

то есть такая арифметическая функция, что $f * g = \delta$, где $\delta(1) = 1$ и $\delta(n) = 0$ если $n > 1$ (здесь и далее $*$ означает свёртку Дирихле). Если $f(1) \neq 0$, то такая функция g существует и единственна [1]. Теперь определим функцию $L'(f)$ следующим образом: $L'(f) = g * f \ln$. Тогда можно ввести понятие обобщённой свёрточной степени следующим образом: обобщённой свёрточной степенью арифметической функции f называется функция $P_\alpha(f)$, которая удовлетворяет следующим двум условиям: $P_\alpha(f)(1) = f(1)^\alpha$ и $P_\alpha(f) \ln = \alpha L'(f) * P_\alpha(f)$. Непосредственно из определения легко видеть, что существует строго единственная такая функция.

В работе показано, что для неотрицательных целых чисел обобщённая свёрточная степень совпадает с обычной: $P_k(f) = f^{*k} = \underbrace{f * \dots * f}_k$. Кроме того, имеет место следующее соотношение:

$$P_\alpha(f) = f(1)^\alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\alpha^k}{k!} L(f)^{*k},$$

где $L(f)$ определяется следующим образом:

$$L(f)(n) = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ \frac{1}{\ln n} L'(f)(n), & n > 1. \end{cases}$$

Полученные результаты могут быть применены в мультипликативной теории чисел.

Литература

1 Диамонд, Г. Элементарные методы в изучении распределения простых чисел / Г. Диамонд // УМН. – Т. 45, вып. 2(272), 1990. – С. 79–114.

И. И. Стаселько, Б. Д. Сираджединова
(ВГУ имени П. М. Машерова, Витебск)

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ σ - ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать терминологию из [1–4]. Следуя [2], σ – разбиение множества всех

простых чисел $\mathbb{P}$, $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$, $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. *Классом Фиттинга* называется класс групп F , который замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп из F . Символами G_{σ_i} и $G_{\sigma'_i}$ обозначают соответственно класс всех σ_i -групп и класс всех σ'_i -групп.

Пусть f – произвольная функция вида $f: \sigma \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$, называемая σ -функцией Хартли (или, более кратко, H_σ -функцией). Полагают (см. [3]) $LR_\sigma(f) = (G \mid G = 1 \text{ или } G \neq 1 \text{ и } G^{G_{\sigma_i} G_{\sigma'_i}} \in f(\sigma_i) \text{ для всех } \sigma_i \in \sigma(G))$.

Пусть F – произвольный класс Фиттинга. Если существует H_σ -функция f такая, что $F = LR_\sigma(f)$, то F называется σ -локальным классом Фиттинга, а f – σ -локальным заданием класса Фиттинга F (см. [3]).

Символ $l_\sigma \text{fit}(X)$ обозначает пересечение всех σ -локальных классов Фиттинга, содержащих совокупность групп X . Пусть $\{F_j \mid j \in J\}$ – непустая совокупность σ -локальных классов Фиттинга. Следуя [4] будем полагать $F_1 \vee_\sigma F_2 = l_\sigma \text{fit}(F_1 \cup F_2)$.

Теорема. Пусть F_1, F_2 – произвольные σ -разрешимые σ -локальные классы Фиттинга и $A \in S_\sigma \cap (F_1 \vee_\sigma F_2)$. Тогда найдутся такие группы $A_s \in F_s (s = 1, 2)$, что $A \in (l_\sigma \text{fit}(A_1)) \vee_\sigma (l_\sigma \text{fit}(A_2))$.

Литература

- 1 Шеметков, Л. А. Формации конечных групп / Л. А. Шеметков. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1978. – 272 с.
- 2 Chi, Z. On n -multiply σ -local formations of finite groups / Z. Chi, V. G. Safonov, A. N. Skiba // Comm. Algebra. – 2019. – Vol. 47, no. 3. – P. 957–968.
- 3 Guo, W. On σ -local Fitting classes / W. Guo, Li Zhang, N. T. Vorob'ev // J. Algebra. – 2020. – Vol. 546. – P. 116–129.
- 4 Скиба, А. Н. Алгебра формаций / А. Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.