical geometrization of orientable 3-manifolds defined by vector-colourings of 3-polytopes*// arXiv:2011.11628v2.
4. Ероховец Н.Ю. Теория семейств многогранников: фуллерены и многогранники А. В. Погорелова// Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех. 2021. № 2. С. 61–72.
5. Erokhovets N. *B-rigidity of ideal almost Pogorelov polytopes*// arXiv:2005.07665v4.

О НОВЫХ КЛАССАХ ФИТТИНГА, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ОБОБЩЕННОЙ ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА

Залеская Е.Н.¹

¹Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, Московский, 33, 210038 Витебск, Беларусь
¹ZalasskayaEN@yandex.by

В настоящей работе рассматриваются только конечные группы. Напомним, что классом Фиттинга называется класс групп $\mathfrak{F}$, удовлетворяющий следующим условиям:

- 1) каждая нормальная подгруппа любой группы из $\mathfrak{F}$ также принадлежит $\mathfrak{F}$;
- 2) из того, что нормальные подгруппы A и B группы G принадлежат $\mathfrak{F}$, всегда следует, что их произведение AB принадлежит $\mathfrak{F}$.

Решение многих задач описания строения классов Фиттинга и их классификации связано с применением операторов Локетта "*" и "*" [1].

Напомним, что секцией Локетта класса Фиттинга $\mathfrak{F}$, обозначаемой $Locksec(\mathfrak{F})$ [1], называют совокупность всех таких классов Фиттинга $\mathfrak{H}$, для которых $\mathfrak{F}^* = \mathfrak{H}^*$, где класс $\mathfrak{F}^*$ определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathfrak{F}$ и такой, что для всех групп G и H справедливо равенство $(G \times H)_{\mathfrak{F}^*} = G_{\mathfrak{F}^*} \times H_{\mathfrak{F}^*}$. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют классом Локетта, если $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$.

Следуя [2], для пары классов Фиттинга $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$ определим отображение

$$\mathfrak{X} \rightarrow \mathfrak{X} \cap \mathfrak{F}^* \tag{1}$$

из $Locksec(\mathfrak{H})$ в $Locksec(\mathfrak{F})$. В работе [1] Локетт поставил проблему: верно ли, что отображение (1) сюръективно всегда, когда $\mathfrak{H} = \mathfrak{S}$, где $\mathfrak{S}$ — класс всех конечных разрешимых групп. В дальнейшем эта проблема стала известна как «гипотеза Локетта» [1].

Первоначально гипотеза Локетта была подтверждена Брайсом и Косси [3] для разрешимых локальных наследственных классов Фиттинга. Также гипотеза нашла подтверждение для следующих семейств классов Фиттинга: разрешимых локальных вида $\mathfrak{X}\mathfrak{N}$, $\mathfrak{X}\mathfrak{S}_\pi\mathfrak{S}_{\pi'}$ (Бейдлеман и Хаук [4]), произвольных разрешимых локальных (Н.Т. Воробьев [5]), произвольных локальных (Галледжи [6]). Напомним, что гипотеза Локетта была расширена Дерком и Хоксом [2, X, 6.1] следующим способом:

Обобщенная гипотеза Локетта [2, X, 6.1]. Пусть $\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F}$ — классы Фиттинга, причем $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в $\mathfrak{H}$, если отображение (1) из $Locksec(\mathfrak{H})$ в $Locksec(\mathfrak{F})$ сюръективно.

Ввиду результата Брайса и Косси [3], необходимым и достаточным условием для справедливости обобщенной гипотезы Локетта является выполнимость следующего равенства

$$\mathfrak{F}_* = \mathfrak{F}^* \cap \mathfrak{H}_* \tag{2}$$

(см., например, [2, X, 6.1]), где класс $\mathfrak{F}_*$ — пересечение всех таких классов Фиттинга $\mathfrak{X}$, для которых $\mathfrak{X}^* = \mathfrak{F}^*$.

Целью работы является определение достаточных условий для того, чтобы классы Фиттинга удовлетворяли обобщенной гипотезе Локетта.

Доказана следующая

Теорема. Пусть классы Фиттинга $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{F}$ таковы, что $\mathfrak{X}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{N}$ — насыщенная радикальная формация, причем $\mathfrak{F}_* = (\mathfrak{F}_*\mathfrak{N})_*$. Тогда если класс $\mathfrak{X}*\mathfrak{N}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в $\mathfrak{F}$, то и класс $\mathfrak{X}_*\mathfrak{N}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в $\mathfrak{F}$.

«Исследования выполнены при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция-2025» (2021-2025)».

Литература

1. Lockett P. *The Fitting class $\mathfrak{F}^*$* . // Math. Z. 1974. Bd. 137. No 2. S. 131–136.
2. Doerk K., Hawkes T. *Finite solvable groups*. New York, Berlin: Walter de Gruyter, 1992.
3. Bryce R.A., Cossey J. *A problem in theory of normal Fitting classes*. // Math. Z. 1975. Vol. 141. No 2. P. 99–100.
4. Beidleman J.C., Nauck P. *Über Fittingklassen und die Lockett-Vermutung*. // Math. Z. 1979. Bd. 167. No 2. P. 161–167.
5. Воробьев Н.Т. *О радикальных классах конечных групп с условием Локетта*. // Мат. заметки. 1988. Т. 43. № 2. С. 161–168.
6. Gallego M.P. *Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture*. // Comm. Algebra. 1996. Vol. 24. No 6. P. 2011–2023.

УНИСИГУЛЯРНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ПРОСТЫХ ГРУПП ЛИЕВА ТИПА

Залесский А.Е.¹

¹НАН Беларуси, Отделение физики, математики и информатики, Минск, Беларусь
alexandre.zalieski@gmail.com

Пусть G — конечная группа и P — поле. Представление группы G над P называется унисигулярным, если каждый ее элемент имеет собственное значение 1. Рассматривается проблема классификации неприводимых P -представлений для конечных простых групп G лиева типа, в основном, для случая, когда характеристика поля P совпадает с характеристикой поля определения группы G .