О ПЕРЕСЕЧЕНИИ НОРМАЛЬНЫХ РАДИКАЛЬНЫХ МНОЖЕСТВ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

Н.Т. Воробьёв, А.А. Стайнова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Рассматриваемые в данной работе группы являются конечными. В обозначениях и определениях будем следовать [1].

В теории радикальных классов разрешимых групп известна теорема Блессеноля-Гашюца [2] о том, что пересечение любого множества нормальных радикальных классов является нормальным радикальным классом. Радикальный класс $\mathfrak{F}$ называется *нормальным*, если для любой группы G её $\mathfrak{F}$-радикал является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой G.

В настоящей работе мы обобщаем понятие нормального радикального класса, используя понятие радикального множества группы. Множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называется *радикальным множеством группы* G, если выполняются следующие условия:

1) если $N \trianglelefteq H \in \mathcal{F}$, то $N \in \mathcal{F}$;
2) если $H, K \in \mathcal{F}$ и $H, K \trianglelefteq HK$, то $HK \in \mathcal{F}$;
3) если $H \in \mathcal{F}$, то $H^x \in \mathcal{F}$ для всех $x \in G$.

Определение 1. Радикальное множество $\mathcal{F}$ группы G назовём *нормальным*, если для любой подгруппы H группы G её $\mathcal{F}$-радикал является $\mathcal{F}$-максимальной подгруппой H.

Пусть $\mathcal{F}$ – радикальное множество G. Подгруппа V группы G называется $\mathcal{F}$-*максимальной в* G, если $V \in \mathcal{F}$ и из $V \leq H \leq G$, $H \in \mathcal{F}$ следует $V = H$. Подгруппа V называется $\mathcal{F}$-*инъектором группы* G, если $V \cap N$ является $\mathcal{F}$-максимальной подгруппой в N для всех $N \trianglelefteq\trianglelefteq G$.

Используя понятие $\mathcal{F}$-инъектора группы G, нормальное радикальное множество в классе $\mathfrak{S}$ всех разрешимых групп можно определить следующим образом.

***Определение 2* [3].** Радикальное множество $\mathcal{F}$ группы G называется *нормальным*, если $\mathcal{F}$-инъекторы каждой подгруппы H группы G нормальны в H.

Заметим, что если $\mathcal{F}$ – нормальное радикальное множество группы G, то $\mathcal{F}$-инъектор G совпадает с $\mathcal{F}$-радикалом G.

Множество подгрупп $Tr_{\mathfrak{F}}(G) = \{H \leq G : H \in \mathfrak{F}\}$ называется следом радикального класса $\mathfrak{F}$ в группе G. Если $\mathcal{F} = Tr_{\mathfrak{F}}(G)$, то очевидно, что $\mathcal{F}$ – радикальное множество G. Поэтому радикальный класс $\mathfrak{F}$ называется *нормальным*, если след $\mathfrak{F}$ в каждой группе G является нормальным радикальным множеством в G.

Понятно, что каждому радикальному классу соответствует радикальное множество – его след в группе G, хотя обратное в общем случае неверно (см. [1; VIII, Пример (2.2)(c)]). Это обусловливает обобщение понятия нормального радикального класса при помощи нормального радикального множества группы, поскольку каждому нормальному радикальному классу соответствует его след в группе G – нормальное радикальное множество G, хотя обратное в общем случае неверно. В связи с этим актуальна задача расширения указанной теоремы Блессеноля-Гашюца в теории радикальных множеств групп без предположения о их разрешимости. Решение указанной задачи – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. Материалом для исследования являются радикальные множества конечной группы. При исследовании использованы методы теории групп.

Результаты и их обсуждение. Пусть $\mathcal{F}$ – радикальное множество группы G и $\mathfrak{X}$ – радикальный класс. Тогда множество $\mathcal{F} \odot \mathfrak{X} = \{H \leq G : H/H_{\mathcal{F}} \in \mathfrak{X}\}$ является радикальным множеством G [4; Предложение 3.1].

Определение 3. Пусть $\pi \subseteq \mathbb{P}, \pi' = \mathbb{P} \backslash \pi$, $\mathcal{F}$ – радикальное множество группы G и $\mathfrak{E}_{\pi'}$– класс всех π'-групп. Радикальное множество $\mathcal{F}$ группы G назовём *π-насыщенным*, если $\mathcal{F} \odot \mathfrak{E}_{\pi'} = \mathcal{F}$.

Основной результат настоящей работы следующая

Теорема. *Пересечение любой совокупности нормальных π-насыщенных радикальных множеств π-разрешимой группы является нормальным π-насыщенным радикальным множеством.*

Специальным случаем теоремы является известный результат Блессеноля-Гашюца [2], который приведём в качестве следствия.

Следствие. *Пересечение любого множества неединичных нормальных радикальных классов разрешимых групп есть неединичный нормальный радикальный класс.*

Заключение. В настоящей работе доказана теорема о пересечении нормальных π-насыщенных радикальных множеств.

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1992. – P. 891.
2. Blessenohl, D. Über normale Schunck- und Fittingklassen / D. Blessenohl, W. Gaschütz // Math. Z. – 1970. – 118(1). – S. 1–8.
3. Anderson, L.B. Wade. Fitting Sets in Finite Solvable Groups / L.B. Wade Anderson. – Michigan State University. Department of Mathematics, 1973. – P. 49.
4. Yang, N. On F-injectors of fitting set of a finite group / N. Yang, W. Guo, N.T. Vorob'ev // Communications in Algebra. – 2018 – Vol. 46, № 1. – P. 217–229.

ИЕРАРХИЧЕСКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ПРИ ОЦЕНКЕ УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ В РАМКАХ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА

Д.Д. Гончарова, С.А. Ермоченко
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Задача оценки учебных достижений обучающегося является одной из основных задач преподавателя. В Республике Беларусь принята десятибалльная шкала для оценки результатов учебной деятельности. Однако сложно оценить одним числом результат учебной деятельности студента в течение семестра по одной дисциплине, по которой, согласно учебно-программной документации, необходимо развивать несколько компетенций. Кроме того, понятие компетенции – это довольно сложное комплексное понятие, одной из особенностей которого является его неоднозначность. В Республике Беларусь, при разработке стандартов специальностей высшего образования и учебных планов этих специальностей составляются так называемые матрицы компетенций. Но при этом зачастую работодатели не используют эти матрицы компетенций, а составляют свои модели компетенций. При чём, в разных организациях эти модели – различны, что продиктовано спецификой той или иной организации. Таким образом, компетенции – это, с одной стороны, попытка стандартизировать требования к специалистам, но, с другой стороны, они постоянно изменяются и трансформируются. Но следует отметить, что при этом всегда остаётся актуальной задача чёткой оценки уровня владения компетенцией. И если составить критерии оценки одной конкретной компетенции в рамках одной конкретной принятой модели компетенций представляется хоть и не простой, но вполне решаемой задачей, то оценка специалиста или обучающегося по уровню овладения требуемым набором компетенций уже представляет собой очень трудную, и иногда не решаемую задачу.

Целью данной работы является анализ возможностей иерархической кластеризации при оценке уровня овладения некоторым набором компетенциями.