

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

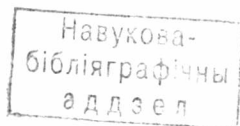
УДК 512.542

ЗАДОРОВНИК  
МАРИЯ ВИКТОРОВНА

**ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСОТЫ  $\leq 3$  РЕШЕТКИ ВСЕХ  $\tau$ -ЗАМКНУТЫХ  
 $\omega$ -КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 — математическая логика,  
алгебра и теория чисел



Гомель, 2008

22.11.12 2008  
3-15

Работа выполнена в учреждении образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины"

Научный руководитель: **Скиба Александр Николаевич**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, учреждение образования  
"Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины", кафедра алгебры  
и геометрии

Официальные оппоненты: **Черников Николай Сергеевич**,  
доктор физико-математических наук, старший  
научный сотрудник, ведущий научный  
сотрудник, учреждение науки "Институт  
математики НАН Украины", отдел алгебры

**Воробьев Николай Николаевич**,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент, учреждение образования "Витебский  
государственный университет имени  
П.М.Машерова", кафедра алгебры и методики  
преподавания математики



\* 20504050 \*

Оппонирующая организация — учреждение образования "Полоцкий государственный университет".

Защита состоится 30 июня 2008 года в 16 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины" по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, ауд. 1-20, e-mail: formation56@mail.ru, телефон ученого секретаря: +375 232 573 791.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 учреждения образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины".

Автореферат разослан 27 мая 2008 года.

Ученый секретарь  
совета по защите диссертаций

*Н.В.Васильев*

Васильев А.Ф.

## КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Напомним, что формации — это классы конечных групп, замкнутые относительно взятия гомоморфных образов и подпрямых произведений. В работе А.Н. Скибы [14] было впервые замечено, что при изучении формаций конечных групп весьма полезно привлечение методов теории решеток. При этом существенную роль играет тот установленный им факт, что решетка всех насыщенных формаций модулярна. В дальнейшем рассматривался вопрос о модулярности решеток формаций других типов. В частности, Л.А. Шеметковым и А.Н. Скибой была доказана модулярность решетки всех  $n$ -кратно насыщенных формаций [22]; Баллестером-Болинше и Л.А. Шеметковым было показано, что модулярной является решетка всех  $\omega$ -насыщенных формаций [24]; А.Н. Скибой в монографии [16] доказана модулярность решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно насыщенных формаций; А.Н. Скибой и Л.А. Шеметковым была установлена модулярность решеток  $n$ -кратно  $\omega$ -насыщенных формаций [17] и  $n$ -кратно  $\mathcal{L}$ -композиционных формаций [18, 19]. В работе И.П. Шабалиной [20] была доказана модулярность решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -насыщенных формаций, а В.Г. Сафоновым установлена модулярность решетки всех тотально насыщенных и  $\tau$ -замкнутых тотально насыщенных формаций [26, 11].

Как следует из результатов работы А.Н. Скибы [16], решетка всех формаций дистрибутивной не является. Поэтому ряд исследований был связан с поиском дистрибутивных решеток формаций [10, 12, 13, 25, 27].

Эти результаты позволили активно использовать элементы общей теории решеток в вопросах изучения и классификации формаций различных типов. Привлечение общей теории решеток при исследовании классов групп позволяет не только значительно упростить доказательства многих уже известных теорем, но и решить ряд открытых вопросов, связанных с изучением внутреннего строения таких классов. Таким образом, дальнейшее развитие решеточных методов в теории классов групп является актуальной задачей. В данной диссертации такая задача реализуется при исследовании элементов малых высот решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

Напомним, что формация  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты  $n$  решетки формаций  $\Theta$ , если  $n$  — точная верхняя грань длин цепей

$$\emptyset = \mathfrak{F}_0 \subset (1) = \mathfrak{F}_1 \subset \dots \subset \mathfrak{F}_{n-1} \subset \mathfrak{F}_n = \mathfrak{F},$$

в которой  $\mathfrak{F}_i$  —  $\Theta$ -формация (т.е.  $\mathfrak{F}_i \in \Theta$ ) при всех  $i = 0, \dots, n$ .

Отметим, что элементы высоты 2 и 3 решетки всех формаций были описаны В.А. Ведерниковым, А.Н. Скибой, М.И. Эйдиновым в работах [5, 14, 23]. В работе [6] В.А. Ведерников и Д.Г. Коптюх получили описание композиционных формаций высоты  $\leq 3$ . Изучению элементов высоты 3 решетки всех  $p$ -насыщенных формаций были посвящены работы Д. Джарадина [7, 8], а в монографии А.Н. Скибы [16] было дано описание элементов высоты  $\leq 4$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно локальных формаций. Продолжая исследования в этом направлении, в работах [1–4] И.В. Блинец было получено описание элементов высоты 2 и 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций.

В связи с этими результатами естественной становится задача классификации элементов высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций. Ее реализации и посвящена данная диссертация.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Связь работы с крупными научными программами и темами

Представленная работа выполнялась на кафедре алгебры и геометрии УО "ГГУ им. Ф.Скорины" с 1997 по 2008 гг. в соответствии со следующими научными программами и темами:

— Государственная программа фундаментальных исследований "Математические структуры", задание "Структурная теория формаций и других классов алгебр" № 88 от 23.11.1995 г. (сроки выполнения 1996–2000 гг., номер регистрации 19963987);

— Государственная программа фундаментальных исследований "Математические структуры", задание "Структурная теория формаций и других классов алгебр" № 94 от 5.07.2001 г. (сроки выполнения 2001–2005 гг., номер регистрации 20011225).

Автором работы был получен грант на выполнение научно-исследовательских работ Министерства образования 2000 г. по теме ГБЦМ 20-45 "Классификация частично композиционных формаций". Работа проводилась в рамках ГПФИ "Математические структуры", задание "Структурная теория формаций и других классов алгебр" № 88 от 23.11.1995 г.

### Цель и задачи исследования

Целью диссертации является описание элементов высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций. Для достижения этой цели в диссертации необходимо было решить следующие задачи:

- построения минимального  $\tau$ -значного  $\omega$ -композиционного спутника формации;
- классификации минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных ненильпотентных формаций;
- доказательства модулярности решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций;
- классификации элементов высоты 2 и 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций;
- описания решетки подформаций элементов высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

Объектом исследования являются  $\tau$ -замкнутые  $\omega$ -композиционные формации конечных групп.

Предмет исследования – структура элементов высоты  $\leq 3$  решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

### Положения, выносимые на защиту

1. Построение минимального  $\tau$ -значного  $\omega$ -композиционного спутника формации.

**3.2.4 Теорема [5–А, 7–А].** Пусть  $\mathfrak{X}$  — такая непустая совокупность групп, что  $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{H} \in \tau$ ,  $\mathfrak{F} = c_\omega^1 \text{form}(\mathfrak{X})$ ,  $f$  — минимальный  $\tau$ -значный  $\omega$ -композиционный спутник формации  $\mathfrak{F}$ . Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1)  $f(\omega') = \tau \text{form}(G/R_\omega(G) | G \in \mathfrak{X})$ ;
- 2)  $f(p) = \tau \text{form}(\mathfrak{X}(C^p))$  для всех  $p \in \pi(\text{Com}(\mathfrak{F})) \cap \omega$ ;
- 3)  $f(p) = \emptyset$  для всех  $p \in \omega \setminus \pi(\text{Com}(\mathfrak{F}))$ .

4) если  $\mathfrak{F} = CF_\omega(h)$  и спутник  $h$   $\tau$ -значен, то для всех  $p \in \pi(\text{Com}(\mathfrak{F})) \cap \omega$

$$f(p) = \tau \text{form}(G | G \in h(p) \cap \mathfrak{F}, O_p(G) = 1),$$

и

$$f(\omega') = \tau \text{form}(G | G \in h(\omega') \cap \mathfrak{F}, R_\omega(G) = 1).$$

5) спутник  $f$  является внутренним.

2. Описание минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных ненильпотентных формаций.

**3.3.2 Теорема [2–А].** Формация  $\mathfrak{F}$  является минимальной  $\tau$ -замкнутой  $\omega$ -композиционной ненильпотентной формацией в том и только в том случае, когда  $\mathfrak{F}$  —  $\tau$ -замкнутая  $\omega$ -композиционная формация, порожденная такой монолитической группой  $G$  с монолитом

$R = G^{\mathfrak{M}}$ , что все собственные  $\tau$ -подгруппы из  $G$  нильпотентны, и либо  $\pi(\text{Com}(R)) \cap \omega = \emptyset$ , либо  $\pi(\text{Com}(R)) \cap \omega \neq \emptyset$  и  $G$  — группа Шмидта.

3. Модулярность решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

**3.5.4 Теорема [6–А].** Решетка всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций модулярна.

4. Классификация элементов высоты 2 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

**4.2.3 Теорема [4–А].** Тогда и только тогда формация  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 2 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций, когда  $\mathfrak{F} = c_{\omega}^{\tau} \text{form} G$ , где  $G$  — либо неединичная  $p$ -группа для некоторого  $p \in \omega$ , либо простая группа, порядок которой не принадлежит  $\omega$ .

5. Классификация элементов высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

**4.2.2 Теорема [6–А, 8–А].** Пусть  $\mathfrak{F}$  —  $\tau$ -замкнутая  $\omega$ -композиционная формация. Тогда в том и только в том случае  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций, когда  $\mathfrak{F} = c_{\omega}^{\tau} \text{form} G$ , где либо  $G = A_1 \times A_2$ ,  $A_1$  и  $A_2$  — неизоморфные простые группы, либо  $G$  — такая монолитическая группа с монолитом  $R \neq G$ , что выполняется одно из следующих условий:

1)  $\pi(\text{Com}(R)) \cap \omega = \emptyset$ ,  $R = G^{\mathfrak{M}_p}$  для некоторого числа  $p \in \omega$  и все собственные  $\tau$ -подгруппы группы  $G$  являются  $p$ -группами;

2)  $G$  — циклическая группа порядка  $p^2$ , где  $p \notin \omega$ ;

3)  $G$  — неабелева группа порядка  $p^3$  простой нечетной экспоненты  $p \notin \omega$ ;

4)  $G$  — монолитическая группа с таким нефраттиниевым монолитом  $R$ , что  $\pi(\text{Com}(R)) \cap \omega = \emptyset$  и найдется такая простая группа  $A$ , что  $|A| \notin \omega$  и факторгруппа  $G/R$ , а также всякая неединичная группа из  $\tau(G) \setminus \{G\}$  имеют вид  $A_1 \times \dots \times A_t$ , где  $t \geq 1$ ,  $A_1 \simeq \dots \simeq A_t \simeq A$ .

6. Дистрибутивность решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных подформаций  $\tau$ -замкнутой  $\omega$ -композиционной формации  $\mathfrak{F}$  высоты 3.

**4.3.1 Теорема [8–А].** Пусть  $\mathfrak{F}$  —  $\omega$ -композиционная формация, являющаяся элементом высоты 3 решетки  $C_{\omega}^{\tau}$ . Тогда решетка ее  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных подформаций дистрибутивна.

### Личный вклад соискателя.

Диссертационная работа выполнена соискателем лично под руководством профессора, доктора физико-математических наук Скибы Александра

Николаевича. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования. В двух совместных работах (одна статья, один тезис) основные идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализованы соискателем. Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

### **Апробация результатов диссертации**

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры алгебры и геометрии учреждения образования "Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины"; XXVI студенческой научной конференции по естественным, техническим и гуманитарным наукам (Гомель, 1997г.); I Международной конференции "Вычислительные методы и производство" (Гомель, 1998г.); II Международной алгебраической конференции в Украине, посвященной памяти Л.А.Калужнина (Киев – Винница, 1999г.); VII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях" (Гомель, 2004г.); Международной алгебраической конференции "Классы групп и алгебр", посвященной 100-летию со дня рождения С.А.Чунихина (Гомель, 2005г.);

### **Опубликованность результатов диссертации**

По теме диссертационного исследования опубликовано 14 работ, в том числе 6 статей в научных журналах, 2 препринта и 6 тезисов докладов. Общий объем опубликованных материалов составляет 3,924 авторских листа, в том числе: статьи в научных журналах — 2,215 авторских листа, тезисы — 0,192 авторских листа, препринт — 1,517 авторских листа.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке в количестве 96 наименований. Полный объем диссертации составляет 89 страниц, из них 9 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю — доктору физико-математических наук, профессору

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Близнец, И.М. Описание элементов высоты 2 решетки  $\omega$ -локальных формаций / И.М. Близнец // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. – 2003. – № 2. – С.57-60.
2. Близнец, И.М. Об элементах высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных формаций / И.М. Близнец // Докл. НАН Беларуси. – 2003. – Т.47. – №2. – С.50-53.
3. Близнец, И.М. Элементы высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных формаций / И.М. Близнец. – Гомель, 2003. – 18с. – (Препринт / Гомельский гос. ун-т им.Ф.Скорины; № 52).
4. Близнец, И.М. Элементы высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций для некоторых конкретных подгрупповых функторов  $\tau$  / И.М. Близнец. – Гомель, 2003. – 16с. – (Препринт / Гомельский гос. ун-т им.Ф.Скорины; № 53).
5. Ведерников, В.А. Формации конечных групп с дополняемыми подформациями длины 3 / В.А. Ведерников // Вопросы алгебры. – Минск: Изд-во "Университетское". – 1992. – №6. – С.16-21.
6. Ведерников, В.А. Композиционные формации  $s$ -длины 3 / В.А.Ведерников, Д.Г.Коптюх // Дискретная математика. – 2001. – Т.13. – Вып.1. – С.119-131.
7. Джарадин, Д. Неприводимые  $p$ -локальные формации длины  $\leq 3$  / Д. Джарадин. – Гомель, 1994. – 22с. – (Препринт / Гомельский гос. ун-т им.Ф.Скорины; № 24).
8. Джарадин, Д. Элементы высоты 3 решетки  $p$ -насыщенных формаций / Д. Джарадин // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. – 1996. – №.9. – С.45-59.
9. Джарадин, Д. Минимальные  $p$ -насыщенные ненильпотентные формации / Д. Джарадин // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. – 1999. – №.8. – С.59-64.
10. Сафонов, В.Г. О дистрибутивности решетки  $\tau$ -замкнутых totally насыщенных формаций конечных групп / В.Г. Сафонов // Гомель, 2004. – 18с. – (Препринт / Гомельский государственный университет им.Ф.Скорины; № 5).
11. Сафонов, В.Г. О модулярности решетки  $\tau$ -замкнутых totally насыщенных формаций конечных групп / В.Г. Сафонов // Укр. матем. журнал. – 2006. – Т.58. – №6. – С.852-858.
12. Скиба, А.Н. О подформациях многообразий алгебраических систем / А.Н. Скиба // Докл. АН БССР. – 1986. – Т.30. – №1. – С.9-12.

13. Скиба, А.Н. О формациях, порожденных классами групп / А.Н. Скиба // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. н. – 1981. – №3. – С.33-39.
14. Скиба, А.Н. О локальных формациях длины 5 / А.Н. Скиба // Арифметическое и подгрупповое строение конечных групп. – Минск: Наука и техника. – 1986. – С.135-149.
15. Скиба, А.Н. О минимальном композиционном экране композиционной формации / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. – 1992. – №.7. – С.39-43.
16. Скиба, А.Н. Алгебра формаций. / А.Н. Скиба. – Мн.: Беларуская навука. – 1997. – 240 с.
17. Скиба, А.Н. Кратно  $\omega$ -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н.Скиба, Л.А.Шеметков.// Матем. труды. – 1999. – Т.2. – №1. – С.1-34.
18. Скиба, А.Н. Кратно  $L$ -композиционные формации конечных групп / А.Н.Скиба, Л.А.Шеметков // Докл. НАН Беларуси. – 1999. – Т.43. – №4. – С.5-8.
19. Скиба, А.Н. Кратно  $\mathfrak{L}$ -композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Укр. мат. журнал. – 2000. – Т.52. – №6. – С.783-797.
20. Шабалина, И.П. О решетке  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -локальных формаций конечных групп / И.П. Шабалина // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2003. – №1. – С.28-30.
21. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – Москва: Наука. – 1978. – 245 с.
22. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука. – 1989. – 254 с.
23. Эйдинов, М.И. Элементы высоты 2 решетки формаций конечных групп // М.И. Эйдинов. – Изв. вузов. Математика. – 1990. – № 6. – С.77-80.
24. Ballester-Bolinches, A., Shemetkov, L.A. On lattices of  $p$ -local formations of finite groups/A.Ballester-Bolinches,L.A.Shemetkov – Gomel, 1996. – 10 p. – (Preprint / Gomel State University. №37)
25. Bessenohl, D. Über Formationen und komplementierbare Hauptfaktoren / D. Bessenohl, B. Brewster // Arch. Math. – 1976. – Bd.27. – №4. – S.347-351.
26. Safonov V.G. On modularity of the lattice of totally saturated formations // Comm. Algebra. – 2007. – Vol.35. – № 11. – P. 3495-3502.
27. Safonov, V.G. On a question of the theory of totally saturated formations / V.G. Safonov // Algebra Coll. – 2008. – Vol.15. – № 1. – P. 119-128.

**Список публикаций соискателя****Статьи в журналах:**

1-А. Кенько, М.В. О  $\omega$ -композиционных формациях длины 3 / М.В.Кенько // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2001. – № 1. – С. 22-25.

2-А. Задорожнюк, М.В. О минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных ненильпотентных формациях / М.В.Задорожнюк // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2006. – № 3. – С. 21-24.

3-А. Задорожнюк, М.В. О  $c_{\omega}^{\tau}$ -неприводимых формациях конечных групп / М.В. Задорожнюк // Вестн. Полоцкого гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. – 2006. – № 4. – С. 16-21.

4-А. Задорожнюк, М.В. Элементы высоты 2 решетки  $\tau$ -значных  $\omega$ -композиционных формаций / М.В.Задорожнюк // Вестн. Гродн. гос. ун-та. Сер 2. – 2006. – № 4. – С. 25-27.

5-А. Задорожнюк, М.В. О минимальных  $\tau$ -значных  $\omega$ -композиционных спутниках формаций / М.В. Задорожнюк, А.Н.Скиба // Известия Гомельского гос. ун-та. – 2007. – № 3. – С. 31-33.

6-А. Задорожнюк, М.В. Об элементах высоты 3 решетки  $\tau$ -значных  $\omega$ -композиционных формаций / М.В.Задорожнюк // Вестн. Гродн. гос. ун-та. Сер. 2 – 2008. – № 2. – С. 16-21.

**Препринты:**

7-А. Задорожнюк, М.В. Формации с единственной максимальной  $\tau$ -замкнутой  $\omega$ -композиционной подформацией / М.В.Задорожнюк. – Гомель, 2004. – 14 с. – (Препринт / Гомельский государственный университет им.Ф.Скорины; № 14).

8-А. Задорожнюк, М.В. Элементы высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций / М.В.Задорожнюк. – Гомель, 2008. – 20 с. – (Препринт / Гомельский государственный университет им.Ф.Скорины; № 8).

**Тезисы докладов:**

9-А. Кенько, М.В. О решетках подсистемных функторов / М.В.Кенько // материалы XXVI студенческой научной конференции по естественным, техническим и гуманитарным наукам, Гомель, 10 марта – 30 апреля 1997 г. / Гомельский гос. ун-т; редкол.: Д.Г.Лин (отв.ред.) [и др.]. – Гомель, 1997. – С. 36.

10–А. Задорожнюк, М.В. О композиционных формациях длины 2 / М.В.Задорожнюк // материалы научн. конф. студентов и аспирантов "Новые компьютерные технологии в науке и технике и индустрии развлечений", Гомель, 9–13 марта 1998 г./ Гомельский гос. ун-т;редкол.: Д.Г.Лин (отв.ред.) [и др.]. – Гомель, 1998.– С. 46.

11–А. Задорожнюк, М.В. О  $\omega$ -композиционных формациях длины 3 / М.В.Задорожнюк // материалы II Междунар. алгебр. конф. памяти проф. Л.А. Калужина (1914–1990), Киев – Винница, 9–16 мая 1999 г. / Киевский нац. ун-т им. Т. Шевченко.– Киев, 1999.– С. 83-84.

12–А. Задорожнюк, М.В. О минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных ненильпотентных формациях / М.В.Задорожнюк // материалы VII респ. научн. конф. студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях", Гомель, 9–13 марта 2004 г./ Гомельский гос. ун-т.– Гомель, 2004.– С. 32.

13–А. Задорожнюк, М.В. О  $\omega$ -композиционных формациях с единственной максимальной  $\tau$ -замкнутой  $\omega$ -композиционной подформацией / М.В.Задорожнюк // Классы групп и алгебр : материалы междунар. алгебр. конф., посвящ. 100-летию С.А.Чунихина, Гомель, 5-7 октября 2005 г. / / Гомельский гос. ун-т; редкол.: Л.А.Шеметков (отв.ред.) [и др.].– Гомель, 2005.– С. 62.

14–А. Задорожнюк, М.В. Об элементах высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций / М.В.Задорожнюк, А.Н.Скиба // Классы групп и алгебр : материалы междунар. алгебр. конф., посвящ. 100-летию С.А.Чунихина, Гомель, 5-7 октября 2005 г. / / Гомельский гос. ун-т; редкол.: Л.А.Шеметков (отв.ред.) [и др.].– Гомель, 2005.– С. 62-64.

## РЭЗЮМЭ

Задаражнюк Марыя Віктараўна

Элементы вышыні  $\leq 3$  рашоткі ўсіх  
 $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -кампазіцыйных фармацый

Ключавыя словы: канечная група, фармацыя,  $\omega$ -кампазіцыйная фармацыя,  $\tau$ -замкнёная  $\omega$ -кампазіцыйная фармацыя,  $\omega$ -кампазіцыйны спутнік, вышыня фармацыі, рашоткі фармацый.

У дысэртацыі даследуюцца  $\tau$ -замкнёныя  $\omega$ -кампазіцыйныя фармацыі канечных груп пры дапамозе ідэй і метадаў тэорыі фармацый і агульнай тэорыі рашотак.

Атрымана апісанне мінімальнага  $\tau$ -значнага  $\omega$ -кампазіцыйнага спутніка фармацыі; апісана структура мінімальных  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -кампазіцыйных ненільпатэнтных фармацый; апісаны  $\omega$ -кампазіцыйныя фармацыі з адзінай максімальнай  $\tau$ -замкнёнай  $\omega$ -кампазіцыйнай падфармацыяй; атрымана апісанне элементаў вышыні 2 і 3 рашоткі ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -кампазіцыйных фармацый; апісана рашотка падфармацый элементаў вышыні 3 рашоткі ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -кампазіцыйных фармацый.

Усе атрыманыя вынікі дысэртацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў даследаваннях па тэорыі фармацый канечных груп, а таксама пры чытанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах.

## РЕЗЮМЕ

Задорожнюк Мария Викторовна

Элементы высоты  $\leq 3$  решетки  
 $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций

Ключевые слова: конечная группа, формация,  $\omega$ -композиционная формация,  $\tau$ -замкнутая  $\omega$ -композиционная формация,  $\omega$ -композиционный спутник, высота формации, решетка формаций.

В диссертации исследуются  $\tau$ -замкнутые  $\omega$ -композиционные формации конечных групп опираясь на идеи и методы теории формаций, а также общей теории решеток. Получено описание минимального  $\tau$ -значного  $\omega$ -композиционного спутника формации; описана структура минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных ненильпотентных формаций; изучено строение  $\omega$ -композиционных формаций с единственной максимальной  $\tau$ -замкнутой  $\omega$ -композиционной подформацией; получено описание элементов высоты 2 и 3  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций; описана решетка подформаций элементов высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -композиционных формаций.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях по теории формаций конечных групп, а также при чтении спецкурсов в университетах.

Zadorozhniuk Maryia Viktorovna

**Elements of the height  $\leq 3$  of the lattice  
of  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition formations**

Key words: finite group, formation,  $\omega$ -composition formation,  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition formation,  $\omega$ -composition satellite, height of the formation, lattice of the formations.

In the dissertation  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition formations of finite groups are investigated, using ideas and methods of the theory of formations and the theory of lattices.

Description of the minimal  $\tau$ -valued  $\omega$ -composition satellite of a formation is obtained; the structure of minimal  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition non-nilpotent formations is described;  $\omega$ -composition formations with a unique maximal  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition subformation are described; descriptions of elements of the height 2 and 3 of the lattice of  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition formations are obtained; the lattice of subformations of element of the height 3 of the lattice of  $\tau$ -closed  $\omega$ -composition formations is described.

All results of the dissertation are new. They have a theoretical significance and may be used in investigations on the theory of formations of finite groups, and also while teaching special courses in universities.



\* 20504050 \*