

22.1
И26

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.5

ИГНАТЬЕВА
Елизавета Вадимовна

ИЗМЕРЕНИЕ ГЛАДКОСТИ В ТЕРМИНАХ МАКСИМАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ И СВОЙСТВО ФАТУ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 — математический анализ

Навукова-
бібліяграфічны
адрэс

Минск, 2008

22.10.07
U 25

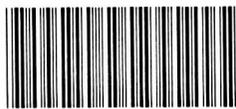
ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель — **Кротов Вениамин Григорьевич**,
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой математических
методов теории управления
механико-математического факультета
Белорусского государственного университета.

Официальные оппоненты: **Антоневич Анатолий Борисович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры функционального анализа
механико-математического факультета
Белорусского государственного университета;

Лялик Александр Сергеевич,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры теории функции,
функционального анализа и
прикладной математики Гродненского
государственного университета им. Я. Купалы



20504149

Опонирующая организация — Учреждение образования "Гомельский
государственный университет имени
Франциска Скорины".

Защита состоится 30 мая 2008 г. в 14.00 часов на заседании совета по
защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном универ-
ситете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (юридический
факультет), ауд. 407, тел. (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского госу-
дарственного университета.

Автореферат разослан " 24 " апреля 2008 г.

Учёный секретарь
совета по защите диссертаций
доктор физико-математических наук,
профессор

Н.В. Лазакович

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Классическая теорема Фату (П. Фату, 1906) о поведении на границе ограниченной аналитической в единичном шаре функции послужила отправной точкой для многочисленных исследований, приведших, в частности, к созданию теории пространств Харди. В настоящее время хорошо известно, что решения эллиптических и параболических уравнений обладают свойством Фату, если накладывать ограничения на их рост (свойством Фату называют существование значений почти всюду на границе области определения, понимаемых как предел функции вдоль некоторых областей подхода). В частности, известно, что обычный интеграл Пуассона функции $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$, $p \geq 1$, имеет некасательный (т. е. вдоль областей $\Gamma(x) = \{(y, t) \in \mathbb{R}^n \times (0, 1] : |x - y| < at\}$ при любом $a > 0$) предел почти всюду на \mathbb{R}^n . Известно также, что это утверждение теряет силу, если $\Gamma(x)$ заменить на области, имеющие касание с границей (Дж. Литтлвуд, 1927, А. Зигмунд, 1959). Если же функция обладает некоторыми дополнительными свойствами гладкости, ее интеграл Пуассона допускает подход к границе вдоль более широких, уже касательных областей.

Изучению зависимости геометрии областей подхода от гладкости функции и посвящена диссертационная работа. В такой постановке (с тем или иным подходом к определению гладкости функции) задача рассматривалась в работах А. Нагеля, У. Рудина, Дж. Шапиро, И. Стейна, В.Г. Кротова, Х. Дорронсоро, Х. Суэро, П. Сифуэнтеса, Л.В. Смолж и других математиков, изучавших эту проблему, начиная с середины 80-х годов прошлого столетия и до настоящего времени.

В диссертационной работе, в частности, изучается свойство Фату для обобщенных интегралов Пуассона функций, заданных на метрическом пространстве с мерой и обладающих определенной регулярностью. При этом регулярность (гладкость) измеряется в терминах обобщенных максимальных функций Кальдерона, зависящих от функции η типа модуля гладкости произвольного порядка. Идея использования таких функций η (а не только степенных, как это было в работах предшественников) для более гибкой классификации локальной гладкости принадлежит В.И. Коляде. В контексте рассматриваемых нами задач более точное измерение гладкости функции означает возможность выбора более широкого класса областей подхода к границе для ее интеграла Пуассона.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами и темами

Тема диссертации соответствует приоритетному направлению фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2006-2010 годы "Математические модели и их применение к анализу систем и процессов в природе и обществе". Работа над диссертацией проводилась на кафедре математических методов теории управления в рамках следующих госбюджетных научно-исследовательских работ Белорусского государственного университета:

1. "Анализ функций и отображений на метрических пространствах и их обобщениях" (ГПФНИ "Математические модели" на 2006–2010гг., номер гос. регистрации 20062220);
2. "Анализ на метрических пространствах с мерой" на 2005 год, номер гос. регистрации 2005879;
3. "Пространства гладких функций на метрических пространствах с мерой" на 2006 год, номер гос. регистрации 2006939.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является описание свойства Фату обобщенных интегралов Пуассона регулярной в определенном смысле функции, заданной на пространстве однородного типа, а также свойства Фату для функций в евклидовом полупространстве при ограничениях на производные по пространственным переменным.

Основные задачи исследования, состоят в следующем:

- 1) построение новой шкалы функциональных пространств C_{η}^p , обобщающих пространства Кальдерона и зависящих от измеряющей функции η типа модуля гладкости произвольного порядка;
- 2) доказательство весовых L^p -неравенств для касательных максимальных операторов от обобщенных интегралов Пуассона функций, принадлежащих классам C_{η}^p ;
- 3) нахождение условий связи геометрии области, вдоль которой имеет место касательная сходимость в точке обобщенных интегралов Пуассона $\mathcal{P}f$, и характера локальной гладкости функции f , определенной на пространстве однородного типа;
- 4) получение оценок свойства Фату для функций в полупространстве \mathbb{R}_+^{n+1} при ограничениях на производные по пространственным переменным.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Положения, выносимые на защиту

1) В диссертации найдены точные условия связи геометрии областей Фату, вдоль которых имеет место касательная сходимость в точке обобщенных интегралов Пуассона $\mathcal{P}f$, и характера локальной гладкости функции f , определенной на пространстве однородного типа (X, d, μ) . По сравнению с предшествующими исследованиями мы рассматриваем существенно более широкие классы мер и "интегралов Пуассона", а для определения характера локальной гладкости f используем более гибкую классификацию.

2) Установлены весовые оценки для касательных максимальных операторов от интегралов Пуассона регулярных функций, заданных на пространстве однородного типа. При этом регулярность (гладкость) определяется в терминах новых обобщенных максимальных функций типа Кальдерона–Коляды, зависящих от измеряющей функции η . В более ранних исследованиях основные параметры были лишь степенными функциями.

3) Описано свойство Фату для функций в евклидовом полупространстве с ограничениями на производные по пространственным переменным произвольных порядков в терминах пространств L^p , $p > 0$. Ранее был рассмотрен только случай производных первого порядка и $0 < p < 1$.

Личный вклад соискателя

Все новые результаты, приводимые и выносимые на защиту в диссертационной работе, получены автором лично. Все статьи соискателя опубликованы без соавторов. Тезисы докладов [13] и [14] написаны в соавторстве с научным руководителем В.Г. Кротовым и его ученицей И.А. Иванишко.

Апробация результатов диссертации

Результаты, вошедшие в диссертационную работу, докладывались и обсуждались на следующих научных семинарах и конференциях:

1) семинар по математическому анализу Белгосуниверситета (руководитель доктор физ.-мат. наук, профессор В.Г. Кротов);

2) международная конференция "Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений", 4–9 сентября 2003 года, Минск;

3) VII республиканская научная конференция студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях", 22–24 марта 2004 г., Гомель;

4) IX Белорусская матем. конференция, 3–6 ноября 2004 года, Гродно;

5) Воронежская зимняя матем. школа "Современные проблемы теории функций и смежные проблемы", 27 января – 2 февраля 2005 года, Воронеж;

6) международная конференция "Функциональные пространства, теория

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

приближений, нелинейный анализ”, посвященная столетию академика С. М. Никольского, 23–29 мая 2005 года, Москва;

7) международная конференция “Современные проблемы математики, механики, информатики”, 22–26 ноября 2005 года, Тула;

8) 13-я Саратовская зимняя школа “Современные проблемы теории функций и их приложения”, 27 января – 3 февраля 2006 года, Саратов;

9) международная конференция “Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений”, 13–19 сентября 2006 года, Минск;

10) международная математическая конференция “Актуальные проблемы математики и компьютерного моделирования”, 19–21 июня 2007 года, Гродно;

11) 8-я международная Казанская летняя научная школа-конференция “Теория функций, ее приложения и смежные вопросы”, 27 июня – 4 июля 2007 года, Казань.

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 15 научных работах; из них 4 статьи в научных журналах, 4 статьи в рецензируемых сборниках трудов и материалах научных конференций и 7 тезисов докладов конференций. Общее количество опубликованных материалов составляет 3,05 авторских листа. Из них 2,08 авторского листа в научных журналах, включенных в Перечень научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований, утвержденный ВАК, и 0,97 авторского листа в сборниках трудов, материалах и тезисах конференций.

Структура и объем диссертации.

Диссертационная работа состоит из перечня условных обозначений, введения, общей характеристики, пяти глав, заключения и библиографического списка, содержащего 78 наименований, из которых 15 — собственные публикации соискателя. Полный объем диссертации составляет 100 страниц, включая 1 иллюстрацию.

Первая глава содержит аналитический обзор литературы по теме исследования. Изучению касательного граничного поведения обобщенных интегралов Пуассона в точке и почти всюду посвящены вторая и третья главы соответственно. Результаты этих глав на конкретных примерах иллюстрируются в четвертой главе, где приведены новые результаты для интегралов Пуассона евклидова полупространства и интегралов Пуассона-Серё обобщенной полуплоскости в многомерном комплексном пространстве. В четвертой главе исследуется свойство Фату функций в евклидовом полупространстве при ограничениях на производные по пространственным переменным.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Первая глава содержит обзор основных известных результатов о свойстве Фату классических интегралов Пуассона и некоторых их обобщений на случай метрических пространств с мерой.

В *разделах 2.1– 2.2 второй главы* вводятся понятия пространства однородного типа и обобщенных интегралов Пуассона.

Пусть X — хаусдорфово пространство, топология которого задается квазиметрикой d . Последнее означает, что функция $d : X \times X \rightarrow [0, \infty)$ удовлетворяет условиям:

$$d(x, y) = 0 \iff x = y, \quad d(x, y) = d(y, x),$$

существует такое число $a_d \geq 1$, что для любых $x, y, z \in X$

$$d(x, y) \leq a_d[d(x, z) + d(z, y)],$$

и семейство шаров

$$B(x, r) = \{y \in X : d(x, y) < r\}$$

образует базу окрестностей топологии X .

Пусть еще μ — регулярная борелевская мера на X , удовлетворяющая условию удвоения т. е. существует такая постоянная $c > 0$, что

$$\mu B(x, 2t) \leq c\mu B(x, t), \quad x \in X, \quad t > 0. \quad (1)$$

Тогда (X, d, μ) обычно называют пространством однородного типа (Р. Койфман, Г. Вейс, 1971). Легко видеть, что при условии (1) для некоторого $\gamma_0 > 0$ справедливо неравенство¹

$$\mu B(x, s) \leq c \left(\frac{s}{t}\right)^{\gamma_0} \mu B(x, t), \quad x \in X, \quad 0 < t \leq s. \quad (2)$$

Обозначим через $\mathbf{K}(\delta)$ класс таких невозрастающих функций $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, для которых

$$\sum_{k=0}^{\infty} 2^{k\delta} \varphi(2^k) < \infty.$$

Обобщенным интегралом Пуассона функции $f \in L^p(X)$, $p \geq 1$, будем называть интеграл

$$\mathcal{P}f(x, t) = \int_X P(x, y, t) f(y) d\mu(y), \quad x \in X, \quad t > 0, \quad (3)$$

¹Всюду далее через c мы будем обозначать различные положительные постоянные, которые, возможно, зависят от определенных параметров, но эти зависимости для нас несущественны.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

Диссертация посвящена изучению касательного граничного поведения — интегралов типа Пуассона функций, заданных на пространстве однородного типа и обладающих определенной регулярностью,
— гладких в евклидовом полупространстве функций с ограничениями на производные по пространственным переменным.

В ходе выполнения работы получены следующие основные результаты.

1. Найдены точные условия связи геометрии областей Фату для касательной сходимости в точке обобщенных интегралов Пуассона $\mathcal{P}f$ и локальной гладкости функции f на метрическом пространстве с мерой [2, 5, 12].

2. Доказаны весовые оценки для касательных максимальных операторов от интегралов типа Пуассона регулярных функций на пространстве однородного типа. При этом регулярность (гладкость) определялась в терминах обобщенных максимальных функций Кальдерона-Коляды. Такой подход позволил более гибко классифицировать локальную гладкость функции и, как следствие, точнее подобрать оптимальные области подхода к границе для ее интеграла Пуассона. В частности, получены новые (обобщающие ранее известные) результаты о касательной сходимости почти всюду на границе для классических интегралов Пуассона и параболических интегралов Гаусса-Вейерштрасса полупространства и для инвариантных интегралов Пуассона функций, заданных на группе Гейзенберга [3, 4, 6-8, 13-15].

3. Описано свойство Фату для функций в евклидовом полупространстве с ограничениями на производные по пространственным переменным произвольных порядков в терминах пространств L^p , $p > 0$ [1, 9-11].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Развиваемые в работе методы и полученные результаты могут применяться при изучении граничного поведения решений краевых задач для уравнений в частных производных параболического и эллиптического типов, а также при исследовании понятия гладкости в анализе на метрических пространствах с мерой.

Результаты работы могут быть использованы в учебном процессе при чтении специальных курсов.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах

1. Игнатъева, Е.В. Граничное поведение функций с производными из тент-пространств / Е.В. Игнатъева // Труды Института математики НАН Беларуси. — 2004. — Т. 12, №1. — С. 68–70.
2. Игнатъева, Е.В. Касательная сходимостъ в точке обобщенных интегралов Пуассона / Е.В. Игнатъева // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика, Информатика. — 2006. — № 1. — С. 105–110.
3. Игнатъева, Е.В. Неравенство типа Соболева-Пуанкаре на метрических пространствах в терминах шарн-максимальных функций / Е.В. Игнатъева // Математические заметки. — 2007. — Т. 81, № 1. — С. 140–144.
4. Игнатъева, Е.В. Оценки касательного граничного поведения интегралов Пуассона в терминах обобщенных максимальных функций Кальдерона / Е.В. Игнатъева // Известия Тульского гос. университета. Сер. Естественные науки. — 2007. — № 1. — С. 34–53.

Статьи в сборниках трудов и материалах научных конференций

5. Игнатъева, Е. В. Касательная сходимостъ в точке обобщенных интегралов Пуассона / Е.В. Игнатъева // Современные методы теории функций и смежные проблемы: материалы конференции, Воронеж, 27 января – 2 февраля 2005 г. / Воронежский гос. ун-т.; редкол.: Ю.В. Покорный [и др.]. — Воронеж, 2005. — С. 103–104.
6. Игнатъева, Е.В. Оценки касательного граничного поведения обобщенных интегралов Пуассона в терминах обобщенных максимальных функций Кальдерона / Е.В. Игнатъева // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: труды 4-й междунар. конф., посвященной столетию академика Ф.Д. Гахова, Минск, 13–19 сентября 2006 г.: в трех томах / Институт математики НАН Беларуси; редкол.: А.А. Килбас [и др.]. — Минск, 2006. — Т. 2. — С. 64–70.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

7. Игнатъева, Е.В. Оценки касательного граничного поведения обобщенных интегралов Пуассона в терминах шарп-максимальных функций / Е.В. Игнатъева // Актуальные проблемы математики и компьютерного моделирования: сб. науч. трудов / ГрГУ им. Я. Купалы; редкол.: Ю. М. Вувуникян [и др.]. — Гродно, 2007. — С. 103-107.
8. Игнатъева, Е.В. Оценки касательного граничного поведения обобщенных интегралов Пуассона в терминах шарп-максимальных функций / Е.В. Игнатъева // Труды матем. центра имени Н.И. Лобачевского / Казан. матем. общество. — Казань, 2007. — Т. 35: Теория функций, ее приложения и смежные вопросы. — С. 115-117.

Тезисы докладов

9. Игнатъева, Е.В. Граничное поведение функций с производными из тент-пространств / Е.В. Игнатъева // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тезисы докладов междунар. конф., Минск, 4-9 сент. 2003 г. / Институт математики НАН Беларуси; редкол.: А.А. Килбас [и др.]. — Минск, 2003. — С. 79-80.
10. Игнатъева, Е.В. Граничное поведение функций с производными из тент-пространств / Е.В. Игнатъева // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исслед.: тезисы докладов республ. конф., Гомель, 22-24 марта 2004 г. / Гомельский гос. ун-т; редкол.: Д.Г. Лин [и др.]. — Гомель, 2004. — С. 131-132.
11. Игнатъева, Е.В. Неравенство слабого типа для функций с производными из тент-пространств / Е.В. Игнатъева // IX Белорусская математическая конференция: тезисы докладов междунар. конф., Гродно, 3-6 ноября 2004 г.: в 3 ч. / Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы; ред. Н.Н. Красницкая. — Гродно, 2004. — Ч.1.— С. 29-30.
12. Игнатъева, Е. В. Касательная сходимость в точке обобщенных интегралов Пуассона / Е.В. Игнатъева // Функциональные пространства, теория приближений, нелинейный анализ: тезисы докладов междунар. конференции, посвященной столетию академика С.М. Никольского, Москва, 23-29 мая 2005 г. / Российская академия наук, Математический институт им. В.А. Стеклова; редкол.: Ю.С. Осипов [и др.]. — Москва, 2005. — С. 112.
13. Иванишко, И.А. Неравенство типа Соболева-Пуанкаре на метрических пространствах в терминах шарп-максимальных функций / И.А.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Иванишко, Е.В. Игнатъева, В.Г. Кротов // Современные проблемы математики, механики, информатики: тезисы докладов межд. конф., Тула, 22-26 ноября 2005 г./ Тульский гос. ун-т.; редкол.: В.И. Бердышев [и др.]. — Тула, 2005. — С. 98-99.

14. Иванишко, И.А. Неравенство типа Соболева-Пуанкаре на метрических пространствах в терминах шарп-максимальных функций / И.А. Иванишко, Е.В. Игнатъева, В.Г. Кротов // Современные проблемы теории функций и их приложения: тез. докл. 13-й Саратовской зимней школы, Саратов, 27 янв. – 3 февр. 2006 г./ ООО Из-во "Научная книга"; редкол.: П.Л. Ульянов [и др.]. – Саратов, 2006. – С. 73-74.
15. Игнатъева, Е.В. Оценки касательного граничного поведения в терминах обобщенных максимальных функций Кальдерона / Е.В. Игнатъева // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. межд. конф., Минск, 13-19 сент. 2006 г./ Институт математики НАН Беларуси; редкол.: А.А. Килбас [и др.]. – Минск, 2006. – С. 58.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ РЕЗЮМЕ

Игнатьева Елизавета Вадимовна

Измерение гладкости в терминах максимальных функций и свойство Фату

Ключевые слова: пространство однородного типа, шарп-максимальная функция, касательное граничное поведение, весовое неравенство, интеграл Пуассона.

В диссертационной работе изучаются различные аспекты касательно-го граничного поведения обобщенных интегралов Пуассона регулярных в определенном смысле функций, заданных на пространстве однородного типа, а также свойство Фату для функций в евклидовом полупространстве при ограничениях на производные по пространственным переменным.

Получены весовые оценки для касательных максимальных операторов от интегралов типа Пуассона, при условии гладкости функции, сформулированном в терминах обобщенных максимальных функций Кальдерона.

Доказанные утверждения обобщают и дополняют результаты, полученные ранее в этом направлении другими авторами для случая метрических пространств с мерой, удовлетворяющей условию однородности, и степенных параметров.

Общая теория, развитая в работе, дает возможность получать новые результаты и в конкретных случаях. В качестве примеров мы рассматриваем классические интегралы Пуассона и параболические интегралы Гаусса-Вейерштрасса в евклидовом полупространстве, а также интегралы Пуассона-Сегё на группе Гейзенберга.

Результаты диссертации могут применяться при изучении граничного поведения решений краевых задач для уравнений в частных производных параболического и эллиптического типов, а также при исследовании понятия гладкости в анализе на метрических пространствах с мерой.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ РЭЗІОМЭ

Ігнацьева Лізавета Вадзімаўна

Вымярэнне гладкасці ў тэрмінах максімальных функцый і ўласцівасць Фату

Ключавыя словы: прастора аднароднага тыпу, шарп-максімальная функцыя, датычныя межавыя паводзіны, вагавая няроўнасць, інтэграл Пуасона.

У дысертацыйнай працы даследуюцца розныя аспекты датычных межавых паводзін абагульненых інтэгралаў Пуасона рэгулярных у нейкім сэнсе функцый, зададзеных на прасторы аднароднага тыпу, а таксама ўласцівасць Фату для функцый у эўклідавай паўпрасторы пры абмежаваннях на вытворныя па прасторавым зменным.

Атрыманы вагавыя ацэнкі для датычных максімальных апэратараў ад інтэгралаў тыпу Пуасона, пры ўмове гладкасці функцый, сфармуляванай у тэрмінах абагульненых максімальных функцый Кальдэрона.

Даказаныя сцвярдженні абагульняюць і дапаўняюць вынікі, атрыманыя раней у гытым напрамку іншымі аўтарамі для выпадку мятрычных прастор з мерай, задавальняючай умове аднароднасці, і ступеневых параметраў.

Агульная тэорыя, развітая ў працы, дае магчымасць атрымліваць новыя вынікі і ў канкрэтных выпадках. У якасці прыкладаў мы разглядаем класічныя інтэгралы Пуасона і парабалічныя інтэгралы Гауса–Вейерштраса ў эўклідавай паўпрасторы, а таксама інтэгралы Пуасона–Сегё на групе Гейзенберга.

Вынікі дысертацыі можна выкарыстоўваць пры вывучэнні межавых паводзін рашэнняў краявых задач для раўнанняў у частковых вытворных парабалічнага і эліптычнага тыпаў, а таксама ў даследванні разумення гладкасці ў аналізе на мятрычных прасторах з мерай.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ SUMMARY

Ignatieva Lizaveta V.

Measuring smoothness in terms of maximal functions and Fatou type theorems

Keywords: space of homogeneous type, sharp-maximal function, tangential boundary behavior, weighted inequality, Poisson integral.

In the thesis we study some aspects of the tangential boundary behavior of generalized Poisson integrals of functions defined on a homogeneous type space and having a certain regularity. We study also the Fatou-type property of functions in Euclidian half-space under the additional assumption concerning the partial derivatives.

The weighted estimates for the tangential maximal operators of Poisson type integrals have been proved, provided that a function satisfies the smoothness condition formulated in terms of generalized Calderon functions.

The proved statements generalize the results that have been already obtained by other authors in case of metric space with homogeneous measure and power parameters.

General theory allows to obtain new results in the special cases also. As examples we consider the classical Poisson integral, parabolic Gauss-Weierstrass integrals in Euclidian half-space and the Poisson-Szegö integrals on the Heisenberg group.

The results can be applied to the study of the boundary behavior of solutions of the boundary value problems for parabolic and elliptic equations, and also to the study of a notion of smoothness in analysis on metric measure spaces.

