

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Л.Л. Ализарчик*, А.В. Козлова**, А.Д. Тишуров***

**Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»*

***Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 11 г. Витебска имени М.М. Бахтина»*

****Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 1 г. Толочина имени Ф.Е. Маковецкого»*

В работе рассмотрены основные направления применения приложения GeoGebra при получении математических гипотез в процессе исследовательской деятельности учащихся.

Цель статьи – представить опыт использования приложения GeoGebra для организации экспериментальной деятельности учащихся при изучении математических дисциплин в учреждениях общего среднего образования.

Материал и методы. В качестве рабочего материала в исследовании предложено интерактивное динамическое приложение GeoGebra. Педагогический эксперимент проводился на базах ГУО «Средняя школа № 1 г. Толочина имени Ф.Е. Маковецкого», ГУО «Гимназия № 1 г. Витебска имени Ж.И. Алфёрова», ГУО «Средняя школа № 11 г. Витебска имени М.М. Бахтина», ВГУ имени П.М. Машерова.

Результаты и их обсуждение. Раскрыты преимущества использования компьютерного эксперимента для развития математического интеллекта. Определены основные направления применения приложения GeoGebra при организации исследовательской деятельности обучающихся.

Заключение. В статье обоснована целесообразность использования математической динамической среды в учреждениях общего среднего образования для организации экспериментальных и исследовательских работ на занятиях по математике.

Ключевые слова: приложение GeoGebra, интерактивные динамические системы, алгебра, геометрия, исследовательская деятельность, математическая гипотеза.

ORGANIZING RESEARCH ACTIVITIES IN THE COURSE OF STUDYING MATHEMATICAL DISCIPLINES

L.L. Alizarchik*, A.V. Kozlova**, A.D. Tishurov***

**Education Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"*

***State Education Establishment "M.M. Bakhtin Secondary School No. 11 of the City of Vitebsk"*

****State Education Establishment "F.E. Makovetski Secondary School No. 1 of the City of Tolochin"*

The paper presents basic trends of applying GeoGebra App in obtaining mathematical hypotheses in the process of student research.

The purpose of the article is to present the experience of applying GeoGebra App for the organization of student experimental activity in the course of studying mathematical disciplines at general secondary education establishments.

Material and methods. As the research test material the interactive dynamic GeoGebra App is suggested. The pedagogical experiment was conducted on the bases of SEE "F.E. Makovetski Secondary School No. 1 of the City of Tolochin", SEE "Zh.I. Alferov Gymnasium No. 1 of the City of Vitebsk", SEE "M.M. Bakhtin Secondary School No. 11 of the City of Vitebsk", Vitebsk State P.M. Masherov University.

Findings and their discussion. Advantages of using the computer experiment for the development of mathematical intelligence are revealed. Basic trends in applying GeoGebra App in the course of organizing student research are identified.

Conclusion. The article justifies the feasibility of using the mathematical dynamic environment at general secondary education establishments for organizing experimental and research work in Math classes.

Key words: GeoGebra App, interactive dynamic systems, Algebra, Geometry, research activities, mathematical hypothesis.

В условиях информатизации образования математика становится учебной дисциплиной с высоким экспериментальным потенциалом, так как многие математические знания можно получить в процессе учебного исследования с элементами эксперимента [1]. Уникальным инструментом, позволяющим организовать исследовательскую деятельность учащихся на уроках математики, является математическое приложение GeoGebra, которое можно использовать для визуализации математических объектов и создания их интерактивных динамических моделей [2].

Благодаря своим функциональным возможностям приложение представляет собой интерактивную динамическую систему, так как все выполненные построения можно оперативно видоизменять, варьируя числовые значения, изменяя размеры элементов фигуры или перемещая различные компоненты чертежа [3, с. 76]. По мнению педагогов, такие современные средства обучения позволяют практически каждому школьнику стать активным и полноправным участником учебного процесса. Поэтому интерактивные динамические приложения рассматриваются как средства активизации учебно-познавательной деятельности обучающихся [4, с. 4].

Участвуя в математическом эксперименте, каждый обучающийся становится активным исследователем. У него развиваются не только универсальные познавательные способности, но и обобщенные интеллектуальные умения. При таком подходе к изучению математики достигаются развивающие цели обучения и повышается интерес к изучению предмета [5, с. 657].

Цель статьи – представить опыт применения приложения GeoGebra для организации самостоятельной экспериментальной и исследовательской деятельности при изучении математических дисциплин.

Материал и методы. В качестве рабочего материала в исследовании предложено интерактивное динамическое приложение GeoGebra. Педагогический эксперимент проводился на базах ГУО «Средняя школа № 1 г. Толочина имени Ф.Е. Маковецкого», ГУО «Гимназия № 1 г. Витебска имени Ж.И. Алфёрова», ГУО «Средняя школа № 11 г. Витебска имени М.М. Бахтина», ВГУ имени П.М. Машерова.

Результаты и их обсуждение. На кафедре математики ВГУ имени П.М. Машерова комплексно исследуются новые дидактические возможности современных интерактивных средств обучения математике и направления их использования при организации исследовательской деятельности учащихся и студентов. В процессе проводимых совместно со студентами научно-методических исследований определены возможности применения кроссплатформенного математического приложения GeoGebra для получения математических гипотез. Полученные результаты апробированы в школьной и студенческой аудиториях [3, с. 76].

Легко осваиваемый инструментальный приложения GeoGebra учащимся предоставляет возможность создавать чертежи различных геометрических фигур и интерактивно изменять их форму. Благодаря этому они при изучении планиметрии и стереометрии экспериментально устанавливают геометрические закономерности и формулируют математические гипотезы [5, с. 657–658].

Организация творческого процесса по выдвижению математических гипотез посредством приложения GeoGebra может принимать различные формы, каждая из которых направлена на вовлечение учащихся в исследование и открытие новых знаний. Один из подходов заключается в предоставлении учащимся заранее подготовленных динамических чертежей. Этот методический прием позволяет ученикам анализировать изменяющиеся чертежи, подмечать закономерности и формулировать гипотезы, основанные на визуальных представлениях. Еще один эффективный метод – совместная работа учителя и учеников по созданию геометрических чертежей в динамической системе GeoGebra. Для высокомотивированных учащихся можно организовать домашнюю самостоятельную исследовательскую деятельность.

Выбор подходящей формы организации экспериментальной деятельности зависит от индивидуальных особенностей и возможностей каждого учащегося и класса в целом. Учитель может комбинировать предложенные методы, чтобы обеспечить оптимальные условия обучения и стимулировать интерес учащихся к математике.

При изучении начального курса геометрии формулируется и доказывается одна из основных теорем геометрии – о сумме углов треугольника [6, с. 118]. Прежде чем представлять формулировку теоремы, учащимся предлагается изобразить треугольник. Целесообразно разделить класс на три группы. При этом одним учащимся предлагается изобразить остроугольный, другим – прямоугольный,

третьим – тупоугольный треугольники. Далее учащиеся при помощи транспортира измеряют углы треугольника и находят их сумму. В качестве ответов могут получаться значения, близкие к 180° , что объясняется погрешностью измерений. Для более точных построений и измерений углов предлагается воспользоваться программой GeoGebra. Учитель заранее разрабатывает динамический апплет с изображением произвольного треугольника, указав его вершины, и просит найти величины его углов и их сумму. Учащиеся, перемещая вершины треугольника, замечают, что изменяется форма треугольника, но сумма внутренних углов будет оставаться равной 180° .

Приложение GeoGebra позволяет в течение совсем небольшого промежутка учебного времени провести полноценный эксперимент, в котором каждый ученик строит электронное изображение нового треугольника, находит с помощью встроенного калькулятора сумму его углов, изменяя с помощью мышки расположение вершин треугольника, получает возможность рассмотреть большое количество треугольников различных типов. Благодаря проведенному исследованию учащиеся сами формулируют гипотезу, которая затем доказывается с помощью учителя.

Аналогичные исследования можно провести при изучении свойств осевой симметрии в 6 классе, свойств смежных и вертикальных углов, внешнего угла треугольника, неравенства треугольника в 7 классе, свойств четырехугольников в 8 классе, комбинаций многоугольников и окружностей в 9 классе. С помощью экспериментальных исследований учащиеся могут самостоятельно сформулировать теоремы Пифагора и Фалеса в 8 классе, теоремы синусов и косинусов в 9 классе. В то же время очень важно объяснять школьникам, что проводимые многочисленные эксперименты по-прежнему являются только индуктивным методом получения гипотез, безусловно, требующим дальнейшего обобщения и аналитического доказательства [5, с. 658].

На уроке геометрии в 7 классе по теме «Признаки параллельности прямых» можно также организовать исследовательскую работу посредством заранее разработанных динамических апплетов. Легко изменяя положение двух заданных прямых и секущей, анализируя синхронно отображаемые на чертеже величины различных углов, учащиеся замечают связи между соответственными, внутренними накрест лежащими и односторонними углами, самостоятельно формулируют различные признаки параллельности прямых (рис. 1). На одном полотне в GeoGebra сразу можно продемонстрировать все виды углов, а также сформулировать вместе с учащимися все признаки параллельности, изучаемые в школьном курсе геометрии [6, с. 94–95].

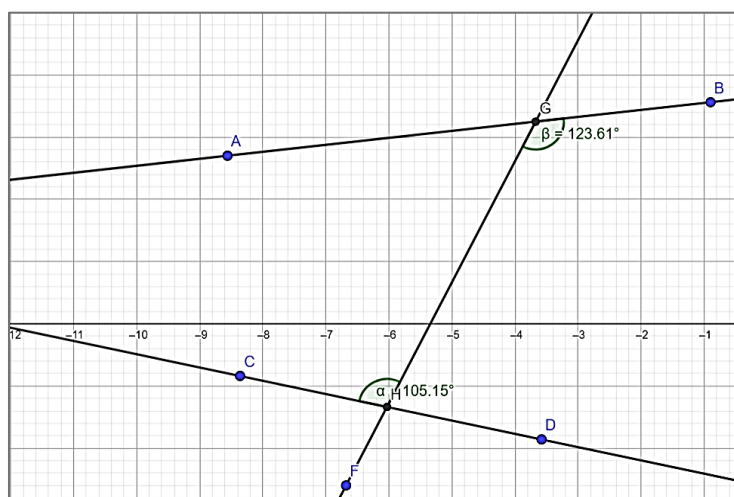


Рис. 1. Экспериментальный лист для изучения признаков параллельности прямых

При изучении теоремы Фалеса в 8 классе логично сначала предложить учащимся исследовать отношения для равных отрезков [7, с. 54]. Для этого на динамическом чертеже в приложении GeoGebra предоставляются две прямые, пересеченные тремя параллельными прямыми, которые делят одну из заданных прямых на равные отрезки. На факультативных занятиях по математике в ГУО «Средняя школа № 1 г. Толочина имени Ф.Е. Маковецкого» учащимся предлагалось изменять положение прямых

и размеры отрезков и получить гипотезу о том, что параллельные прямые, проходящие через концы равных отрезков одной из заданных прямых, образуют равные отрезки на другой прямой (рис. 2). Далее в экспериментальном исследовании изменяются условия – на одной из прямых задаются неравные отрезки. Таким образом будет сформулирована обобщенная теорема Фалеса [7, с. 122].

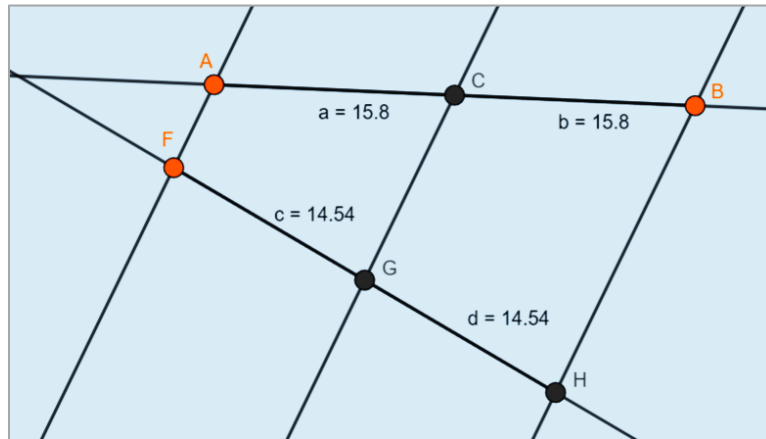


Рис. 2. Экспериментальный лист для изучения теоремы Фалеса

Благодаря разделу «Креативная геометрия» учебного пособия по геометрии для 9 класса у учащихся появилась возможность изучать теорему Менелая [8, с. 47], с помощью которой значительно упрощается решение многих задач. Практика преподавания в школьной и студенческой аудиториях показывает сложность восприятия и особенно запоминания равенства, содержащего три отношения шести отрезков. В период учебной вычислительной практики студентам первого курса факультета математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова предлагалось создавать экспериментальные задания по геометрии для учащихся 7–9 классов. Таким образом был разработан апплет для получения гипотезы, которая позволяет сформулировать, а затем и провести доказательство теоремы Менелая (рис. 3). Изменяя положение прямой, пересекающей стороны треугольника, а также и форму самого треугольника, учащиеся подмечают, что произведение отношений соответствующих отрезков остается равным единице, что оперативно отображается на экране гаджета. Для доказательства в апплете проводится дополнительная прямая EA, параллельная BC. Равенство соответствующих углов позволяет учащимся увидеть и обосновать подобие двух пар треугольников, из которого и следуют необходимые пропорции.

Одна из важнейших целей изучения геометрии в учреждениях общего среднего и высшего образования – это развитие образного и логического мышления. Богатым потенциалом для развития мышления обладают задачи на геометрическое место точек (ГМТ), которые педагоги называют достаточно сложными для решения.

В 7 классе изучается метод геометрических мест точек как один из основных методов решения задач на построение [6, с. 172]. Без умения решать задачи на ГМТ невозможно построить даже треугольник по трем сторонам, так как третья вершина является пересечением двух геометрических мест точек, отстоящих на заданном расстоянии от первых двух.

Учащиеся зачастую формально запоминают алгоритмы основных построений, изучаемых в начальном курсе планиметрии, и поэтому не могут решить другие планиметрические и стереометрические задачи на ГМТ и на построение. Как правило, трудности появляются уже при анализе условия задачи, когда нужно определить форму геометрической фигуры, состоящей из точек, обладающих заданным общим свойством. На помощь приходит геометрический чертеж, построение которого иногда позволяет сформулировать гипотезу. По мнению педагогов-математиков, помогает решить задачу только тот чертеж, который правильно отражает существенные геометрические особенности конфигурации, о которой идет речь в условии [9, с. 25]. Действительно, с помощью традиционных средств построения (циркуля и линейки) в тетради или на школьной доске сложно подметить закономерности и получить ответ.

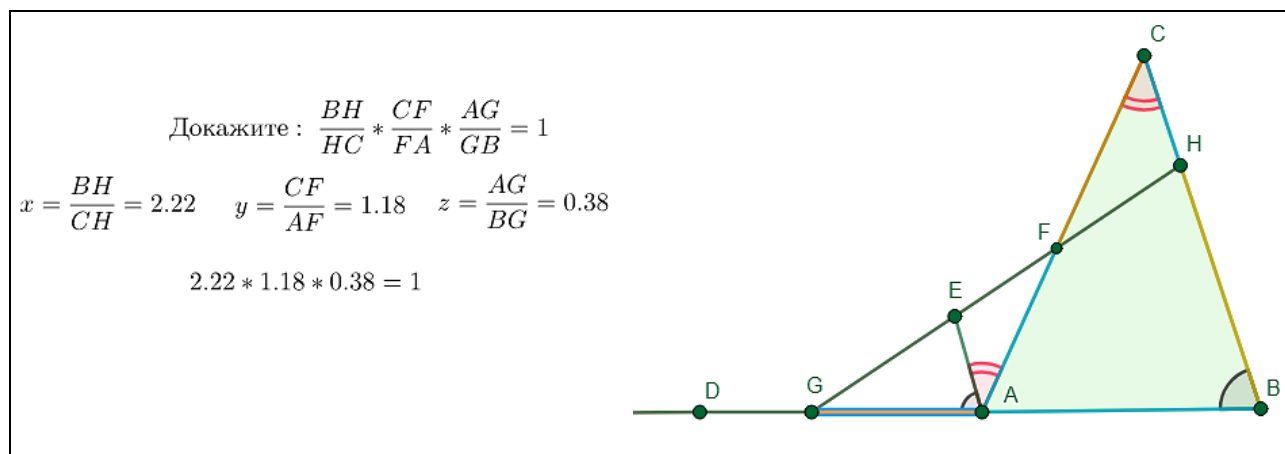


Рис. 3. Экспериментальное получение гипотезы для теоремы Менелая

Кроссплатформенное интерактивное приложение GeoGebra по заданным свойствам предоставляет возможность получать наглядные динамические иллюстрации, содержащие большое количество точек, которые позволяют подмечать геометрические закономерности. Через динамические построения, понятные для визуального восприятия и понимания, можно рассмотреть с учащимися примеры геометрических мест точек на плоскости, изучаемых в курсе геометрии 7 класса: окружность, серединный перпендикуляр, биссектриса угла (рис. 4).

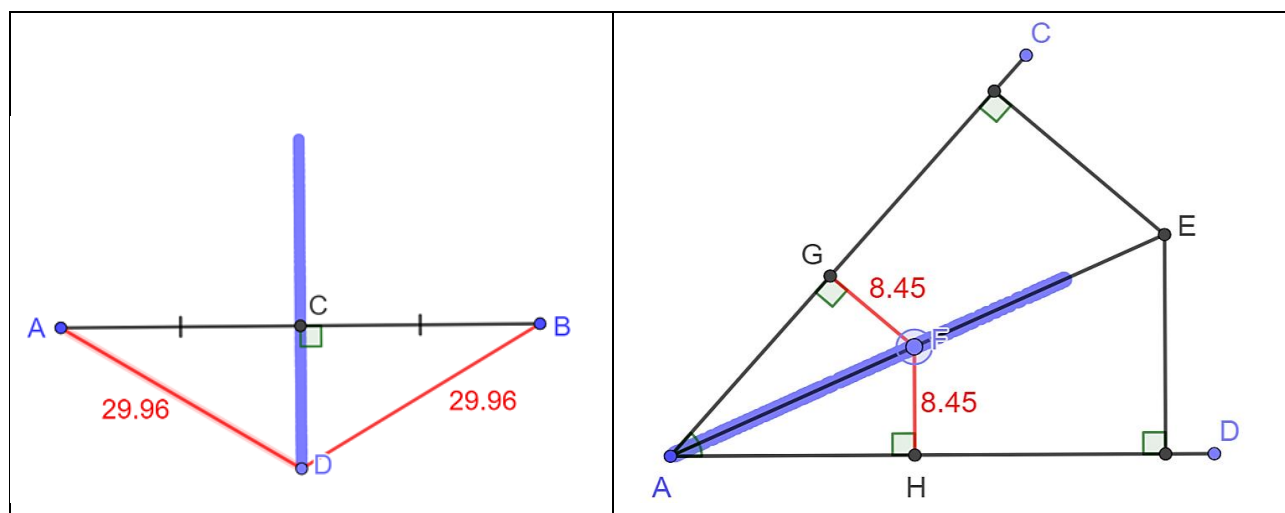


Рис. 4. Экспериментальные листы: серединный перпендикуляр, биссектриса

Далее целесообразно предлагать задачи различного уровня сложности. В статье представлены задачи на ГМТ, которые в период проведения педагогического эксперимента решались на уроках и факультативных занятиях с учащимися ГУО «Средняя школа № 11 г. Витебска имени М.М. Бахтина».

Интересная и несложная задача на ГМТ – это задача на отыскание геометрического места вершин прямоугольных треугольников с заданной гипотенузой АВ. Построив первоначально один из возможных вариантов, ученики изменяют расположение вершины прямого угла и подмечают, что все точки попадают на окружность с диаметром АВ. Таким образом учащиеся сами формулируют гипотезу (рис. 5).

Главная задача учителя – объяснить, что ученики еще не получили ответ задачи. Чтобы решить эту задачу, необходимо, во-первых, доказать, что все без исключения искомые точки будут принадлежать этой окружности, во-вторых, что любая точка окружности, кроме точек А и В, будет являться вершиной прямого угла некоторого прямоугольного треугольника с гипотенузой АВ.

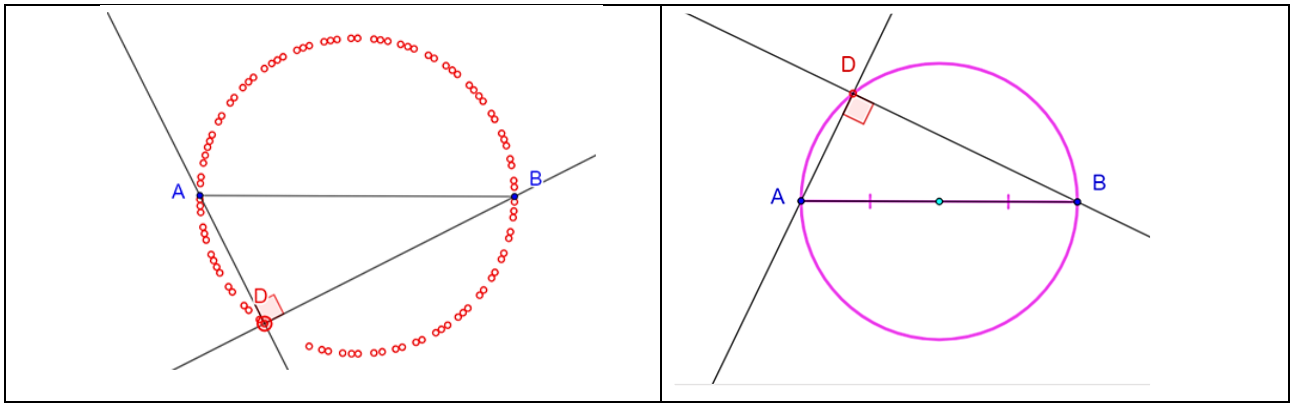


Рис. 5. Гипотеза к задаче о вершинах прямоугольных треугольников

Так у учащихся будет формироваться умение решать задачи на ГМТ, состоящее фактически из четырех этапов.

1. Анализ условия. Данный этап состоит из переформулирования задачи на математический язык, выделения четкого условия и вопроса. Ведь зачастую учащимся сложно определить, что в задаче необходимо найти.

2. Создание динамического чертежа. Здесь производится выделение скрытых связей между элементами, поэтапное построение модели задачи. Этот этап учитель проделывает либо самостоятельно до начала урока, либо совместно с учащимися на самом уроке.

3. Компьютерный эксперимент. На данном этапе учащиеся с помощью экспериментальных манипуляций с геометрической моделью выдвигают гипотезу о решении задачи.

4. Аналитическое доказательство. Этап подразумевает собой доказательство того, что гипотеза, которая была получена в ходе компьютерного эксперимента, является верной.

На следующем этапе формирования умения решать задачи на ГМТ учащимся предлагалось найти в заданной окружности геометрическое место середин хорд фиксированной длины. При помощи динамического рисунка учащиеся выдвигали гипотезу, что искомым ГМТ – середин хорд является окружность с центром в точке О и радиусом ОМ, где точка М – середина хорды (рис. 6). Учитель также предлагает порассуждать, чем будет являться ГМТ, если изменить длину хорды. При проведении эксперимента учащиеся смогли сформулировать вывод, что при увеличении длины хорды ГМТ остается окружностью, но радиус уменьшается и, наоборот, при уменьшении длины хорды радиус окружности увеличивается.

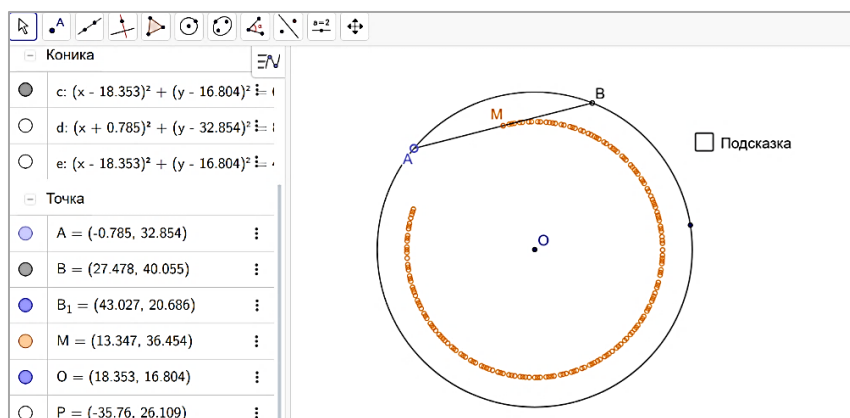


Рис. 6. Гипотеза к задаче о серединах хорд

После получения гипотезы, безусловно, проводится доказательство, что для любой точки найденной окружности будет определена соответствующая хорда, удовлетворяющая условию задачи, и, наоборот, все искомые точки принадлежат гипотетической окружности. Первое утверждение доказывается, как правило, построением, второе – методом от противного. И снова ученику может помочь приложение GeoGebra.

После решения этой задачи можно сформулировать ряд похожих, но более сложных задач.

1. *Найти в заданной окружности геометрическое место хорд данной длины.*

В представленной задаче заданная окружность статическая, а хорда АВ фиксированной длины перемещается по окружности. ГМТ в этом случае является кольцо. Если изменять длину хорды, то можно сформулировать гипотезу: при уменьшении длины хорды внутренний радиус кольца увеличивается и, наоборот, при увеличении длины хорды внутренний радиус кольца уменьшается (рис. 7).

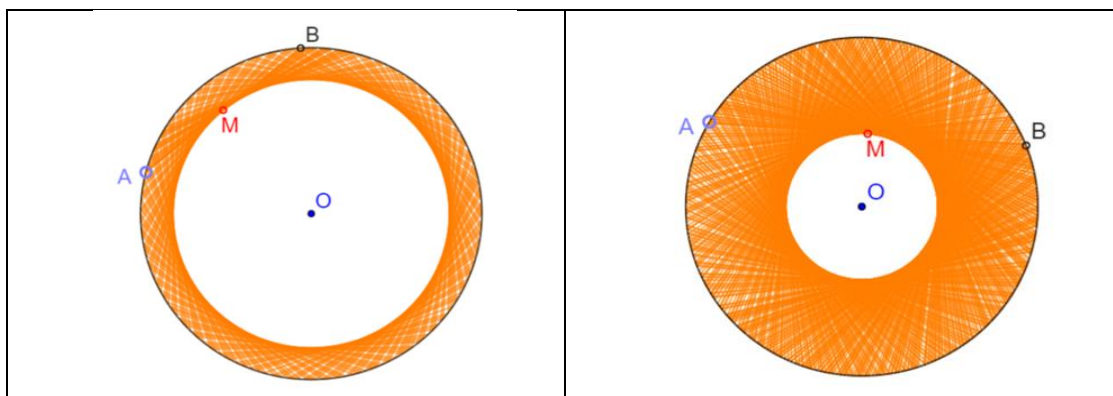


Рис. 7. Гипотеза к задаче о хордах заданной длины

2. *На окружности с центром O дана точка A. Рассматривают все хорды, одним из концов которых является точка A. Найти геометрическое место середин таких хорд.*

Ученики подмечают закономерность: середины хорд лежат на окружности с диаметром OA. В отличие от предыдущих задач длины хорд могут быть различными.

3. *Найти геометрическое место середин хорд данной окружности с центром в точке O, проходящих через заданную точку M.*

При решении этой задачи точка M может находиться внутри окружности. Искомое ГМТ – окружность с диаметром OM.

После проведения компьютерных экспериментов обязательно проводится аналитическое доказательство.

Учебное пособие по геометрии для 8 класса знакомит учащихся с важным свойством: треугольники, имеющие равные основания и равные высоты, проведенные к этим основаниям, равновелики [7, с. 88]. Обычно перед изучением этого положения для наглядности учителя предлагают детям задачу:

Даны две параллельные прямые. Одна из вершин треугольника принадлежит первой прямой, а две другие – второй прямой. Изменится ли площадь треугольника, если перемещать одну вершину вдоль первой прямой или перемещать сторону треугольника, принадлежащую второй прямой, или делать это одновременно, возможно, и в разные стороны?

Педагогический эксперимент показывает, что ответы могут быть разнообразными. Чаще учащиеся и даже студенты говорят об изменении площади. Для решения такой заданной задачи можно на экране компьютера предложить проект, в котором будут продемонстрированы две параллельные прямые, сам треугольник, соответствующий условиям задачи, и ползунок, отвечающий за длину основания (рис. 8). Используя возможности трансформации чертежа в реальном времени, учащиеся изменяют положение вершины и основания треугольника, устанавливают, что площадь не изменится при таких манипуляциях с треугольником. Затем учащиеся доказывают правильность гипотезы, применяя формулу площади и постоянство величин высот и оснований получаемых различных треугольников.

Еще с большим интересом проводятся компьютерные эксперименты при решении задач с трехмерными геометрическими фигурами. Так, например, при изучении стереометрии можно предложить учащимся аналогичную задачу, но уже с объемом тетраэдра:

В пространстве заданы три параллельные прямые. На первой прямой находится вершина тетраэдра, на второй – одна из вершин основания тетраэдра, а на третьей прямой – ребро основания тетраэдра. Изменится ли объем тетраэдра, если перемещать вершины и ребро тетраэдра по соответствующим им прямым?

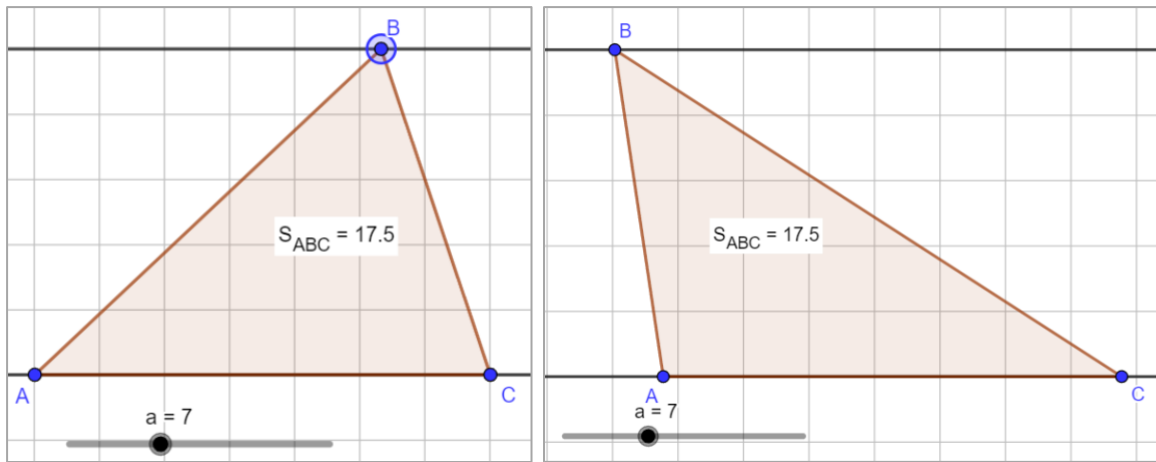


Рис. 8. Гипотеза к задаче о площади треугольника

При решении этой задачи первоначально учащиеся перемещают все названные в условии элементы синхронно и получают правильный ответ, так как при этом форма тетраэдра не изменяется. Когда педагог говорит о возможности асинхронного движения двух вершин и ребра по заданным прямым, чаще всего появляется гипотеза об изменении объема.

Безусловно, компьютерный эксперимент позволяет сформулировать правильную гипотезу. Можно первоначально не предъявлять на экране значение объема тетраэдра.

По аналогии с проектом о треугольнике учащиеся устанавливают, что объем не изменится при данных изменениях параметров тетраэдра (рис. 9). Учащиеся, конечно, обосновывают правильность сформулированной гипотезы, используя формулу объема, постоянство площади основания и величины высоты тетраэдра. При желании можно показать, что изменения будут происходить при увеличении (уменьшении) длины ребра, принадлежащего одной из параллельных прямых, или расстояния между параллельными прямыми.

При изучении объема пирамиды и доказательстве формулы можно учащимся продемонстрировать проект, в котором будут изображены чертежи треугольной призмы и трех тетраэдров (рис. 10). Учитель запускает анимацию или вручную изменяет положение тетраэдров так, что они целиком заполняют объем призмы. Таким образом учащиеся получают гипотезу о том, что объем пирамиды равен одной трети от соответствующей призмы (с одинаковыми основанием и высотой) и самостоятельно находят формулу. Доказательство соответствующей теоремы проходит в режиме диалога учителя с учащимися, так как они фактически получили план доказательства в результате компьютерного эксперимента.

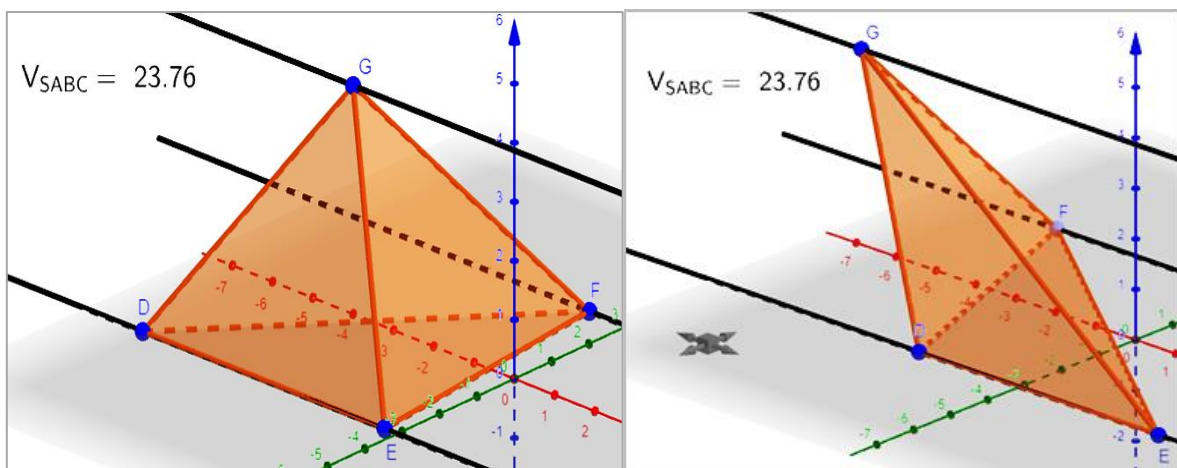


Рис. 9. Гипотеза об объеме треугольной пирамиды

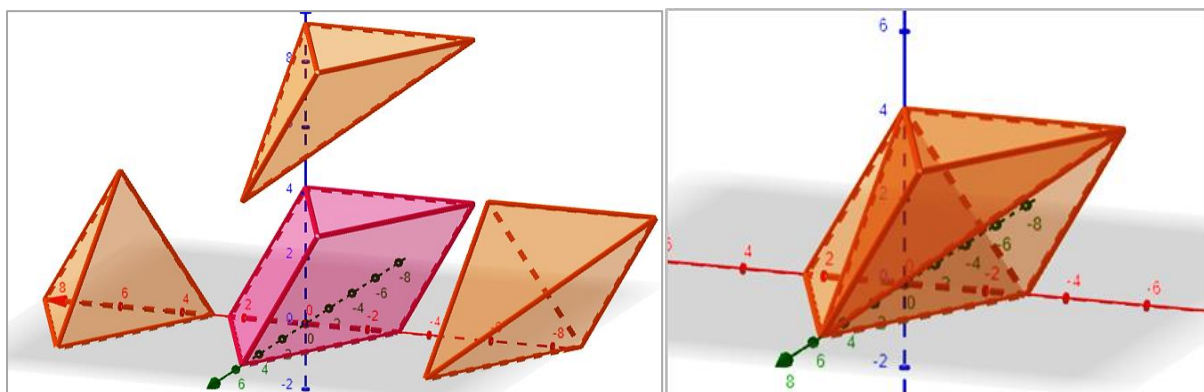


Рис. 10. Объем треугольной призмы

Целесообразно использовать приложение GeoGebra при изучении функций и их свойств. Приложение позволяет строить несколько графиков для анализа их взаимного расположения. При изучении нового материала темы «Линейная функция и ее свойства» в 7 классе в процессе педагогического эксперимента ученикам предлагалось самостоятельно установить свойства новой функции. Изменяя коэффициенты k и b в формуле $y = kx + b$, учащиеся формулировали вывод о том, что областью определения являются все действительные числа. Кстати, учащимися была выдвинута ошибочная гипотеза: «Множеством значений линейной функции являются все действительные числа». Придав коэффициенту k значение $k=0$, учащиеся получили противоречие своей гипотезе и затем сформулировали правильный вывод об этом частном случае.

Также учащимся предлагалось установить расположение графиков относительно осей координат и условия взаимного расположения графиков функций в зависимости от коэффициентов k и b . На факультативном занятии учащимся рекомендовалось с помощью приложения GeoGebra самостоятельно изучить закономерности построения графиков функций и уравнений, содержащих знак модуля. Изменяя посредством ползунков коэффициенты k и b , учащиеся анализируют большое количество графиков и получают алгоритмы построения, которые затем применяют при решении задач.

Аналогичную экспериментальную исследовательскую деятельность можно организовать при изучении любых функций в 7–11 классах [3, с. 81–83]. Построенные с помощью приложения GeoGebra графики функций с использованием различных цветов и стилей линий, конечно, выгодно отличаются от изображений на доске. Изменения коэффициентов в аналитических формулах, задающих функции, позволяют проводить их исследования и самостоятельно получать различные математические гипотезы.

Исследовательская деятельность была организована также с учащимися 5-х классов ГУО «Гимназия № 1 г. Витебска имени Ж.И. Алфёрова» при изучении темы «Обыкновенные дроби». В приложении GeoGebra заранее были подготовлены задания, которые выполнялись либо с помощью долей круга, либо с помощью отрезков на координатной прямой. Учащиеся активно экспериментировали при решении задач на сравнение и сложение дробей, высказывали свои гипотезы. Интерактивный подход к изучению математики значительно повысил интерес к предмету. Возможность самостоятельного исследования и использования цифровых моделей стимулировала активное участие гимназистов в учебном процессе и способствовала лучшему пониманию достаточно сложных математических алгоритмов.

Приложение GeoGebra применяется и в студенческой аудитории при изучении дисциплин «Практикум по решению задач по геометрии» и «Общая методика преподавания математики». Блок вопросов, связанных с изучением функциональных и дидактических возможностей приложения, включен в программы учебных ознакомительных практик для студентов педагогических специальностей, чтобы они могли обращаться к этому уникальному средству обучения в своей будущей профессиональной деятельности [10, с. 563].

В проводимых педагогами экспериментах отмечается, что иногда при использовании среды GeoGebra у обучающихся наблюдалось снижение роли дедукции, так как результаты, получаемые в ходе эксперимента, принимаются за обоснование математической гипотезы [4, с. 10]. Подобный эффект возникает, как правило, в тех случаях, когда педагог применяет динамическую среду только для демонстрации или выполнения заданий, требующих механических действий (построить

геометрическую фигуру, график функции или точку пересечения заданных фигур). Безусловно, занятие с компьютерными исследованиями требует тщательного продумывания методических целей предлагаемых заданий, предварительной разработки экспериментальных листов. Только в этом случае учащиеся активно включатся в исследовательскую деятельность, с интересом будут проводить математические эксперименты, манипулируя алгебраическими и геометрическими моделями, а благодаря анализу полученных данных и индуктивных умозаключений формулировать гипотезы, которые затем обязательно доказываются или опровергаются с помощью дедуктивных рассуждений.

Заключение. Анализ изученного педагогического опыта применения приложения GeoGebra и проведенные занятия в школьных и студенческих аудиториях позволяют говорить о том, что данная среда может использоваться не только как интерактивное динамическое средство визуализации информации, а также как эффективное средство для организации самостоятельной исследовательской и творческой работы учащихся и студентов, совершенствования умения формулировать гипотезы при изучении математических дисциплин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майер, В.Р. Компьютерные исследования и эксперименты при обучении геометрии / В.Р. Майер // Вестник КГПУ имени В.П. Астафьева. – 2012. – № 4. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kompyuternye-issledovaniya-i-eksperimenty-pri-obuchenii-geometrii> (дата обращения: 28.09.2024).
2. GeoGebra Classic // GeoGebra classic. – URL: <https://www.geogebra.org/classic> (дата обращения: 28.09.2024).
3. Ализарчик, Л.Л. Методические особенности использования приложения Geogebra при изучении математических дисциплин / Л.Л. Ализарчик, Н.А. Молодечкин, Ф.С. Гаджиева // Вестник Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2023. – № 2. – С. 75–84. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/39428> (дата обращения: 28.09.2024).
4. Таранова, М.В. Методические условия использования динамической среды GeoGebra как средство визуализации геометрических построений / М.В. Таранова // Образовательные технологии и общество. – 2020. – Т. 23, № 1. – С. 3–11.
5. Ализарчик, Л.Л. Организация исследовательской деятельности учащихся при изучении математики / Л.Л. Ализарчик // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 75-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 3 марта 2023 г. / Витеб. гос. ун-т; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2023. – С. 657–659. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/37017> (дата обращения: 28.09.2024).
6. Казаков, В.В. Геометрия: учеб. пособие для 7 классов учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / В.В. Казаков. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск: Народная асвета, 2022. – 183 с.
7. Казаков, В.В. Геометрия: учеб. пособие для 8 классов учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / В.В. Казаков, О.О. Казакова. – Минск: Народная асвета, 2024. – 208 с.
8. Казаков, В.В. Геометрия: учебное пособие для 9 классов учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / В.В. Казаков. – Минск: Народная асвета, 2019. – 191 с.
9. Дорофеев, Г.В. Чертеж в геометрической задаче / Г.В. Дорофеев, Н.Х. Розов // Квант. – 2020. – № 11. – С. 25–30.
10. Ализарчик, Л.Л. Организация учебной практики для будущих учителей математики и информатики / Л.Л. Ализарчик, Т.Б. Караулова // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 76-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 1 марта 2024 г. / Витеб. гос. ун-т; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2024. – С. 561–563. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/42226> (дата обращения: 28.09.2024).

REFERENCES

1. Mayer V.R. *Vestnik KGPU imeni V.P. Astafyeva* [Journal of V.P. Astafyev KSPU], 2012, 4. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kompyuternye-issledovaniya-i-eksperimenty-pri-obuchenii-geometrii> (Accessed: 28.09.2024).
2. GeoGebra Classic // GeoGebra classic. – URL: <https://www.geogebra.org/classic> (Accessed: 28.09.2024).
3. Alizarchik L.L., Molodechkin N.A., Gadzhieva F.S. *Vesnik Vitsebskaga dziazhaunaga universiteta* [Bulletin of Vitebsk State University], 2023, 2, pp. 75–84. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/39428> (Accessed: 28.09.2024).
4. Taranova M.V. *Obrazovatelnye tekhnologii i obshchestvo* [Education Technologies and Society], 2020, 23(1), pp. 3–11.
5. Alizarchik L.L. *Nauka – obrazovaniyu, proizvodstvu, ekonomike: materialy 75-i Region. nauch.-prakt. konf. prepodavatelei, nauch. sotrudnikov i aspirantov, Vitebsk, 3 marta 2023 g.* [Science – to education, production, economy: proceedings of the 75th Regional. scientific and practical. conf. of teachers, research staff and postgraduate students, Vitebsk, March 3, 2023], Vitebsk, 2023, pp. 657–659. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/37017> (Accessed: 28.09.2024).
6. Kazakov V.V. *Geometriya: ucheb. posobiye dlia 7 klassov uchrezhdeni obshchego srednego obrazovaniya s russkim yazykom obucheniya* [Geometry: Textbook for the 7th Year of General Secondary Education Establishments], Minsk: Narodnaya asveta, 2022, 183 p.
7. Kazakov V.V., Kazakova O.O. *Geometriya: ucheb. posobiye dlia 8 klassov uchrezhdeni obshchego srednego obrazovaniya s russkim yazykom obucheniya* [Geometry: Textbook for the 8th Year of General Secondary Education Establishments], Minsk: Narodnaya asveta, 2024, 208 p.
8. Kazakov V.V. *Geometriya: ucheb. posobiye dlia 9 klassov uchrezhdeni obshchego srednego obrazovaniya s russkim yazykom obucheniya* [Geometry: Textbook for the 9th Year of General Secondary Education Establishments], Minsk: Narodnaya asveta, 2019, 191 p.
9. Dorofeyev G.V., Rozov N.Kh. *Chertezh v geometricheskoj zadache* [Drawing in Geometrical Problem], Kvant, 2020, 11, pp. 25–30.
10. Alizarchik L.L., Karaulova T.B. *Nauka – obrazovaniyu, proizvodstvu, ekonomike: materialy 76-i Region. nauch.-prakt. konf. prepodavatelei, nauch. sotrudnikov i aspirantov, Vitebsk, 1 marta 2024 g.* [Science – to education, production, economy: proceedings of the 76th Regional. scientific and practical. conf. of teachers, research staff and postgraduate students, Vitebsk, March 1, 2024], Vitebsk, 2024, pp. 561–563. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/42226> (Accessed: 28.09.2024).

Поступила в редакцию 15.11.2024

Адрес для корреспонденции: e-mail: lili.alizarchik@gmail.com – Ализарчик Л.Л.