БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.911.5

ЗАДВОРНЫЙ
Ярослав Борисович

Структура окрестностей устойчивых множеств и аттракторов полудинамических систем и стохастических дифференциальных уравнений

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.02 "Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление"

Минск 2020

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ

Работа выполнена в Белорусском государственном университете.

Научный руководитель –	**Леваков Анатолий Афанасьевич,** доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного университета.
Официальные оппоненты:	**Антоневич Анатолий Борисович,** доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета;
	Войделевич Алексей Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений ГНУ «Институт математики НАН Беларуси».
Оппонирующая организация –	**УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы».**

Защита состоится «30» октября 2020 г. в 10.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университете по адресу: Минск, ул. Ленинградская, 8 (корпус юридического факультета), ауд. 407.

Почтовый адрес: пр-т Независимости 4, Минск, 220030.

Телефон ученого секретаря: 209-53-68; e-mail: yauhen.radyna@gmail.com.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан «   » сентября 2020 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций
кандидат физико-математических наук доцент Е.М. Радыно

ВВЕДЕНИЕ

Многие актуальные проблемы прогнозирования физических и механических процессов сводятся к изучению решений дифференциальных уравнений на больших промежутках времени. Изучение качественных свойств решений дифференциального уравнения часто может быть существенно облегчено путем сведения исследования собственно дифференциальной модели к исследованию поведения порождаемой ею динамической системы на некотором метрическом пространстве. Наиболее глубокие результаты по исследованию полудинамических систем достигнуты для систем, заданных в локально компактных метрических пространствах. Однако полудинамические системы, порождаемые различными классами дифференциальных уравнений (например, уравнениями в частных производных, уравнениями с запаздыванием и др.), определены в метрических пространствах, которые не являются локально компактными, что не позволяет применить уже имеющиеся результаты для исследования таких уравнений.

В статье А. А. Левакова «Применение метода знакопостоянных функций Ляпунова для исследования устойчивости полудинамических систем» (2003) выделен класс динамических систем, названных L-системами, обладающих многими свойствами динамических систем в локально компактных пространствах, хотя их фазовые пространства не обязательно являются локально компактными. Удается доказать, что полудинамические системы, порождаемые некоторыми классами дифференциальных уравнений, являются L-системами, и таким образом многие результаты, полученные для динамических систем в локально компактных пространствах, могут быть применены и для исследования таких уравнений.

Во втором разделе диссертации (первый раздел традиционно посвящен обзору литературы) изложены результаты исследования L-систем. Получены обобщения известных свойств полудинамических систем в локально компактных пространствах на L-системы, заданные в произвольных метрических пространствах. Доказаны критерии устойчивости, неасимптотической устойчивости и асимптотической устойчивости компактного множества, а также теорема о наименьшем асимптотически устойчивом множестве L-системы. Доказана теорема о связи устойчивости множества с B-устойчивостью. Также получены достаточные условия существования аттрактора L-системы. Для доказательства существования и нахождения аттрактора L-системы применен метод знакопостоянных функционалов Ляпунова, успешно разрабатываемый математиками в Беларуси. Развитию этого метода полностью или частично посвящены, например, монография И.В. Гайшуна (1983), статьи Н.Г. Булгакова (2002), Б.С. Калитина (2001, 2009). Обобщению метода знакопостоянных функционалов Ляпунова для исследования устойчивости стохастических дифференциальных уравнений посвящены статьи А.А. Левакова (2011), М.М. Васьковского (2018).

Также во втором разделе приведены примеры классов дифференциальных уравнений (эволюционное включение в банаховом пространстве, дифференциальное уравнение с частными производными параболического типа, функционально-дифференциальное включение с запаздыванием), порождающих L-системы в соответствующих фазовых пространствах. Для некоторых из этих уравнений доказывается существование аттракторов.

Третий раздел посвящен исследованию устойчивости стохастических дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами методом знакопостоянных функционалов Ляпунова. Как известно, поведение многих процессов отличается существенной непредсказуемостью, что не позволяет осуществлять успешное моделирование этих систем с помощью детерминированных дифференциальных уравнений. В таких случаях модель в виде стохастического дифференциального уравнения часто существенно точнее отражает реальное поведение объекта, чем детерминированная модель. Стохастические дифференциальные модели находят применение в финансовой математике, физике, биологии.

Главной особенностью исследований, содержание которых изложено в третьем разделе настоящей диссертации, является то обстоятельство, что исследуемые стохастические дифференциальные уравнения имеют разрывные коэффициенты (такие модели находят применение, например, в теории оптимального управления). Основное внимание уделено уравнениям двух классов: стохастическому дифференциальному уравнению с запаздыванием и эволюционному стохастическому дифференциальному уравнению, определенному в гильбертовом пространстве. С помощью метода знакопостоянных функций Ляпунова исследован вопрос о глобальной устойчивости нулевого решения таких уравнений; доказаны аналоги теоремы Ляпунова об устойчивости, а также теорем Барбашина-Красовского и Зубова об асимптотической устойчивости нулевого решения.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с научными программами и темами

Исследования проводились в рамках следующих госбюджетных тем:

— Анализ структуры решений стохастических, дифференциальных и дифференциально-алгебраических систем (в рамках проекта «Асимптотические спектры дифференциальных систем», 2011—2015 гг., номер госрегистрации 20111922);

— Асимптотические свойства решений обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах (2014 —2016 гг., договор с БРФФИ № Ф14М-020, номер госрегистрации 20142883);

— Анализ асимптотических свойств решений дифференциальных и алгебраических систем (2016—2020 гг., номер госрегистрации 20162496).

Цель и задачи исследования

Целью исследования является изучение качественного поведения траекторий L-систем и стохастических дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами, доказательство их устойчивости, а также существования аттракторов таких уравнений.

Объект исследования. Класс полунепрерывных полудинамических систем, названных L-системами. Траектории стохастических дифференциальных уравений с разрывными коэффициентами.

Предмет исследования. Условия устойчивости и асимптотической устойчивости компактного полуинвариантного множества L-системы, условия существования аттрактора L-системы. Устойчивость и асимптотическая устойчивость нулевого решения стохастического дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами.

Научная новизна

Все результаты диссертации являются новыми.

Положения, выносимые на защиту

Критерии устойчивости и асимптотической устойчивости инвариантного множества для L-систем, достаточные условия существования аттракторов L-систем.

Теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения стохастического дифференциального уравнения с запаздыванием и разрывными коэффициентами.

Теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения эволюционного стохастического дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами в гильбертовом пространстве.

Личный вклад соискателя ученой степени

Результаты, включенные в диссертацию и выносимые на защиту, получены лично автором диссертации. Научному руководителю принадлежат постановка задачи, выбор методов исследования и обсуждение результатов. Также научному руководителю принадлежит определение L-системы, которое является ключевым во втором разделе диссертации. Постановка задачи подраздела 3.4 принадлежит М.М. Васьковскому. Результаты, принадлежащие Качану И.В., в диссертацию не включены.

Апробация диссертации и информация об использовании ее результатов

Результаты работы докладывались и обсуждались на международной конференции «Пятые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям» (2010), на XIV, XVI, XVII и XVIII международных научных конференциях по дифференциальным уравнениям «Еругинские чтения–2011, 2016, 2017, 2018» (Новополоцк, 2011; Новополоцк, 2014; Минск, 2017; Гродно, 2018), на 6-ой международной конференции «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений» (АМАДЕ-2011) (Минск, 2011), на XI и XII Белорусской математической конференции (2012, 2016), на международной конференции «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация» (Минск, 2013), на международной конференции «QUALITDE-2013» (Тбилиси, 2013), на международной конференции «Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям» (Минск, 2015), на международной конференции «Устойчивость, управление, дифференциальные игры» (SCDG2019) (Екатеринбург, 2019). Результаты, включенные в диссертацию, отмечены дипломами 1 и 3 степени Республиканского конкурса научных работ студентов высших учебных заведений Республики Беларусь (2012, 2013).

Результаты диссертации внедрены в учебный процесс кафедры теории вероятностей и математической статистики БГУ (имеется 1 акт об использовании НИР в учебном процессе).

Опубликованность результатов

Основные результаты диссертации опубликованы в 18 научных работах; из них 6 статей в научных журналах, соответствующих пункту 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь, 3 статьи в сборниках материалов и трудов научных конференций, 9 тезисов докладов на научных конференциях.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, основной части, включающей три главы, заключения, библиографического списка и приложения.

Полный объем диссертации – 108 страниц. Библиографический список содержит 79 наименований, включая собственные публикации автора.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В первой главе проводится обзор литературных источников по теме диссертации.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию L-систем, доказательству теорем об устойчивости и асимптотической устойчивости инвариантного множества для L-системы, нахождению достаточных условий существования аттрактора L-системы.

Пусть X – метрическое пространство с метрикой ρ. Обозначим через $comp(X)$ множество всех непустых компактных подмножеств пространства X. Если $x \in X$, A, B – подмножества пространства X, то через $\rho(x, A)$ обозначается расстояние от точки x до множества A, определяемое равенством $\rho(x, A) = \inf\limits_{y \in A} \rho(x, y)$, а через $\beta(A, B)$ – полуотклонение множества A от множества B, то есть $\beta(A, B) = \sup\limits_{a \in A} \rho(a, B)$.

$A_1)$ $f(0, x) = x$ для всех $x \in X$;

$A_2)$ $f(t_1 + t_2, x) = f(t_2, f(t_1, x))$ при всех $x \in X, t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+$.

Отображение f называется **полунепрерывной полудинамической системой**, если кроме условий A_1 и A_2 она удовлетворяет следующему условию:

$A_3)$ $\lim\limits_{x \to x_0, t \to t_0} \beta(f(t, x), f(t_0, x_0)) = 0$ при каждых $x_0 \in X, t_0 \in \mathbb{R}^+$.

Отображение $\varphi_x : I_{\varphi_x} \to X$, где I_{φ_x} - множество вида $(-\infty, +\infty)$, либо $[c, +\infty)$, где $c \in (-\infty, 0]$, либо $(c, +\infty)$, где $c \in (-\infty, 0)$, называется **движением** полунепрерывной полудинамической системы $f(t, x)$, если $\varphi_x(0) = x \in X$ и $\varphi_x(t_2) \in f(t_2 - t_1, \varphi_x(t_1))$ при всех $t_1, t_2 \in I_{\varphi_x}, t_2 > t_1$.

Движение φ_x называется **полным**, если $I_{\varphi_x} = (-\infty, \infty)$. Полное движение обозначается φ_x^∞.

Пусть $\varphi_x(t), t \in I_{\varphi_x}$ – движение системы $f(t, x)$. Отображения $\varphi_x : (-\infty, 0] \cap I_{\varphi_x} \to X, \varphi_x : [0, +\infty) \cap I_{\varphi_x} \to X, \varphi_x : [a, b] \to X$ называются соответственно **отрицательным полудвижением, положительным полудвижением** и **отрезком движения** φ_x и обозначаются $\varphi_x^-, \varphi_x^+, \varphi_x|_{[a,b]}$. Будем говорить, что отрицательное полудвижение φ_x^- полное, если $(-\infty, 0] \cap I_{\varphi_x} = (-\infty, 0]$.

предположим, что $\lim\limits_{||\varphi||\to 0} \sup\limits_{t>0} U(t,\varphi) = 0$. *Тогда нулевое решение уравнения (4) устойчиво по вероятности.*

Теорема 3.10. *Пусть существуют число* $\delta > 0$ *и функция* $V : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, *непрерывно дифференцируемая по* $t \in \mathbb{R}^+$, *дважды непрерывно дифференцируемая по* x *и удовлетворяющая условиям:*

1) $(B_3V)(t,\varphi) < \beta(\varepsilon) < 0$ *при всех* φ *таких, что* $\varepsilon \leqslant |\varphi(0)| \leqslant \delta$, *и при всех* $t \in \mathbb{R}^+$, *где* $\beta : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^-$ *– некоторая функция;*

2) $\lim\limits_{x\to 0} \sup\limits_{t>0} V(t,x) = 0$*;*

3) $V(t,0) = 0$ *при всех* $t \in \mathbb{R}^+$*;*

4) $V(t,x) \geqslant \alpha(|x|) > 0$ *при всех* x *таких, что* $|x| \leqslant \delta$, *и всех* $t \in \mathbb{R}^+$, *где* $\alpha : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ *– некоторая функция.*

Тогда нулевое решение уравнения (4) слабо асимптотически устойчиво по вероятности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

В настоящей диссертации

1) доказаны критерии устойчивости, неасимптотической устойчивости и асимптотической устойчивости компактного множества для L-систем [1, 13, 14, 15];

2) доказана теорема о наименьшем асимптотически устойчивом множестве L-системы [1, 13, 14, 15];

3) найдены достаточные условия существования аттрактора для L-системы, доказана теорема о виде аттрактора [1, 7, 15, 16];

4) доказаны теоремы об устойчивости и асмиптотической устойчивости нулевого решения стохастического дифференциального уравнения с запаздыванием и разрывными коэффициентами [2, 4, 8, 9, 18];

5) доказаны теоремы об устойчивости и асмиптотической устойчивости нулевого решения стохастического эволюционного дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве [3, 5, 6, 10, 11, 12, 17].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть применены в качественной теории дифференциальных уравнений, для доказательства устойчивости и асимптотической устойчивости их решений, отыскания их аттракторов. Также результаты могут быть использованы в теории устойчивости и асимптотической теории стохастических дифференциальных уравнений.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ

Статьи в научных изданиях в соответствии с п. 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь

1. Леваков, А.А. Устойчивые, притягивающие множества и аттракторы полудинамических систем в нелокально компактных метрических пространствах / А.А. Леваков, Я.Б. Задворный // Дифф. уравнения. – 2015. – Т. 51, №7. – С. 851 – 860.

2. Васьковский, М.М. Исследование устойчивости решений неавтономных стохастических дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами с помощью метода функций Ляпунова / М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный, И.В. Качан // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1 : физ., мат., информ. – 2015. – №3. – С. 117 – 125.

3. Леваков, А.А. Существование измеримых согласованных селекторов многозначных отображений / А.А. Леваков, Я.Б. Задворный // Вести НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2017. – №1. – С. 70 – 78.

4. Задворный, Я.Б. Глобальная устойчивость автономного стохастического дифференциального уравнения с запаздыванием и разрывными коэффициентами / Я.Б. Задворный // Дифференциальные уравнения. – 2018. – Т. 54, №6. – С. 722–733.

5. Леваков, А. А. Существование мартингальных решений стохастических дифференциальных включений параболического типа в гильбертовом пространстве / А А. Леваков, М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный // Дифф. уравнения. – 2020. – Т. 56, №1. – С. 110 – 121.

6. Задворный, Я.Б. Глобальная устойчивость стохастического дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами в гильбертовом пространстве / Я.Б. Задворный // Дифференциальные уравнения. – 2020. – Т. 56, №5. – С. 555-569.

Статьи в сборниках материалов и трудов научных конференций

7. Задворный, Я.Б. Применение метода знакопостоянных функционалов Ляпунова для исследования устойчивости системы реакции-диффузии / Я.Б. Задворный // Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям: материалы научн. конф., Минск, 7-10 декабря 2015 г. / Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси; ред.: С.Г. Красовский. – Минск, 2015. – Ч. 2. -– С. 16–18.

8. Васьковский, М.М. Асимптотическая устойчивость нулевого решения стохастического дифференциального уравнения с запаздыванием и разрывными коэффициентами / М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный // XII Белорусская математическая конференция: материалы междунар. научн. конф., Минск, 5–10 сентября 2016 г. : в 5 ч. / Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси, БГУ; ред.: С.Г. Красовский. – Минск, 2016. – Ч. 2. – С. 12-13.

9. Леваков, А.А. Исследование устойчивости стохастических дифференциальных включений методом функций Ляпунова / А.А. Леваков, М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный // Устойчивость, управление, дифференциальные игры (SCDG2019): материалы междунар. конф., посвященной 95-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 16-20 сентября 2019 г. / ИММ УрО РАН; редкол.: В.И. Максимов [и др.]. – Екатеринбург, 2019. – С. 217–221.

Тезисы докладов научных конференций

10. Васьковский, М.М. Теорема о зависимости законов распределений решений стохастических эволюционных функциональных уравнений от начальных условий и правых частей / М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный // Пятые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям: тез. докл. междунар. матем. конф., Минск, 7-10 декабря 2010 г./ Мин. обр. РБ; БГУ; Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси; редк.: С.Г. Красовский. — Минск, 2010. — С. 103–104.

11. Васьковский, М.М. О непрерывной зависимости решений смешанной задачи для стохастического волнового уравнения от начальных данных / М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений (AMADE-2011) : тез. докл. междунар. конф., Минск, 12-17 сентября 2011 г. / Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси; ред.: С.В. Рогозин. – Минск, 2011. – С. 38.

12. Задворный, Я.Б. Теорема об отсутствии взрывов у решений стохастических эволюционных уравнений с разрывными коэффициентами / Я.Б. Задворный, М.М. Васьковский // Еругинские чтения-2011: тез. докл. XIV междунар. науч. конф. по дифф. уравнениям, Новополоцк, 12-14 мая 2011 г. / Мин. обр. РБ; БГУ; Полоц. гос. ун-т. – Новополоцк, 2011. – С. 144.

13. Леваков, А.А. Структура окрестностей слабо притягивающих множеств G-систем / А.А. Леваков, М.М. Васьковский, Я.Б. Задворный // XI Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. науч. конф., Минск, 5-9 ноября 2012 г. — Минск, 2012. – Ч. 2. – С. 40-41.

14. Леваков, А.А. Свойства устойчивых и притягивающих множеств G-системы / А. А. Леваков, Я. Б. Задворный // Динамические системы: устойчи-

вость, управление, оптимизация: тез. докл. междунар. конф., Минск, 1-5 октября 2013 г. / БГУ; Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси. — Минск: Издат. центр БГУ, 2013. – С. 169-170.

15. Levakov, A.A. Properties of Stable and Attracting Sets of L-systems / A.A. Levakov, Y.B. Zadvorny // QUALITDE-2013: abstracts of int. conference, Tbilisu, Georgia, December 20-22, 2013. – Tbilisi, 2013. – P. 89-90.

16. Леваков, А.А. Теоремы существования поглощающего множества и аттрактора L-системы / А.А. Леваков, Я.Б. Задворный // XVI Междунар. науч. конф. по дифф. уравнениям (Еругинские чтения-2014): тез. докл., Новополоцк, 20-22 мая 2014 г. / Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси; БГУ; Полоц. гос. ун-т – Минск, 2014. – С. 65-66.

17. Леваков, А.А. Существование измеримых согласованных селекторов у многозначных отображений / А.А. Леваков, Я.Б. Задворный // XVII Междунар. науч. конф. по дифф. уравнениям (Еругинские чтения-2017): тез. докл., Минск, 16-20 мая 2017 г. / Мин. обр. РБ; Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси; БГУ; БНТУ. – Минск, 2017. – Ч. 2. – С. 55.

18. Задворный, Я.Б. Глобальная устойчивость автономного стохастического дифференциального уравнения с запаздыванием и разрывными коэффициентами / Я.Б. Задворный // XVIII Междунар. науч. конф. по дифф. уравнениям (Еругинские чтения-2018): тез. докл., Гродно, 15-18 мая 2018 г. / Ин-т мат. Нац. акад. наук Беларуси; БГУ; ГрГу; ред. А.К. Деменчук [и др.]. – Минск, 2018. – Ч. 1. – С. 113-115.

РЕЗЮМЕ

Задворный Ярослав Борисович

Структура окрестностей устойчивых множеств и аттракторов полудинамических систем и стохастических дифференциальных уравнений

Ключевые слова. Полудинамическая система, стохастическое дифференциальное уравнение, устойчивость, асимптотическая устойчивость, аттрактор, второй метод Ляпунова.

Цель работы. Исследование качественного поведения траекторий L-систем и стохастических дифференциальных уравнений, доказательство теорем об устойчивости и асимптотической устойчивости решений таких уравнений, а также доказательство существования у них аттракторов.

Методы исследования. Методы теории дифференциальных уравнений и функционального анализа, второй метод Ляпунова.

Полученные результаты и их новизна. Доказаны теоремы об устойчивости и асимтоточеской устойчивости компактного инвариантного множества L-системы, обобщающие известные свойства динамических систем в локально компактных метрических пространствах. Получены достаточные условия существования аттракторов L-систем. Доказаны теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения стохастического функционально-дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами, а также эволюционного стохастического дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве с разрывными коэффициентами. Все результаты диссертации являются новыми.

Рекомендации по использованию. Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть применены в качественной теории дифференциальных уравнений, для доказательства устойчивости и асимптотической устойчивости их решений, отыскания их аттракторов. Также результаты могут быть использованы в теории устойчивости и асимптотической теории стохастических дифференциальных уравнений.

Область применения. Результаты могут быть применены в качественной теории дифференциальных и стохастических дифференциальных уравнений, теории дифференциальных уравнений в гильбертовых пространствах.

РЕЗЮМЭ

Задворны Яраслаў Барысавіч

Структура навакольляў устойлівых мностваў і атрактараў паўдынамічных сістэм і стахастычных дыферэнцыяльных ураўненняў

Ключавыя словы. Паўдынамічная сістэма, стахастычнае дыферэнцыяльнае ўраўненне, устойлівасць, асімптатычная ўстойлівасць, атрактар, другі метад Ляпунова.

Мэта работы. Даследаванне якасных паводзін траекторый L-сістэм і стахастычных дыферэнцыяльных ураўненняў, доказ тэарэм аб устойлівасці і асімптатычнай устойлівасці рашэнняў гэтых ураўненняў, а таксама доказ існавання ў іх атрактараў.

Метады даследавання. Метады тэорыі дыференцыяльных ураўненняў і функцыянальнага аналізу, другі метад Ляпунова.

Атрыманыя вынікі і іх навізна. Даказаны тэарэмы аб устойлівасці і асімптатычнай устойлівасці кампактнага інварыянтнага мноства L-сістэмы, якія абагульняюць вядомыя ўласцівасці дынамічных сістэм у лакальна кампактных метрычных прасторах. Атрыманы дастатковыя ўмовы існавання атрактараў L-сістэм. Даказаны тэарэмы аб устойлівасці і асімптатычнай устойлівасці нулявога рашэння стахастычнага функцыянальна-дыферэнцыяльнага ўраўнення з разрыўнымі каэфіцыентамі, а таксама эвалюцыйнага стахастычнага дыферэнцыяльнага ўраўнення ў гільбертавай прасторы з разрыўнымі каэфіцыентамі. Усе вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі.

Рэкамендацыі па выкарыстанні. Вынікі дысертацыі носяць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў якаснай тэорыі дыферэнцыяльных ураўненняў, для доказу ўстойлівасці і асімптатычнай устойлівасці іх рашэнняў, адшукання іх атрактараў. Рэзультаты таксама могуць быць выкарыстаны ў тэорыі ўстойлівасці і асімптатычнай тэорыі стахастычных дыферэнцыяльных ураўненняў.

Галіна прымянення. Вынікі могуць быць ужыты ў якаснай тэорыі дыферэнцыяльных і стахастычных дыферэнцыяльных ураўненняў, тэорыі дыферэнцыяльных ураўненняў у гільбертавых прасторах.

SUMMARY

Zadvorny Yaraslau Barisavich

The structure of the neighborhoods of stable sets and attractors of semidynamical systems and stochastic differential equations

Keywords. Semidynamical system, stochastic differential equation, stability, asymptotic stability, attractor, Lyapunov's second method.

The purpose of the research. Investigation of qualitative behavior of trajectories of L-systems and stochastic differential equations, the proof of theorems on the stability and asymptotic stability of solutions of such equations, the proof of existence of the attractors of those.

Methods of the research. Methods of the theory of differential equations and functional analysis, Lyapunov's second method.

The obtained results and their novelty. The theorems on the stability and asymptotic stability or compact invariant set of L-system are proved. These theorems generalize well-known results for dynamical systems in locally compact metric spaces. The sufficient conditions of existence of attractors of L-systems are obtained. The theorems on stability and asymptotic stability of the zero solution of stochastic functional-differential equation with discontinuous coefficient and of stochastic evolution differential equation in a Hilbert space with discontinuous coefficient are proved. All the results of the thesis are new.

Recommendations for use. The results of the study are theoretical in nature and can be used in qualitative theory of differential equations, for proving stability and asymptotic stability of their solutions, for finding the attractors of those. Moreover, the results can be used in stability theory and asymptotic theory of stochastic differential equations.

Field of applications. The research results can be applied in qualitaive theory of differential and stochastic differential equations, theory of differential equations in Hilbert spaces.