О σ-ЛОКАЛЬНОСТИ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ФОРМАЦИЙ

Н.Т. Воробьёв, Д.А. Китаров, С.Н. Воробьёв
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. В терминологии обозначениях следуем [1]. Одна из важных задач теории классов групп нахождение различных типов алгебр классов. В этом направлении исследований одним из ключевых моментов является изучение формационных произведений. Напомним, что формацией называется такой класс групп $\mathfrak{F}$, который замкнут относительно факторгрупп и подпрямых произведений. Если $\mathfrak{F}$ – непустая формация, то для любой группы G существует наименьшая нормальная подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ такая, что $G/G^{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{F}$. Ее называют $\mathfrak{F}$-корадикалом G. Хорошо известно, что произведение формаций является формацией [1]. В [2] обобщено понятие локальной формации, где определены, так называемые σ-локальные формации. В связи с этим *актуальна задача о том, является ли произведение формаций σ-локальным.* Решение указанной задачи – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. Мы будем использовать метод σ-свойств для изучения σ-локальных классов групп, основы которого предложены в [3-5]. Сущность этого метода состоит в следующем. Пусть σ – некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, т.е. $\sigma=\{\sigma_i : i\in I\}$, где $\mathbb{P}= \bigcup_{i\in I}\sigma_i$, $\sigma_i\cap\sigma_j=\emptyset$, для всех $i\neq j$; $\sigma(n)=\{\sigma_i:\sigma_i\cap\pi(n)\neq\emptyset\}$; $\sigma(G)=\sigma(|G|)$. Если $\mathfrak{X}$ – класс групп, то $\sigma(\mathfrak{X})=\bigcup_{G\in\mathfrak{X}}\sigma(G)$. Любую функцию f вида $f\colon \sigma\longrightarrow\{$формации групп$\}$ называют формационной σ-функцией. Пусть $\Pi=\mathrm{Supp}(f)=\{\sigma_i: f(\sigma_i)\neq\emptyset\}$ – носитель формационной σ-функции. Тогда $LF_\sigma(f)= = (\bigcap_{\sigma_i\in\Pi}\mathfrak{E}_{\sigma'_i}\mathfrak{E}_{\sigma_i}f(\sigma_i))\cap\mathfrak{E}_\Pi$ – формация.

Результаты и их обсуждение.

Определение 1 [2]. *Формация $\mathfrak{F}$ называется σ-локальной, если $\mathfrak{F}=LF_\sigma(f)$ для некоторой формационной σ-функции f.*

Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ формации. Произведением формаций $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{H}$ называется класс всех тех групп G, для которых $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{H}=(G\colon G^{\mathfrak{H}}\in\mathfrak{F})$.

Определение 2 [2]. *σ-Локальным произведением формаций $\mathfrak{F}$* и *$\mathfrak{H}$ назовем формацию $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{H}$, которая σ-локальна*.

Лемма. *Пересечение любого непустого множества σ-локальных формаций является σ-локальной формацией*.

Основными результатами работы являются следующие теоремы.

Теорема 1. *Если $\mathfrak{F}$* и *$\mathfrak{H}$ – σ-локальные формации, то их произведение $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{H}$ – σ-локальная формация.*

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{H}$ – непустые формации разрешимых групп, причем $\mathfrak{H}$ – σ-локальная* формация *с формационной σ-функцией h. Если $\sigma(\mathfrak{F})\subseteq\sigma(\mathfrak{H})$, то произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ σ-локально и определяется σ-функцией f такой, что $f(\sigma_i)=h(\sigma_i)\mathfrak{F}$ для всех $\sigma_i\in\sigma(\mathfrak{H})$.*

Заключение. В работе описывается построение σ-локальных произведений формаций при помощи их формульных заданий и формационных σ-функций.

1. Doerk, K. Finite Solube Groups / K. Doerk, T.O. Hawkes // De Gruyter Exp. In Math. – Vol. 4. – Berlin – New York, 1992.– P. 891.
2. Zhang Chi. On n-multiply σ-local formations of finite groups / Zhang Chi, V. G. Safonov, A. N. Skiba // Commun. Algebra. – 2019. – Vol. 47, № 3. – P. 957–968.
2. Skiba, A.N. On σ-properties of Finite groups I / A.N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2014. – № 4(21). – P. 89–96.
4. Skiba, A.N. On σ-properties of Finite groups II / A.N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2015. – № 3(24). – P. 70–83.
5. Чжан Чи. О Σ_τ^σ-замкнутых классах конечных групп / Чжан Чи, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2018. – Т. 70, № 12. – С. 1707–1716.