

О каноническом задании σ -класса Хартли¹

Караулова Т.Б.

Витебский государственный университет имени П. М. Машерова, Витебск, Беларусь
tatyana.vasilevich.1992@mail.ru

Воробьёв Н.Т.

Витебский государственный университет имени П. М. Машерова, Витебск, Беларусь
ntvorobyov@mail.ru

В работе рассматриваются конечные группы. В терминологии и обозначениях мы следуем [1]. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется классом Фиттинга, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$ -подгрупп. Из определения класса Фиттинга следует, что для каждого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ любая группа G имеет единственную максимальную нормальную $\mathfrak{F}$ -подгруппу, которую называют $\mathfrak{F}$ -радикалом G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$. В теории разрешимых групп многие известные результаты посвящены исследованию структуры классов Фиттинга и канонических подгрупп при помощи оператора $''*''$, который был определен Локеттом [2]. При этом, каждому непустому классу Фиттинга $\mathfrak{F}$ оператор $''*''$ сопоставляет наименьший класс Фиттинга $\mathfrak{F}^*$, содержащий $\mathfrak{F}$ такой, что $(G \times H)_{\mathfrak{F}^*} = G_{\mathfrak{F}^*} \times H_{\mathfrak{F}^*}$ для всех групп G и H . Если $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$, то $\mathfrak{F}$ называется классом Локетта.

Всякое отображение вида $h : \sigma \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$ называется σ -функцией Хартли или H_{σ} -функцией. Если h – H_{σ} -функция, то $\Pi = \text{Supp}(h)$ – носитель h , то есть множество всех σ_i таких, что $h(\sigma_i) \neq \emptyset$.

Пусть $LH_{\sigma}(h) = \bigcap_{\sigma_i \in \Pi} h(\sigma_i) \mathfrak{E}_{\sigma'_i} \mathfrak{E}_{\sigma_i}$, где $\mathfrak{E}_{\sigma'_i}$ и $\mathfrak{E}_{\sigma_i}$ – классы всех σ'_i -групп и всех σ_i -групп соответственно, где $\sigma'_i = \Pi \setminus \sigma_i$.

Класс Фиттинга $\mathfrak{H}$ называется σ -классом Хартли, если $\mathfrak{H} = LH_{\sigma}(h)$ для некоторой H_{σ} -функции h . В частности, если $\sigma = \sigma^1 = \{\{2\}, \{3\}, \{5\} \dots\}$ – минимальное разбиение $\mathbb{P}$, то $\mathfrak{H}$ называется классом Хартли [3].

Пусть h – H_{σ} -функция σ -класса Хартли $\mathfrak{H}$. Тогда h называется:

- (1) *приведенной*, если $h(\sigma_i) \subseteq \mathfrak{H}$ для каждого $\sigma_i \in \Pi$;
- (2) *полной* [4], если $h(\sigma_i) \mathfrak{E}_{\sigma_i} = h(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \Pi$;
- (3) *канонической* [4], если h является одновременно полной, приведенной H_{σ} -функцией и $h(\sigma_i)$ – класс Локетта для всех $\sigma_i \in \Pi$.

Основной результат работы следующая

Теорема. Пусть $\mathfrak{H} = LH_{\sigma}(h)$. Тогда каждый σ -класс Хартли определяется канонической H_{σ} -функцией F такой, что $F(\sigma) = h(\sigma_i)(\mathfrak{E}_{\sigma'_i} \mathfrak{N}_{\sigma_i}) \cap (\bigcap_{\sigma_j \neq \sigma_i} h(\sigma_j) \mathfrak{E}_{\sigma'_j})$ для всех $\sigma_i \neq \sigma_j \in \Pi$.

Заметим, что при минимальном разбиении множества $\mathbb{P}$ следствием теоремы является результат П. Хаука и В.Н. Загурского [5] для классов Хартли разрешимых групп.

Список литературы

- [1] K. Doerk, T. Hawkes. Finite soluble groups. New-York: Walter de Gruyter, 1992.
- [2] F. P. Lockett. The Fitting class $\mathfrak{F}^*$. *Math. Z.*, **137**: 2 (1974), 131–136.
- [3] B. Hartley. On Fischer's dualization of formation theory. *Proc. London Math. Soc.*, **3**: 2 (1969), 123–207.
- [4] W. Guo, L. Zhang, N. T. Vorob'ev. On σ -local Fitting classes. *Journal of Algebra*, **542** (2020), 116–129.
- [5] P. Hauck, V. N. Zahursky. A characterization of dominant local Fitting classes. *J. Algebra.*, **358** (2012), 27–32.

¹Исследование выполнено в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь "Конвергенция – 2025".