

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

УДК 517.926+517.977

Инц
Ирина Викторовна

ГЛОБАЛЬНАЯ ЛЯПУНОВСКАЯ ПРИВОДИМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ И ИНТЕГРАЛЬНО ОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Минск, 2019

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Работа выполнена в учреждении образования «Полоцкий государственный университет»

Научный руководитель: **КОЗЛОВ Александр Александрович**,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
заведующий кафедрой высшей математики,
Полоцкий государственный университет.

Официальные оппоненты: **МАЗАНИК Сергей Алексеевич**,
доктор физ.-мат. наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики,
Белорусский государственный университет;

КАРПУК Михаил Васильевич,
кандидат физ.-мат. наук,
старший научный сотрудник
Государственного научного учреждения
«Институт математики Национальной
академии наук Беларуси».

Оппонирующая организация: **ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»**

Защита состоится «27» июня 2019 г. в 13:30 на заседании совета по защите диссертаций Д 01.02.02 при Государственном научном учреждении «Институт математики Национальной академии наук Беларуси» по адресу: 220072, Республика Беларусь, г. Минск, ул. Сурганова, 11. Тел. учёного секретаря: (+375-17) 284-17-62. E-mail: vbened@im.bas-net.by.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси».

Автореферат разослан «...» мая 2019 г.

Учёный секретарь совета
по защите диссертаций, кандидат
физико-математических наук, доцент

В. И. Бенедиктович

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ВВЕДЕНИЕ

Задачи о глобальной ляпуновской приводимости и равномерной достижимости являются обобщением задачи глобального управления отдельными асимптотическими характеристиками линейных дифференциальных систем, которая, в свою очередь, возникает как естественное распространение известной проблемы теории автоматического регулирования о назначении спектра для линейных систем с постоянными коэффициентами на нестационарный случай.

Данной тематике, а также связанным с ней вопросам, посвящен ряд классических работ Р. Калмана, Н. Н. Красовского, В. М. Попова, М. Уонэма, П. Бруновского, В. А. Воловича, А. Чанга, М. Икеда, Х. Маеда, Ш. Кодама, Л. Сильвермана, Х. Медоуза, Б. Андерсона. Последующее развитие такого направления исследований было осуществлено Е. Л. Тонковым, Л. Е. Забелло, И. В. Гайшуном, Е. Я. Смирновым, В. Т. Боруховым, А. А. Леваковым, С. А. Минюком, А. И. Астровским, И. Н. Сергеевым, В. А. Луньковым, С. Н. Поповой, Е. К. Макаровым, В. А. Зайцевым, А. А. Козловым и другими.

Задача о назначении спектра стационарной системы, отвечающего за асимптотическое поведение ее решений, была полностью решена В. М. Поповым, который установил, что полная управляемость стационарной системы является необходимым и достаточным условием существования линейной обратной связи, реализующей наперед заданный спектр замкнутой системы. П. Бруновский осуществил перенос этого результата на периодические системы (под спектром такой системы понимается совокупность ее мультипликаторов).

Обобщением задачи о назначении спектра для общих нестационарных линейных систем с гладкими коэффициентами — вопросами управления их асимптотическими характеристиками — занимались Е. Я. Смирнов, И. В. Гайшун. В негладком случае Е. Л. Тонков предложил рассматривать эти вопросы при условии равномерной полной управляемости системы. В такой постановке наиболее существенное продвижение при решении данных задач, а также более общих вопросов о глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости систем было получено Е. Л. Тонковым, С. Н. Поповой, Е. К. Макаровым и В. А. Зайцевым. Основное внимание в их работах уделялось системам с медленно изменяющимися, в частности, кусочно равномерно непрерывными, коэффициентами. Поэтому актуальной представляется задача распространения этих результатов на более общие системы с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами.

Получение достаточных условий глобальной управляемости асимптотических характеристик (инвариантов) таких систем (в том числе, достаточных условий глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости этих систем) и составляет предмет настоящего исследования.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена исследованию условий глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости линейных нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами.

Связь работы с научными программами (проектами), темами. Работа выполнялась на кафедре высшей математики Полоцкого государственного университета с 2014 по 2017 гг. в соответствии с Государственной программой научных исследований «Конвергенция – 2020», подпрограмма 1 «Методы математического моделирования сложных систем», задание 1.2.01 «Управление асимптотической структурой линейной нестационарной системы обыкновенных дифференциальных уравнений» (сроки выполнения 2016 – 2020 гг., номер госрегистрации 20160439), проектами Белорусского республиканского Фонда фундаментальных исследований для молодых ученых Ф13М-055 «Глобальное управление полной совокупностью асимптотических инвариантов линейных дифференциальных систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами» (сроки выполнения 2013 – 2015 гг., номер госрегистрации 20131478), Ф16М-006 «Управление асимптотическими характеристиками линейных дифференциальных систем малых размерностей с наблюдателем» (сроки выполнения 2016 – 2018 гг., номер госрегистрации 20163156).

Цель и задачи исследования. Целью исследований является нахождение достаточных условий как глобальной управляемости отдельных асимптотических инвариантов (за исключением характеристических показателей Ляпунова) двумерной линейной нестационарной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами, так и глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости такой системы.

Для достижения этой цели решались следующие задачи:

- создать метод, позволяющий решать задачи глобального управления отдельными асимптотическими характеристиками двумерных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами;
- установить признаки равномерной стабилизируемости и глобальной скаляризуемости таких систем;
- отыскать условия глобальной управляемости верхнего особого показателя Боля, коэффициентов неправильности Ляпунова, Перрона и Гробмана, свойств правильности и приводимости для двумерной линейной дифференциальной системы с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами;

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

– определить условия наличия свойств глобальной ляпуновской приводимости, а также равномерной глобальной достижимости у двумерных линейных дифференциальных систем с локально суммируемыми коэффициентами.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми, ранее неизвестными. Они распространяют классические результаты по управлению асимптотическими характеристиками линейных нестационарных дифференциальных систем с кусочно равномерно непрерывными и ограниченными коэффициентами на двумерные линейные системы с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами.

Положения, выносимые на защиту.

– доказательство пропорциональной глобальной управляемости верхнего особого (генерального) показателя Боля, глобальной управляемости коэффициентов неправильности Ляпунова, Перрона и Гробмана, свойств правильности и приводимости, а также равномерной стабилизируемости и глобальной скаляризуемости для двумерных линейных равномерно вполне управляемых систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами, которое основано на введенном понятии равномерной глобальной квазидостижимости линейной дифференциальной системы;

– установление глобальной ляпуновской приводимости двумерных линейных равномерно вполне управляемых (по Тонкову) систем с локально суммируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами;

– получение достаточных условий равномерной глобальной достижимости двумерных линейных нестационарных дифференциальных систем с локально интегрируемой и интегрально ограниченной матрицей коэффициентов.

Личный вклад соискателя ученой степени. Основные результаты, приведенные в диссертационной работе, получены автором самостоятельно. Все эти результаты опубликованы в совместных работах с научным руководителем соискателя А.А. Козловым, которому принадлежит постановка задачи и общее руководство. В совместных с Бураком А.Д. статье [1] и материалах конференции [5] последнему принадлежит только вводная обзорно-аналитическая часть.

Апробация результатов диссертации и информация об использовании ее результатов. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на:

– международной научной конференции молодых ученых «Молодежь в науке-2013», Минск, 19–22 ноября 2013 г.;

– XVI международной научной конференции по дифференциальным уравнениям ("ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-2014"), Новополюцк, 19–22 мая 2014 г.;

– XII международной научно-технической конференции «Наука - образо-

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ванию, производству, экономике», Минск, 19–22 июня 2014 г.;

– международной научной конференции «Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование», Дивноморское, Краснодарский край, Российская Федерация, 7–13 сентября 2014 г.;

– международной научной конференции «Молодежь в науке-2014», Минск, 18–21 ноября 2014 г.;

– международной научной конференции «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів», Ровно, Украина, 19–22 февраля 2015 г.;

– VII международной конференции молодых учёных «European and national dimension in research», Полоцк, 29–30 апреля 2015 г.;

– международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий», Сочи, Российская Федерация, 15–24 мая 2015 г.;

– всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти проф. Н.В. Азбелева и проф. Е.Л. Тонкова «Теория управления и математическое моделирование», Ижевск, Российская Федерация, 9–11 июня 2015 г.;

– международной конференции по математической теории управления и механике, Суздаль, Российская Федерация, 2–7 июля 2015 г.;

– международной конференции «Колмогоровские чтения. Общие проблемы управления и их приложения. Проблемы преподавания математики» (ОПУ-2015), Тамбов, Российская Федерация, 8–12 октября 2015 г.;

– международной математической конференции «Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям», Минск, 7–10 декабря 2015 г.;

– международной научной конференции «XII Белорусская математическая конференция», Минск, 5–10 сентября 2016 г.;

– научных семинарах по качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений кафедры математического анализа и геометрии Витебского государственного университета им. П. М. Машерова (Витебск, 2016–2017 гг.).

Опубликование результатов диссертации. По теме диссертационного исследования опубликовано 17 работ, в том числе: 4 статьи в научных журналах (4,75 авторских листа), 2 из которых («Дифференциальные уравнения» и «Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки») входят в наукометрические базы данных Scopus и Web of Science; 7 статей в сборниках материалов конференций, 6 публикаций в сборниках тезисов докладов на конференциях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из оглавления

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ния, перечня сокращений и (или) условных обозначений, введения, общей характеристики работы, трех глав, заключения, библиографического списка. Полный объем диссертации составляет 131 страница машинописного текста, из них 15 страниц занимает библиографический список, состоящий из 163 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована тема диссертации и ее актуальность, отражено место диссертационной работы среди исследований в области теории управления асимптотическими инвариантами линейных дифференциальных систем.

В **первой главе** диссертации содержится краткий обзор важнейших результатов, связанных с управляемостью асимптотических инвариантов линейных систем. Результаты, наиболее близкие к теме данного исследования, представлены более подробно с включением формулировок основных теорем.

Пусть \mathbb{R}^n — вещественное евклидово пространство размерности n с каноническим ортонормированным базисом e_1, \dots, e_n и нормой $\|x\| = \sqrt{x^T x}$. Обозначим через M_{mn} пространство вещественных матриц размерности $m \times n$ со спектральной нормой, т. е. операторной нормой, индуцируемой в M_{mn} евклидовыми нормами в \mathbb{R}^n и \mathbb{R}^m ; $M_n := M_{nn}$; $E \in M_n$ — единичная матрица.

Рассматривается линейная нестационарная управляемая система

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

в которой матричные коэффициенты $A(\cdot)$ и $B(\cdot)$ принадлежат некоторому заданному классу функций. Замкнем систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$, в которой функциональная матрица $U(\cdot)$ (ее всюду далее будем называть *допустимым управлением*) выбирается из такого класса $m \times n$ -матриц-функций, чтобы замкнутая однородная система

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

при любом $U(\cdot)$ из этого класса принадлежала тому же множеству систем, что и *свободная система*, т. е. линейная система (1) с нулевым управлением

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Определение 1.16. *Преобразованием Ляпунова называется линейное преобразование $y = L(t)x$ с обратимой абсолютно непрерывной матричной функцией $L = L(t)$, заданной на положительной полуоси со значениями во множестве $n \times n$ -матриц и удовлетворяющей для всех $t \geq 0$ неравенству*

$$\|L(t)\| + \|L^{-1}(t)\| + \int_t^{t+1} \|\dot{L}(\tau)\| d\tau < \infty.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации.

В диссертации проведено исследование условий глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости линейных нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами. Получены следующие основные результаты:

— даны доказательства пропорциональной глобальной управляемости верхнего особого (генерального) показателя Боля, глобальной управляемости коэффициентов неправильности Ляпунова, Перрона и Гробмана, свойств правильности и приводимости, а также равномерной стабилизируемости и глобальной скаляризуемости для двумерных линейных равномерно вполне управляемых систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами, которые основаны на введенном понятии равномерной глобальной квазидостижимости линейной дифференциальной системы [1, 3, 5, 7, 8, 10, 12, 15, 16];

— установлена глобальная ляпуновская приводимость двумерных линейных равномерно вполне управляемых (по Тонкову) систем с локально суммируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами [2, 6, 11, 13, 14];

— получены достаточные условия равномерной глобальной достижимости двумерных линейных нестационарных дифференциальных систем с локально интегрируемой и интегрально ограниченной матрицей коэффициентов [4, 9, 17].

Рекомендации по практическому использованию результатов.

Диссертация носит теоретический характер. Результаты и методы исследования могут быть использованы для решения задач теории устойчивости и управляемости нестационарных линейных систем. Они также могут найти применение при чтении спецкурсов по теории характеристических показателей Ляпунова и теории управления асимптотическими инвариантами линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи в научных журналах

1. *Инц, И. В.* Глобальная управляемость отдельных асимптотических инвариантов двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов, А. Д. Бурак // Молодежь в науке-2013: прил. к журналу «Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі». В 5 ч. Ч.2. Серия физ.-мат. наук; сер. физ.-тех. наук. — С. 37–45.
2. *Инц, И. В.* О глобальной ляпуновской приводимости двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов // Дифференц. уравнения. — 2016. — Т. 52, № 6. — С. 720–742.
3. *Инц, И. В.* О достаточном условии равномерной стабилизируемости двумерных линейных управляемых систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов // Веснік ВДЎ. — 2017. — № 1(94). — С. 14–19.
4. *Инц, И. В.* О равномерной глобальной достижимости двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов // Вестник Удмуртского ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2017. — Т. 27. Вып. 2. — С. 178–192.

Статьи в сборниках материалов конференций

5. *Инц, И. В.* Глобальное управление отдельными асимптотическими инвариантами линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов, А. Д. Бурак // «Молодежь в науке-2013»: материалы Междунар. научн. конф. молодых ученых (Минск, 19–22 ноября 2013 г.) / НАН Беларуси, 2013 г. [Электронный ресурс]. — Электрон., текст. дан. — Минск: НАН Беларуси, 2013. — С. 668–672. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
6. *Инц, И. В.* About the global controllability of full set of the asymptotic invariants linear systems / I. V. Ints, A. A. Kozlov // Міжнар. наук. конф. «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів»: матеріали Міжнар. наук. конф. (м. Рівно, Україна, 19–22 лютого 2015 р.). — Рівне: РВВ РДГУ, 2015. — С. 223.
7. *Инц, И. В.* On the property of partial uniform global attainability of linear control / I. V. Ints, A. A. Kozlov // «European and national dimension in research»: материалы VII Междунар. конф. молодых учёных (Polotsk, 29–30 April 2015 year). — Part 3. — Novopolotsk: PSU, 2015. — P. 142–144.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

8. *Инц, И. В.* О свойстве частичной равномерной глобальной достижимости линейных управляемых систем / И. В. Инц, А. А. Козлов // «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий»: материалы Междунар. научн.-практич. конф., г. Сочи, 15–24 мая 2015 г., Соч. гос. ун-т; науч. ред.: Ю. И. Дрейзис, И. Л. Макарова, А. Р. Симонян, Е. И. Улитина. — Сочи, 2015. — С. 49–53.
9. *Инц, И. В.* Свойство равномерной глобальной достижимости двумерных линейных управляемых систем / И. В. Инц // Междунар. матем. конф. «Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям»: материалы Междунар. научн. конф. Минск, 7-10 декабря 2015 г. — Часть 2. — Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2015. — С. 20–21.
10. *Инц, И. В.* О достаточном условии равномерной глобальной квазидостижимости трёхмерных дифференциальных систем / И. В. Инц, А. А. Козлов // XII Белорусская математическая конференция: материалы Междунар. науч. конф., Минск, 5–10 сентября 2016 г. — Часть 2. — Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2016. — С. 102–103.

Публикации докладов и тезисов докладов в научных журналах

11. *Инц, И. В.* Глобальная ляпуновская приводимость и равномерная глобальная квазидостижимость линейных управляемых систем / И. В. Инц, А. А. Козлов // «Колмогоровские чтения. Общие проблемы управления и их приложения. Проблемы преподавания математики» (ОПУ-2015): материалы Междунар. конф., ТГУ, Тамбов, 8–12 октября 2015 г. / Вестник Тамбовского ун-та. — 2015. — Т. 20. Вып. 5. — С. 1187–1190.

Публикации в сборниках тезисов докладов научных конференций

12. *Инц, И. В.* Равномерная стабилизируемость и глобальная скаляризуемость двумерных равномерно вполне управляемых систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов // XVI Междунар. научн. конф. по дифференц. уравнениям («ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-2014»): тез. докл. Междунар. научн. конф., Новополоцк, 19–22 мая 2014 г. — Часть 1. — Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. — С. 93–94.
13. *Инц, И. В.* Глобальное управление полной совокупностью асимптотических инвариантов двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов // XII Междунар. научн.-техн. конф. «Наука — образованию, производству, экономике»:

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

- тез. докл. Междунар. научн.-техн. конф., Минск, 19–22 июня 2014 г. — Мн.: БНТУ, 2014. — С. 383–384.
14. *Инц, И. В.* Глобальная ляпуновская приводимость двумерных быстро осциллирующих систем / И. В. Инц, А. А. Козлов // «Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование»: тез. докл. Междунар. научн. конф., Дивноморское, 7–13 сентября 2014 г. — Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2014. — С. 116–117.
 15. *Инц, И. В.* О мультипликативном представлении матрицы Коши трехмерной линейной равномерно вполне управляемой системы / И. В. Инц // «Молодежь в науке-2014»: тез. докл. Междунар. научн. конф. молодых ученых, Минск, 18–21 ноября 2014 г. / НАН Беларуси, 2014 г. [Электронный ресурс]. — Электрон., текст. дан. — Минск: НАН Беларуси, 2014. — С. 220. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
 16. *Инц, И. В.* Глобальная управляемость отдельных асимптотических инвариантов трёхмерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами / И. В. Инц, А. А. Козлов // Теория управления и математическое моделирование: тез. докл. Всеросс. конф. с междунар. участием, посвящ. памяти проф. Н. В. Азбелева и проф. Е. Л. Тонкова, Ижевск, 9–11 июня 2015 г. — Ижевск: Изд-во Удмуртский ун-т, 2015. — С. 169–171.
 17. *Инц, И. В.* О равномерной глобальной достижимости двумерных линейных управляемых систем / И. В. Инц, А. А. Козлов // Международная конференция по математической теории управления и механике: тез. докл. Междунар. научн. конф., Суздаль, 2–7 июля 2015 г. — М.: МИАН. — С. 65–66.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

РЭЗЮМЭ

Інц Ірына Віктараўна

Глабальная ляпуноўская прывадзімасць лінейных дыферэнцыяльных сістэм з лакальна інтэгруемымі і інтэгральна абмежаванымі каэфіцыентамі

Ключавыя словы: лінейныя кіруемыя сістэмы, раўнамерная поўная кіруемасць, глабальнае кіраванне асімптатычнымі інварыянтамі, глабальная ляпуноўская прывадзімасць, раўнамерная глабальная дасягальнасць.

Аб'ект даследавання — лінейныя нестацыянарныя кіруемыя сістэмы звычайных дыферэнцыяльных ураўненняў. Прадметам даследавання з'яўляюцца ўласцівасці кіруемасці асімптатычных інварыянтаў такіх сістэм.

Асноўная мэта дысертацыі заключаецца ў знаходжанні для двумернай лінейнай нестацыянарнай сістэмы з лакальна інтэгруемымі і інтэгральна абмежаванымі каэфіцыентамі дастатковых умоў глабальнай кіруемасці яе асобных асімптатычных інварыянтаў (за выключэннем характарыстычных паказчыкаў Ляпунова), а таксама яе глабальнай ляпуноўскай прывадзімасці і раўнамернай глабальнай дасягальнасці.

Даследаванні праводзяцца з выкарыстаннем метадаў матэматычнай тэорыі кіравання, матрычнага аналізу, тэорыі паказчыкаў Ляпунова, а таксама тэорыі кіравання асімптатычнымі інварыянтамі лінейных сістэм.

Даказаны глабальная кіруемасць уласцівасцяў правільнасці і прывадзімасці, каэфіцыентаў Ляпунова, Перона, Гробмана, прапарцыянальная глабальная кіруемасць верхняга асаблівага (генеральнага) паказчыка Боля, а таксама раўнамерная стабілізуемасць і глабальная скалярызуемасць для двумерных лінейных раўнамерна цалкам кіруемых (па Танкову) сістэм з лакальна інтэгруемымі і інтэгральна абмежаванымі каэфіцыентамі. Атрыманы дастатковыя ўмовы глабальнай ляпуноўскай прывадзімасці і раўнамернай глабальнай дасягальнасці такіх сістэм.

Усе вынікі дысертацыйнай работы з'яўляюцца новымі, раней невядомымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны пры рашэнні задач тэорыі ўстойлівасці і кіруемасці лінейных сістэм, а таксама пры чытанні спецкурсаў па тэорыі характарыстычных паказчыкаў Ляпунова і тэорыі кіравання асімптатычнымі інварыянтамі лінейных нестацыянарных сістэм звычайных дыферэнцыяльных ураўненняў.

РЕЗЮМЕ

Инц Ирина Викторовна

Глобальная ляпуновская приводимость линейных дифференциальных систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами

Ключевые слова: линейные управляемые системы, равномерная полная управляемость, глобальное управление асимптотическими инвариантами, глобальная ляпуновская приводимость, равномерная глобальная достижимость.

Объект исследования — линейные нестационарные управляемые системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Предметом исследования являются свойства управляемости асимптотических инвариантов таких систем.

Основная цель диссертации состоит в нахождении для двумерной линейной нестационарной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами достаточных условий глобальной управляемости ее отдельных асимптотических инвариантов (за исключением характеристических показателей Ляпунова), а также ее глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости.

Исследования проводятся с использованием методов математической теории управления, матричного анализа, теории показателей Ляпунова, а также теории управления асимптотическими инвариантами линейных систем.

Доказаны глобальная управляемость свойств правильности и приводимости, коэффициентов неправильности Ляпунова, Перрона и Гробмана, пропорциональная глобальная управляемость верхнего особого (генерального) показателя Боля, а также равномерная стабилизируемость и глобальная скаляризуемость для двумерных линейных равномерно вполне управляемых (по Тонкову) систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами. Получены достаточные условия глобальной ляпуновской приводимости и равномерной глобальной достижимости таких систем.

Все результаты диссертации являются новыми, ранее неизвестными. Они носят теоретический характер и могут быть использованы для решения задач теории устойчивости и управляемости линейных систем, а также при чтении спецкурсов по теории характеристических показателей Ляпунова и теории управления асимптотическими инвариантами линейных нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

SUMMARY

Ints Irina Viktorovna

Global Lyapunov reducibility of linear differential systems with local integrable and integrally bounded coefficients

Keywords: linear controllable systems, uniform complete controllability, global control over asymptotical invariants, global Lyapunov reducibility, uniform global attainability.

The object of the investigation is linear time-dependent controllable systems of ordinary differential equations. The subject of the investigation is properties of controllability of asymptotical invariants of these systems.

The main goal of the research is to find the sufficient conditions of controllability of particular asymptotical invariants (except Lyapunov characteristic exponents) of two-dimensional linear time-dependent system of ordinary differential equations with local integrable and integrally bounded coefficients, also the sufficient conditions of its global Lyapunov reducibility and uniform global attainability.

The research is carried out using methods of mathematical theory of control, matrix analysis, Lyapunov exponents theory and theory of control over asymptotical invariants.

Global controllability of properties of correctness and reducibility, coefficients of Lyapunov, Perron, Grobman, proportional global controllability of top special (general) Bohl exponent, also uniform stabilizability and global scalarizability were proved for two-dimensional linear uniformly completely controllable (by Tonkov) systems with local integrable and integrally bounded coefficients. Sufficient conditions of global Lyapunov reducibility and uniform global attainability of such systems were received.

All the results of the thesis are new, previously unknown. They have theoretical style and may be applied for solving the problems of theory of stability and controllability of linear systems and for giving lectures on special courses on the Lyapunov characteristic exponents theory and on the theory of control over asymptotical invariants of linear time-dependent systems of ordinary differential equations.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Подписано в печать 16 мая 2019 г.

Формат 60 × 84/16.

Усл. печ.л. 1,5. Учетн. изд. л. 1,4.

Тираж 60 экз. Заказ № 5.

Отпечатано на ризографе Института математики НАН Беларуси.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Институт математики НАН Беларуси.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/257 от 2 апреля 2014 г.

220072, Минск, Сурганова, 11.