
МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫМ И ГУМАНИТАРНЫМ ДИСЦИПЛИНАМ В СРЕДНЕЙ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

*Л.Л. Ализарчик
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Планиметрические задачи на построение способствуют развитию геометрической интуиции и логического мышления, способностей оперировать геометрическими образами и проводить математические исследования. В школьном курсе математики задачам на построение на плоскости и в пространстве уделяется недостаточное внимание, так как учебная программа предусматривает на этот материал незначительное количество часов, а также задания такого типа практически не включаются в централизованные тестирования и экзамены.

Многолетний опыт преподавания различных учебных дисциплин на факультете математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова позволяет говорить о низком уровне сформированности умений решать задачи на построение у студентов педагогических специальностей. Поэтому цель проводимого научно-методического исследования – разработать и апробировать средства качественной и эффективной подготовки в университете будущих учителей математики к преподаванию геометрического материала и формированию у учащихся умения решать планиметрические задачи на построение.

Материал и методы. В предлагаемом научно-методическом исследовании в качестве исходного материала используются учебные программы по учебному предмету «Математика» для учреждений общего среднего образования, учебные программы учреждения высшего образования по учебным дисциплинам «Практикум по решению задач по геометрии» для специальности «Физико-математическое образование (с указанием предметных областей)» и «Элементарная математика: планиметрия» для специальности «Прикладная математика». Педагогический эксперимент проводится на факультете математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова.

Результаты и их обсуждение. В задачах на построение по заданным элементам требуется построить некоторую геометрическую фигуру. При этом существенным является условие, с помощью чего проводится построение. Чаще всего построение выполняется с помощью циркуля и линейки, поэтому в текстах задач инструменты не называются, если нет дополнительных условий.

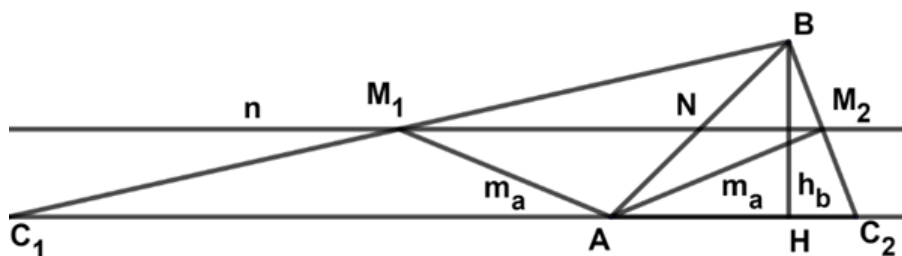
Согласно учебной программе по математике для 7 класса, в тему «Задачи на построение» включены следующие вопросы: операции, выполняемые циркулем и линейкой; откладывание отрезка, равного данному; построение треугольника по трем сторонам; построение угла, равного данному; построение биссектрисы угла; построение середины отрезка; построение прямой, перпендикулярной данной; геометрическое место точек; исследование в задачах на построение [1]. Задачи других типов должны решаться на протяжении изучения всего курса планиметрии, однако, используются учителями крайне редко.

При изучении общей методики обучения математики студенты знакомятся с одним из эффективных методов научного познания – нисходящим анализом, который используется при решении задач на построение. В этом случае допускается

существование искомой фигуры и выполняется ее чертеж. При таком виде анализа обязателен обратный ход рассуждений, так как, согласно таблице истинности для логической операции импликации, из ложного высказывания может следовать истинное высказывание. При решении задач можно убедиться, что существует ряд условий, при которых искомую фигуру вообще нельзя построить. Поэтому схема решения задачи на построение включает в себя четыре этапа: анализ, непосредственно построение, доказательство, исследование [2, с. 447].

На этапе анализа выполняется чертеж искомой фигуры с заданными в условии задачи свойствами, устанавливаются связи между элементами фигуры, определяются необходимые условия для построения, проводятся дополнительные построения. Если анализ проведен качественно, то фактически определен алгоритм построения. На этом этапе можно найти разные способы построения, от выбора одного из которых зависят все следующие этапы решения задачи. Как правило, учащиеся и студенты опускают этот этап. В учебных пособиях по геометрии при изложении основных построений в 7 классе также часто сразу предлагается алгоритмическое предписание [3, с. 162-169]. Необходимо уже на этом этапе организовать деятельность учащихся таким образом, чтобы сформировать умение самостоятельно получать необходимые условия построения искомой фигуры, используя первоначально проблемное изложение. Как показывает практика, получать алгоритмы построений могут сами учащиеся, имея минимальную информацию в готовом виде [2, с. 447]. Поэтому и в студенческой аудитории следует уделять особое внимание важности анализа при решении задач такого типа.

Иногда студенты опускают этап построения или выполняют чертежи некачественно, от руки. Однако, именно на этом этапе уже можно определить неоднозначность ответа или некоторые условия, при которых задача не имеет решения. Например, при построении треугольника по стороне c , высоте h_b и медиане m_a , проведенным к двум другим сторонам, уже на этапе построения с помощью циркуля и линейки можно получить два различных треугольника [4, с. 17].



Следующий этап предполагает требование доказательства того, что построенная фигура удовлетворяет всем условиям задачи. В зависимости от способа построения изменяются положения, которые можно использовать при доказательстве. Многие факты следуют из построения, поэтому студенты и учащиеся, как правило, не осознают важности этого этапа. Однако, при решении приведенной в качестве примера задачи обязательно обоснование того факта, что полученные при построении отрезки AM_1 и AM_2 являются именно медианами треугольников ABC_1 и ABC_2 . Полезным в данном случае является использование при доказательстве теоремы Фалеса. На этапе доказательства применяются многие изученные ранее геометрические положения.

Этап исследования является наиболее трудным даже для студентов. Благодаря исследованию устанавливаются все условия, при которых задача имеет (не имеет) решение, и уточняется количество решений при различных исходных данных. Очень удобно

использовать на этом этапе таблицу, которая может заполняться постепенно на разных этапах. При решении приведенной задачи выясняется, что построить треугольник нельзя в трех случаях: или $h_b > c$, или $m_a < \frac{h_b}{2}$, или $c = h_b$ и одновременно $m_a \leq \frac{h_b}{2}$. Также устанавливается, что в трех случаях будет только одно решение: или $c = h_b$, или $m_a = \frac{h_b}{2}$, или $m_a = \frac{c}{2}$. В остальных случаях будут построены два различных треугольника. На данном этапе у студентов и учащихся развиваются исследовательские способности и образное мышление, а также формируется интерес к изучению геометрии благодаря проводимым в процессе построения математическим экспериментам.

На практических и лекционных занятиях студентам предлагается блок специально подобранных задач, которые решаются с подробными комментариями и с использованием всех этапов построения [4, с. 17-19, 32-33].

Важное условие обучения решению задач на построение – формирование умения решать задачи различными методами: метод геометрических мест, достраивания до новой фигуры, метод подобия, метод симметрий, метод вращения, параллельного переноса, спрямления, аналитические методы [2, с. 447]. Например, при решении задачи на построение по четырем сторонам четырехугольника, у которого одна из диагоналей является биссектрисой внутреннего угла, на этапе анализа используется симметрия относительно прямой, содержащей заданную диагональ. При построении треугольника по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне, решение значительно упрощается при достраивании его до параллелограмма. Чтобы вписать в треугольник квадрат, достаточно построить квадрат, подобный искомому. При построении трапеции по двум основаниям и боковым сторонам можно использовать параллельный перенос одной из боковых сторон. Особый интерес вызывают задачи на построение отрезков, которые задаются формулами, например, $x = \sqrt[4]{abcd}$; $x = \frac{abc}{de}$.

Имеет смысл предлагать студентам и учащимся нетрадиционные построения: с помощью линейки с единичными делениями построить биссектрису угла или перпендикуляр к заданной прямой, с помощью линейки и специального прибора, позволяющего определить середину отрезка, поделить заданный отрезок на три части или его удвоить. Интересны задачи на построение одной линейкой, с помощью которой можно только строить прямые и нельзя измерять расстояния, а также только одним циркулем.

Заключение. Результаты педагогического эксперимента показывают, что названные формы работы со студентами и разработанный блок задач способствуют качественной подготовке компетентных специалистов, которые смогут развивать у учащихся интерес к предмету, формировать умения решать планиметрические задачи на построение и развивать геометрическое мышление.

1. Учебная программа по учебному предмету «Математика» для VII класса учреждений образования, реализующих образовательные программы общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания [Электронный ресурс]. – URL: <https://adu.by/ru/homeru/obrazovatelnyj-protsess-2023-2024-uchebnyj-god/obshchee-srednee-obrazovanie/uchebnye-predmety-v-xi-klassy/matematika.html> (дата обращения: 15.01.2025).

2. Ализарчик, Л. Л. Формирование у будущих учителей математики умения решать планиметрические задачи / Л.Л. Ализарчик // Наука - образованию, производству, экономике: материалы 74-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февраля 2022 г. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2022. – С. 446-447. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/31770> (дата обращения: 15.01.2025).

3. Казаков, В.В. Геометрия: учебное пособие для 7 классов учреждения общего среднего образования с русским языком обучения / В.В. Казаков. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск: Народная асвета. – 2022. – 183 с.

4. Элементарная математика: планиметрия: методические рекомендации / [сост.: Л.Л. Ализарчик, Т. Б. Караулова, Т. А. Александрович]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2022. – 35 с. – URL: <https://rep.vsu.by/handle/123456789/34272> (дата обращения: 15.01.2025).